МОНГОЛ УЛСЫН БОЛОВСРОЛ, СОЁЛ,
ШИНЖЛЭХ УХААНЫ ЯАМ
ШИНЖЛЭХ УХААН ТЕХНОЛОГИЙН
ИХ СУРГУУЛЬ

Ч. Авдай, Д. Энхтуяа

СУДАЛГАА ШИНЖИЛГЭЭНИЙ АЖИЛ ГҮЙЦЭТГЭХ АРГА ЗҮЙ

(СТАТИСТИК БОЛОВСРУУЛАЛТ, МАТЕМАТИК ЗАГВАРЧЛАЛ, ОНОВЧЛОЛ)

Нэмж засварласан хоёр дахь хэвлэл

Редактор: Академич Ч. Авдай

Улаанбаатар 2007 он

СУДАЛГАА ШИНЖИЛГЭЭНИЙ АЖИЛ ГҮЙЦЭТГЭХ АРГА ЗҮЙ

СТАТИСТИК БОЛОВСУУЛАЛТ, МАТЕМАТИК ЗАГВАРЧЛАЛ, ОНОВЧЛОЛ

(Нэмж засварласан хоёр дахь хэвлэл)

Редактор МУ-ын Ардын багш, Академич, техникийн шинжлэх ухааны доктор, профессор Ч.Авдай

Уг номонд судалгаа, шинжилгээний ажил хичээлийн хүрээнд их дээд сургуулиуд болон эрдэм шинжилгээний байгууллагуудын санал зөвлөгөөг оруулж, зарим бүлгийг нэмж тусгасан хоёр дахь хэвлэл болно. Энэ нь их дээд сургуульд заавал үзэх сурах бичиг бөгөөд өөртөө 9 бүлгийг багтаасан болно. Номонд курсын төсөл, эрдэм шинжилгээний төсөл, диссертаци бичихэд баримтлах арга зүйг шинээр тусгасан.

Хэвлэлийн техникийн редактор МУ-ын зөвлөх инженер Д.Дамдинсүрэн

ISBN 978-99929-844-1-4

Өмнөх үг

Орчин үед аль ч салбарын үйлдвэрлэлийн технологи ажиллагаа улам нарийсч, түүнд олон хүчин зүйл нөлөөлөх боллоо. Эдгээр хүчин зүйлүүдийн тухайн технологи ажиллагаанд нөлөөлөх хэмжээ өөр өөр боловч тэдгээрийн оролцооны хэм хэмжээг тооцож үйлдвэрлэн гаргаж байгаа бүтээгдэхүүн хамгийн сайн чанартай, хөдөлмөрийн бүтээмж аль болох өндөр байхаар хүчин зүйлүүдийн нөлөөлөх оновчтой утгыг тогтоон түүндээ тулгуурлан үйлдвэрлэл явуулах шаардлагатай билээ. Энэ нь түүхий эдийн шинж чанарын онцлогийг судлаж, тэрхүү онцлогт тохирсон технологи, технологийн горимыг хамгийн оновчтой хэлбэрээр боловсруулна гэсэн үг юм.

Аль ч үйлдвэрлэлийн технологи ажиллагаа нь байгаль орчин болон түүнийг хэрэгжүүлж байгаа хүнд ямар нэгэн нөлөө үзүүлдэг хими, физикийн нарийн үйлдлээс тогтоно. Ийм учраас үйлдвэрлэлийн технологи, тоног төхөөрөмжийг улам боловсронгуй болгох асуудал орчин үеийн шинжлэх ухаан, технологийн ололт дээр үндэслэн хэрэгжих ёстой.

Орчин үед технологи ажиллагааг судлах, түүний оновчтой горимыг тогтооход суурь болон хавсрал шинжлэх ухааны аргуудыг ашиглах хэмжээ улам өсч байна. Судалгааны тоон үзүүлэлтүүдийг математик статистикийн аргаар боловсруулан хүчин зүйлүүдийн дундаж утгыг тогтоож, уг утгыг тодорхой орон зайд өөрчлөн туршилт төлөвлөлтийн аргаар технологи ажиллагааны математик загвар гаргаж авах, улмаар уг загвартаа шинжилгээ хийж оновчлолын аргуудаар тухайн технологи ажиллагааг шинжлэн хамгийн үр ашигтай хувилбараар үйлдвэрлэлийг явуулах болов.

Толилуулан буйэнэхүү сурах бичигт судалгаа шинжилгээний ажил гэж юу болох, түүнийг хэрэгжүүлэх арга, дэс дараалал, үр дүнг боловсруулан үнэлэлт дүгнэлт өгөх, үр дүнгийн тайланг хэрхэн бичих тухай нэлээд тодорхой оруулав. Мөн хэмжилтийн тоон өгөгдлүүдэд шинжилгээ хийх, өөрөөр хэлбэл хэмжилтийн утгууд тухайн обьектын тоон үзүүлэлтийг илэрхийлж туршилтын цаашдын аргуудад ашиглах боломжтой эсэх, статистик боловсруулалт хийх аргууд, гарсан үр дүнд шинжилгээ хийх, технологи ажиллагааг нэг ба хэд хэдэн хувьсах хүчин зүйлээс хамааруулан математик загварын хэлбэрээр илэрхийлэх аргууд, дисперсийн ба корреляцийн шинжилгээг хэрхэн хэрэгжүүлэх тухай онолын ухагдахуунаас гадна тодорхой жишээн дээр тайлбарлаж өгөв.

Нэгэнт гаргаж авсан математик загвар буюу аливаа технологи ажиллагааг оновчилдог аналитик, тойруулан дөхөлт, задлал алхамын, симплекс, лагранжийн үржигдэхүүн, торгуулийн функцийн аргууд, эдгээр аргаар оновчтой утгыг олох дэс дараалллын тухай номын сүүлийн гурван бүлэгт бичив.

Уг бүтээлд математик статистик, туршилтыг төлөвлөх, математик загвар зохиох, оновчлолын олон аргуудыг хэрэглэгч нарт хялбархан аргаар ойлгуулах, түүнийг өөрийн судалгааны ажилд бүтээлчээр хэрэгжүүлж чаддаг болохын тулд арга бүхэнд тохирсон жишээ, тэд нараас бие дааж бодох бодлогууд, холбогдох хүснэгт, лавлах материалыг оруулав. Энэхүү сурах бичиг 2000 онд хэвлэгдэн гарснаас хойш уншигчдаас ирүүлсэн саналын дагуу докторантурт суралцагсдад зориулан диссертацийн ажил гэж юу болох, түүнийг чанартай сайн гүйцэтгэх арга технологи, диссертацийн ажлын бүрдэл, судалгаа явуулах аргууд, сонгосон сэдвийн дагуу мэдээлэл цуглуулах, түүнийг боловсруулж диссертаци бичих, хамгаалахад бэлтгэх, диссертацийн хураангуйг бичих, түүнийг хамгаалах тухай дэлгэрэнгүй бичиж оруулав. Энэхүү сурах бичгийг техник технологийн мэргэжлээр суралцагчдаас гадна аль ч мэргэжлийн чиглэлээр судалгаа шинжилгээний ажил гүйцэтгэж байгаа оюутан, магистрант, докторант, эрдэм шинжилгээний ажилтан, үйлдвэрлэлд ажиллаж байгаа инженерүүд ашиглахад зориулав. Сурах бичгийн 1, 2, 7, 8, 9 – р бүлэг , 3 – р бүлгийн 3.6 зүйлийг Ч . Авдай, 3, 4, 5, 6 – р бүлгийг Д. Энхтуяа бичив. Уг номыг туурвихдаа зохиогчдоос урьд өмнө нийтлүүлсэн гарын авлага, сүүлийн жилүүдэд ШУТИС – ийн сургуулийн оюутан, магистрант, докторант нарт заагж ирсэн лекц семинарын хичээлүүдийн материалд тулгуурласан боловч бүрэн төгс болсон гэж үзэхгүй байна. Туршилт шинжилгээний үр дүнд статистик боловсруулалт хийх, технологи ажиллагааны математик загвар зохиох, математик загвараа оновчилж нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн оновчтой утгыг тодорхойлохоор боловсрогдсон компьютерийн бэлэн программууд байдаг боловч оюутан залуус судлаачдад судлаж байгаа арга ажиллагааны мөн чанарыг ойлгуулж эзэмшүүлэхийн тулд программ хангамжийн асуудлыг энд тусгасангүй. Энэхүү бүтээлийг цаашид хэрхэн сайжруулах тухай санал зөвлөгөөгөө ШУТИС – ийн Хөнгөн үйлдвэрийн тоног төхөөрөмж, автоматжуулалтын профессорын багт гэсэн хаягаар ирүүлэхийг хүсье.

Номын эхийг компьютер дээр бэлтгэж тусласан Д.Мөнхжаргал, Г.Аргуужин нарт гүнт талархал илэрхийлье.

Редактор Монгол улсын Ардын багш, Академич, Техникийн шинжлэх ухааны доктор, профессор Ч. Авдай

Нэгдүгээр бүлэг
СУДАЛГАА ШИНЖИЛГЭЭНИЙ АЖИЛ, ТҮҮНИЙГ ГҮЙЦЭТГЭХ ТУХАЙ

1.1 Судалгаа шинжилгээний ажлын тухай ойлголт

Судалгаа шинжилгээний ажил гэдэг нь янз бүрийн хүчин зүйл (фактор) – ээс хамааран судалж байгаа зүйл (объект) – ийн өөрчлөгдөх шинэ үзэгдэл зүй тогтлыг илрүүлж тэрхүү зүй тогтлыг цаашид амьдрал практикт ашиглаж болох зорилго бүхий үйл ажиллагаа юм.

Судалгаа шинжилгээний ажил нь тавьсан зорилт түүнийг шийдвэрлэх арга үр дүнг хэрэглэх салбараас хамаарч онолын, **онол – туршилтын**, туршилтын, суурь, хавсрал, тухайн, иж бүрэн гэж ангилагдана.

<u>Онолын судалгаа</u> гэдэг нь судалж байгаа зүйлийг математик юм уу төсөөлөн бодох (логик) аргаар судлахад үндэслэгддэг. Онолын судалгааны мөн чанар нь аливаа үзэгдэл, юмсын хувирч өөрчлөгдөх механизм, байгаа байдал (природа) – ыг нийгэм, эдийн засаг байгалийн хуулиудад тулгуурлан тайлбарлах, уг үзэгдэл юмсын тухай маш тодорхой ойлголттой болж шинэ үзэгдэл юмсын мөн чанарыг урьдчилан хэлж чаддаг болоход оршино. Шинжлэх ухааны үндэслэлтэй онол нь үнэн байдлыг тусгаж урьд өмнө хуримтлуулсан бодит зүй тогтлыг нэгтгэж байдаг.

<u>Онол туршилтын судалгаа</u> нь онолын хувьд судалсан зүйлээ практик дээр туршин шалгаж, өөрөөр хэлбэл онолын судалгааны үр дүнг бодит загвар биет байдал дээр шалган турших үнэмшил бий болгох явдал мөн. Энэ нь онолын судалгааны үр дүн практикаар нотлогдож буй хэрэг юм.

<u>Туршилтын судалгаа</u> нь ЭШ – ний байгууллага, их дээд сургууль, үйлдвэр завод, газар тариалан, мал аж ахуйн нөхцөлд биет байдал юм уу тодорхой загвар дээр хийх судалгаа юм. Туршилтын судалгааны зорилго нь бодит биет зүйлийг танин мэдэх онолын төсөөлөл (гипотез) бий болгох, байгаа байдлыг үнэн мөнөөр нь ялган батлахад чиглэдэг. Аливаа судалгааны ажил туршилтын судалгаагаар ихэвчлэн эхэлдэг.

Туршилтын судалгааны явцад нэг зүйлийг олон дахин хэмжих туршилтыг дахин давтан хийхэд үзэгдэл юмсын мөн чанар танигдаж түүнд үнэн зөв тайлбар өгөх, үр дүнг математик статистикийн аргаар батлах улмаар зохимжит болон оновчтой хэмжээг тодорхойлж тогтоох чадвар эзэмшинэ.

Суурь судалгаа. Энэ нь зарчмын хувьд шинэ хууль нээх, асуудал (проблем) шийдвэрлэх, онол бий болгоход чиглэнэ. Суурь судалгааны үр дүнгийн үндсэнд шинжлэх ухаан, технологи, үйлдвэрлэлд өндөр үр ашиг өгч чадах хавсрал зорилтууд шийдвэрлэгдэж байдаг. Суурь судалгаа нь шинжлэх ухаан, технологийн дэвшлийн хамгийн гол, ирээдүйтэй чиглэлийг тодорхойлж өгдөг онцлогтой.

Хавсрал судалгаа. Үйлдвэрлэлийн машин тоног төхөөрөмж, технологийн үйл ажиллагааг боловсронгуй болгох, үр дүнг дээшлүүлэх зорилгоор тодорхой салбарт хийгдэх судалгааны ажил юм. Хавсрал судалгаа нь онолын судалгааны үндсэнд хийгдэж байдаг. Өөрөөр хэлбэл судлаач оюутан, магистрант, аспирант, докторант, багш, эрдэм шинжилгээний ажилтан бүхэн онолын тодорхой мэдлэгтэй, шинжлэх ухаанаар батлагдсан хуулиудыг мэддэг байх ёстой.

Тухайн (хэсэгчилсэн) судалгаа. Энэ нь нэг юмуу хоорондоо ижил төсөөтэй обьектыг судлахад чиглэнэ.Тухайн юмуу хэсэгчилсэн судалгааны үр дүн нь цаг уур, байгаль орчны болон бодит нөхцөл байдалтай уялдан хэлбэлзэх утгатай байх боловч бодит байдлыг үнэн мөнөөр нь тайлбарлах, ингэснээр иж бүрэн судалгааны салшгүй хэсэг болох ёстой билээ.

Иж бүрэн судалгаа нь аливаа үзэгдэл юмс, байгаль орчин зэрэг бүх төрлийн обьектыг тал талаас нь судалгааны янз бүрийн арга, багаж төхөөрөмж хэрэглэж судлах явдал юм. Иж бүрэн судалгаа нь янз бүрийн газар орчинд өөр, өөр хугацаанд хийгдэж болно. Аливаа нэг бүтээгдэхүүний чанар, өнгө үзэмжийг сайжруулах нөхцөл нь түүхий эдийн чанар, боловсруулах технологи, тоног төхөөрөмжийн шинж байдал, боловсруулалтад хэрэглэх химийн бодис, боловсруулж байгаа хүний ажлын дадлага туршлага, хэрэглэгчийн таашаалд нийцсэн дизайн, хэрэглэх арга хэлбэр гэх мэт олон хүчин зүйлээс хамаарна. Эдгээр хүчин зүйлүүдийн зөвхөн нэгийг юмуу хэсэг хүчин зүйлийн нөлөөллийг судалсан бол тухайн юмуу хэсэгчилсэн, дурьдсан хүчин зүйлүүдийг бүгдийг хамааруулан судалвал иж бүрэн судалгаа болно. Оюутны курс, дипломын төслөөс эхлэн судалгаа шинжилгээний тодорхой чиглэлээр хийгдэж байгаа ажил дээр дурьдсан судалгааны ажлын нэг юмуу хэд хэдэн төрлөөр хийгдэнэ.

1.2 Судалгаа шинжилгээний ажилд тавигдах шаардлага, гүйцэтгэх дэс дараалал

Аливаа судалгаа шинжилгээний ажил нь тодорхой зорилго, төлөвлөгөө, үе шаттай явагдана. Судалгаа шинжилгээний ажлыг гүйцэтгэхдээ дараах дэс дарааллыг баримтлана. Үүнд:

- Судалгаа шинжилгээний ажлын сэдвийг сонгож зорилго (цель) – оо тогтоох
- Судлах гэж байгаа зүйлийнхээ одоогийн байдлыг судлаж зохих дүгнэлт өгсөн байх
- Энэхүү дүгнэлт дээрээ үндэслээд уг объектын хувьд чухам юуг ялган авч судлах гэж байгаа, өөрөөр хэлбэл зорилт (задача) - оо тодорхойлох
- Судалгааны аргачлал боловсруулах
- Судалгаа явуулах
- Судалгааны үр дүнг боловсруулж дүн шинжилгээ хийх
- Судалгааны үр дүнгээр дүгнэлт, зөвлөмж гаргах
- Судалгааны үр дүнг бичлэгийн (курс, дипломын төсөл, тайлан, диссертаци г.м) хэлбэрт юмуу зураг төсөл, бусад хэлбэрт оруулах.

<u>Судалгаа шинжилгээний ажлын сэдвийг сонгож зорилгоо тогтоох.</u>

Аливаа судалгаа шинжилгээний ажил олон улсын болон өөрийн улс орон, нутаг дэвсгэрийн тухайн хэсэг, үйлдвэрлэлийн өмнө тавигдаж байгаа аливаа асуудлыг судалж шийдвэрлэх зорилгыг агуулна. Энэхүү зорилгыг ганц удаагийн судалгаагаар шийдвэрлэхгүй. Өөрөөр хэлбэл судалгааны ажлын эцсийн үр дүн буюу зорилгод хүрэхийн тулд судлаач бүр тодорхой зорилтыг өмнөө тавьж үнэн зөв шийдвэрлэх хэрэгтэй байдаг. Энэ нь тухайн ажлын сэдэвтэй бүрэн уялдана. Судалгааны ажлын зорилго нь завсрын (үе шатны) юмуу эцсийн үр дүнд хүрэх гэж байж болно.

<u>Судлах гэж байгаа зүйлийнхээ одоогийн байдлыг судлаж зохих дүгнэлт өгөх.</u>

Судлах гэж байгаа зүйлийнхээ одоогийн байдлыг судлахдаа аль болох бүрэн мэдээлэл авч үнэлэлт дүгнэлт өгөхөд чиглэнэ. Судалгаа шинжилгээний ажил бүхэн урьд өмнө эрдэмтэн, судлаачдаас тухайн чиглэлээр хийж гүйцэтгэсэн эрдэм шинэжилгээний ажлын үргэлжлэл болж байдаг. Ийм учраас тавьсан зорилгод хүрэхийн тулд тухайн чиглэлээр дэлхий нийтийн хэмжээнд юмуу тухайн чиглэлийн судалгаа явуулдаг гадаадын ба өөрийн орны эрдэмтдийн судалгааны ажлын үр дүн, судалж байгаа зүйлийн одоогийн байгаа байдлыг нарийн судалж үнэлэлт дүгнэлт өгнө. Үүний тулд судалгааны ажилтай төсөөтэй мэдээлэл, шинжлэх ухаан техникийн зохиол бүтээл, техникийн норм дүрмийн баримт бичиг, стандартыг цуглуулж судлах, патентын судалгаа явуулах, өөрийн явуулах судалгааны чиглэлтэй холбоотойгоор урд өмнө нь хийгдсэн судалгааны материалыг цуглуулж тэмдэглэл хөтлөх, ижил төсөөтэй зорилтыг шийдвэрлэсэн бололцоотой чиглэлүүдийг бүртгэн авч харьцуулсан дүгнэлт судалгаа гаргах зэрэг олон үйл ажиллагааг гүйцэтгэнэ.

Судалгааны ажлын зорилтоо тодорхойлох.

Судлах гэж байгаа зүйлийнхээ талаар үнэн зөв бүрэн мэдээлэлтэй болж тодорхой дүгнэлт гаргасны үндсэнд судалгааны ажлынхаа зорилтыг тодорхойлно. Энэ нь эцсийн зорилгод хүрэхийн тулд тухайн судлаач чухам ямар зорилтыг шийдвэрлэвэл зохихыг тогтооно гэсэн үг юм. Зорилтоо тогтоосны үр дүнд гаргаж авах бүтээгдэхүүн, сайжруулах зүйлийнхээ эдийн засгийн үр ашгийн тооцоог ойролцоогоор урьдчилан хийж ажлын хөтөлбөр, график төлөвлөгөө боловсруулна. Өмнөх судлаачдын хүрсэн үр дүнд дүгнэлт хийж түүнийг цааш нь үргэлжлүүлэх юмуу өөр орчин, нөхцөлд давтан хийх шаардлагыг тодорхойлоогүйн улмаас судалгаа шинжилгээний ажлын үр дүнгээр батлагдсан зүйлийг дахин нотлох гэж илүү цаг, хөрөнгө, хүч зарцуулах, өөрөөр хэлбэл судлаачийн өөрийн гэсэн үр дүнд хүрдэггүй.

Судалгааны аргачлал боловсруулах.

Эрдэм шинжилгээний байгууллага, их дээд сургуулиуд, үйлдвэрлэлийн газар өөрийн тогтсон аргачлалтай байх ба судалгаанд тогтмол хэрэглэгддэг аргачлалууд улсын дотор юмуу олон улсын хэмжээнд стандарчлагдсан байдаг. Хэрэв явуулах судалгаа батлагдсан тодорхой аргачлалгүй бол судлаач өөрөө аргачлал боловсруулж түүнийгээ зохих шатны эрдэм шинжилгээний байгууллагаар батлуулна. Судалгааны аргачлалд авч үзэж байгаа зүйлийг судлах, танин мэдэхтэй холбоотой бүх асуудал тусгагдана. Судалгааны аргачлалд судлах гэж байгаа зүйлсийн шинж чанар, судлах шаардлагатай хүчин зүйлүүд, тэдгээрийн дотроос судалгаанд нөлөөлөх тогтмол ба хувьсах хүчин зүйлүүдийн шинж төлөв, хэмжих шалгах багажийн нэр, шинж чанар, ажиглах, хэмжих тоог үнэмшлийн тухайн хязгаарыг хангасан байхаар тогтооно. Хэмжилтийн тоог туршилт судалгааны явцад гаргаж болох алдааг тооцсон үнэмшлийн зэрэгтэй уялдуулан тусгай томъёогоор тодор-хойлно. Зарим судлаачид объектын мөн чанар, бодит юмуу дундаж утгыг тогтоохоор олон дахин хэмжилт хийдэг бөгөөд энэ нь огт утгагүй зүйл юм. Судалгаагаар гаргаж авсан бодит утга сургалт, үйлдвэрлэлийн судалгааны үед 5 хүртэл, эрдэм шинжилгээний ажлын үед 1-2 хүртэл хувийн алдаатай байх нь зөвшөөрөгддөг. Аргачлалд судалгааны үр дүнг боловсруулах аргын тухай заавал оруулна. Судалгааны аргачлалд дээр дурьдсан зүйлүүдтэй холбоотой график хүснэгт, номограмм, тооцооны материал, томъёо, дэс дараалал, үр дүнг боловсруулах аргазүй хавсрагдана. Судалгааны үед авч байгаа мэдээллээс эцсийн үр дүнгийн чанар шууд нөлөөлдөг учраас мэдээлэл аль болох үнэн байх, тухайн тохиолдлыг тооцдоггүй байх ёстой.

<u>Судалгаа явуулах</u>. Судалгааны ажлыг батлагдсан аргачлалын дагуу үнэн зөв явуулж зохих үр дүнг гаргаж авах нь судлаачийн ажлын хамгийн хариуцлагатай үе байдаг. Судалгааг онол, туршилтын хэлбэрийг хослуулан явуулна. Судалгааны ажлыг явуулснаар шаардагдах төсөөлөл боловсруулж судалгааны объектын загвар байгуулах, нэмэлт тайлбар үндэслэл бий болгох, онол туршилтын судалгааны үр дүнг харьцуулах боломжийг бүрдүүлнэ. Туршилт судалгааны явцад объек-тын онолын загварыг нарийвчлана. Судалгааг явуулахдаа онолын судалгааны үндсэнд лабораторийн ба үйлдвэрлэл, хээрийн туршилт хийнэ. Судалгааны ажлын энэ үе шатанд хэмжилтийн үр дүнг бүртгэх журнал хөтөлж, ашиглаж байгаа багаж төхөөрөмжийн ажиллагааны байдал, нарийвчлалд байнгын анхаарлаа хандуулна.

<u>Судалгааны үр дүнг боловсруулж, дүн шинжилгээ хийх.</u>

Туршилтын үр дүн нь түүний үнэн мөн /достоверность/-ийг магадлах боломжийг бүрдүүлнэ. Судалгааны үр дүнг математик статистикийн аргаар боловсруулна. Үүний үр дүнд математик дундаж $\overline{M}$, сонгож авсан хэсгийн дундаж $\overline{X}$, ерөнхий дисперси σ^2, сонгож авсан хэсгийн дисперси S^2, квадрат дундаж хэлбийлт σ /буюу S /, вариацийн коэффициент V, дундаж утгын алдаа $S_{\bar{x}}$, дундаж утгын харьцангуй алдаа P, туршилтын шаардагдах тоо зэргийг тодорхойлно. Тодорхойлох томъёонууд тэдгээрийг хэрэглэх тухай дараагийн бүлгүүдэд авч үзсэн болно. үр дүнг боловсруулах явцад дээрх туршилтын магадлалын зэргээс хамаарч t үзүүлэлтийн утга дараах байдалтай байна. $P_m=0.95$, үед $t=1.96$. $P_m=0.96$. $t=2.05$. $P_m=0.97$. $t=2.17$. $P_m=0.98$ $t=2.33$. $P_m=0.99$ $t=2.58$ байдаг. Статистикийн үзүүлэлтүүдээс корреляцийн коэффициент, тархалтын муруй зэрэг судлаж буй хэмжээсийн хоорондох хамаарлыг тогтоон математикийн хамгийн бага квадратын буюу бусад аргаар бодит хамаарлыг харуулсан график зурна.

Туршилтын үр дүн хүснэгтэд бичсэн түүврээс гадна туршилтыг төлөвлөх аргын үед аналитик (регрессийн ба корреляцийн тэгшитгэл) хэлбэртэй тэгш өнцөгт юмуу логарифмын координатын системд зурагдсан графикийн хэлбэртэй байж болно. Туршилтын явцад судалж байгаа зүйлийн тоон ба чанарын өөрчлөлтийн зүй тогтолд нөлөөлөх гол хүчин зүйл, тэдгээрийн харилцан нөлөөллийг тогтооно. Судалгааны үр дүнг боловсруулах явцад гаргаж авсан математик загвар тухайн технологи ажиллагааны мөн чанарыг илэрхийлж байгаа эсэхийг математикийн тусгай шалгуураар шалгаж тогтооно. Судалгаагаар гарсан үр дүнг урьд өмнө хийгдсэн юмуу, төсөөтэй судалгааны үр дүн, эдийн засгийн үзүүлэлттэй харьцуулж дүн шинжилгээ гаргана.

<u>Судалгааны үр дүнгээр дүгнэлт зөвлөмж гаргах.</u>

Судалгааны үр дүнг нэгтгэх, дүгнэлт зөвлөмж гаргах ажиллагаа тодорхой дүрэм, стандартын дагуу хийгдэнэ. Судалгаа шинжилгээний ажлын энэхүү үе шат нь судалгааны үр дүнд бодит дүгнэлт гаргах, улмаар түүнийхээ үндсэнд малын шинэ үүлдэр, ургамлын шинэ сорт, үйлдвэрийн шинэ бүтээгдэхүүн бий болгох, машин техникийн сэлбэг хэрэгсэл үйлдвэрлэх, технологи ажиллагааг сайжруулахтай холбоотой зөвлөмж боловсруулахад чиглэгдэнэ. Судалгааны үндсэнд гаргах дүгнэлт, зөвлөмж товч тодорхой, мөн чанарын үзүүлэлтээс гадна тоон үзүүлэлтийг агуулах ёстой. Дүгнэлт зөвлөмж нь хийсэн судалгааны үр дүн нь бодит байдалд нийцсэн, үнэн зөв байвал зохино.

Судалгааны үр дүнг бичлэгийн хэлбэрт юмуу, зураг төсөл, бусад хэлбэрт оруулах нь тодорхой аргачлал стандартын дагуу хийгдэнэ. Энэ тухай 1.5,1.6, 1.9-р зүйлд тодорхой бичсэн болно.

1.3 Судалгаа шинжилгээний ажлын сэдэв сонгох, туршилтанд бэлтгэх

Судалгаа шинжилгээний ажлын сэдэв нь манай орны шинжлэх ухаан технологийн хөгжлийн чиг хандлагатай уялдсан, зайлшгүй судалж шийдвэрлэвэл зохих асуудал байна. Судалгааны ажил эхлэн гүйцэтгэх гэж буй хүнд судалгаа шинжилгээний ажлын сэдвийг сонгох нь нэлээд төвөгтэй асуудал байдаг. Энэ нь судлаач эрдэм шинжилгээний ажил хийх зохих бэлтгэлийг хангаагүйтэй ихэвчлэн холбогддог. Судалгаа шинжилгээний ажлын сэдвийг сонгохдоо холбогдох мэдээллийг бүрэн ашиглаж тухайн салбарын техник, технологийн хөгжлийн одоогийн байдал хэтийн төлөвтэй сайтар танилцсан, тухайн чиглэлээр эрдэм шинжилгээний ажил эрхэлдэг байгууллагын эрдэм шинжилгээний ажилд оролцдог, салбарын өмнө тулгарч байгаа асуудлыг зах зээлийн эдийн засгийн харилцааны хөгжлийн үе шаттай холбон ойлгож түүнд анхаарлаа хандуулан тэргүүлэх эрдэмтэд, эрдэм шинжилгээний ажилтнуудын саналыг авч байвал сэдэв сонгоход нилээд дөхөмтэй болно. Өөрөөр хэлбэл аливаа судалгаа шинжилгээний ажлын сэдэв нийгмийн хэрэгцээ, судлаачийн мэдлэг чадвар, сонирхлоос урган гардаг. Эрдэм шинжилгээ, судалгааны ажлын сэдвийг сонгохдоо дараах зүйлүүдэд анхаарах нь зүйтэй. Үүнд:

· Судалгааны ажил хийхээр тодорхой сэдэв сонгон авч түүн дээрээ ажиллахын тулд онолын өндөр бэлтгэлтэй, туршилт явуулах арга барилыг эзэмшсэн байна. Судлаач өөрөө онолын өндөр бэлтгэлтэй, тэр чиглэлээ илүүтэй сонирхдог бол зохион бүтээх, эрэл хайгуулын чанартай судалгааны сэдэв сонгох хэрэгтэй.

· Шаардагдах лабораторийн тоног төхөөрөмж, түүхий эд, химийн материалын хангамж онцгой чухал үүрэг гүйцэтгэнэ. Судалгааны ажлын үр дүн өндөр нарийвчлалтай, үнэн байдлыг бүрэн тусгасан байхын тулд судлах гэж байгаа зүйл биет байдлаараа, лабораторийн ба үйлдвэрлэлийн туршилтад хэрэглэх багаж хэрэгсэл хүрэлцээтэй, найдвартай байх нь чухал.

· Судалгааны ажлын сэдэв цаг үеэ олсон, тодорхой үр дүнд хүрэх бололцоотой, уг сэдвийг гүйцэтгэснээр нийгэм эдийн засгийн ач холбогдолтой, шинжлэх ухааны шинэлэг талууд бий болох үндэстэй байх

· Судалгааны ажлын сэдэв төслийн хэлбэрээр юмуу, хэмжээ ихтэй, нарийн төвөгтэй бол хэд хэдэн хүн нэг сэдэв дээр ажиллаж болно. Ажлын хэмжээ бага ч гэсэн аливаа судалгааны ажлыг хэд хэдэн хүн нийлж гүйцэтгэн үе үе хэлэлцэж байвал эцсийн үр дүнд сайнаар нөлөөлөхөөс гадна судлаачид нэг нь нөгөөгөөсөө байнга суралцаж, мэдлэгээ тэлж байдаг. Иймээс судалгаа шинжилгээний ажил нь нэг хувь хүний ажил биш, харин тодорхой хамт олон хэсэг бүлэг хүмүүсийн ажлын үр дүн мөн. Судалгаа шинжилгээний ажлын сэдвийг сонгосны дараа удирдагчийнхаа санал, зөвлөгөөг авч хэрэгжүүлэх төлөвлөгөө боловсруулж, судалганы ажилдаа шууд орно. Үүний тулд тодорхой бэлтгэлийг хангасан байх ёстой.

<u>Бэлтгэл ажилд</u> зохион байгуулалтын болон арга зүйн олон талт ажил хамаарагдах бөгөөд тэдгээрээс ажлын эцсийн үр дүн шалтгаална. Судалгаа шинжилгээний ажлыг хийх бэлтгэлийг хангахын тулд:

· Сэдэвтэй холбоотой болон туршилтын үр дүн боловсруулахтай холбоотой ном, хэвлэл, тайлан, диссертаци бусад материалыг судалж товчилсон тэмдэглэл хөтөлнө. Хэрэв уг хэвлэлээс өөрийн судалгааны ажилд ишлэл авах бол түүнийг ашигласан хэвлэлийн газарт хэвлэгдсэн, нийт хуудасны тоо, ишлэл болгож авсан хэсэг хэддүгээр хуудсан дээр байгааг тус тус тэмдэглэж авна.

· Судалгаа явуулах газар орчны нөхцөл, тоног төхөөрөмж, багаж хэрэгсэл, компьютерийн хангамж, түүхий эд, химийн материал, бэлэн аргачлал, машины программ хангамжийг судална.

· Судлах зүйлийн физик утгын мөн чанар, судлах асуудлын хүрээ, судалгааны зорилго, шийдвэрлэвэл зохих зорилтуудыг нягтлан тодорхойлж, гүйцэтгэх ажлынхаа үндэслэл, төлөвлөгөөг боловсруулна.

· Туршилтыг төлөвлөх, үр дүнг математик статистикийн аргаар боловсруулах аргачлалыг судалж бүрэн эзэмшсэн байхын хамт компьютерийн зохих мэдлэгтэй, түүн дээр бичих, зурах, бэлэн программ оруулж чаддаг байна. Туршилт судалгааг явуулахдаа батлагдсан аргачлал, зааврыг баримтлана. Туршилтын дунд гарсан тоон ба чанарын үзүүлэлтүүдийг цаг тухайд нь боловсруулж, дүгнэлт хийж үзсэний үндсэнд туршилтын нөхцөл, аргачлалд засвар хийж болно. Судалгааны үр дүнг боловсруулах орчин үеийн арга нь түүний үнэн мөнийг тогтоох, зарим тохиолдолд туршилтын үр дүнд ашигтай өөрчлөлт оруулах боломжийг олгоно.

Энд бүх судлаачдад ашигтай нэгэн судлаачийн гэрээслэлийг бичих нь зүйтэй гэж үзлээ.

1. Судлаач өөрийн судлах асуудлынхаа онолын үндэслэлийг сайтар мэдсэн байх.

2. Туршилтыг аль болох энгийн хэрэгслээр явуулах.

3. Бүхнийг өөрийнхөө гараар хийж чаддаг болох, тэгэхдээ бүхнийг өөрөө хийх шаардлагагүй боловч хийж чаддаг байх нь хамгаас чухал.

4. Туршилтын ажиглалтын үед хэн нэгэнд итгэж болохгүй.

5. Ямарч саад бэрхшээл байсан тавьсан зорилгодоо заавал хүрэх.

6. Шударга үнэн байх явдал бол шинжлэх ухааны хуулийг зөв гаргана. Иймээс үр дүнг ямар нэгэн байдлаар “тааруулах, өөрчлөх” явдал огт байж болохгүй.

7. Туршилтын үр дүнг зөв байлгахыг ухаарч үзэл санаагаа бүү худалд. Нэг ч үгүй байснаас 10 буруу үзүүлэлттэй байсан нь дээр.

8. Ухаантай /хэдийгээр тэд танаас залуу байлаа ч/ хүмүүсийн зөвлөгөөг анхаарахгүй байж хэзээ ч болохгүй.

9. Өөрөө өөрийгөө шүүмжилж сур. Өөрийн шүүмжлэл алдаанаас хамгаална.

10. Үргэлж унш, суралц. Хүмүүс уншихаа болихоор сэтгэхээ больдог. /Дидро/

1.4 Эрдэм шинжилгээний ажлын төсөл, түүнийг хэрэгжүүлэх

Эрдэм шинжилгээний ажил нэг бүр тодорхой төлөвлөгөө боловсруулсан төслийн дагуу хийгдэнэ. Шинжлэх ухаан технологийн тэргүүлэх чиглэлийн хүрээнд гүйцэтгэх эрдэм шинжилгээ, туршилт, зохион бүтээх ажлыг шударга өрсөлдөөн, гэрээ захиалгын үндсэн дээр онол, арга зүйн өндөр түвшинд явуулж, захиалагчийн хэрэгцээ шаардлагыг хангасан үр дүн бий болгох ажиллагааг төлөвлөсөн баримт бичгийг шинжлэх ухаанд технологийн буюу **эрдэм шинжилгээний ажлын төсөл гэнэ.** Эрдэм шинжилгээний ажлын төсөл нь олон улсын, улсын, байгууллага дундын, байгууллага, аж ахуйн нэгж салбарын гэж ялгагдаж болно. Эрдэм шинжилгээний ажлын аль ч төсөл эх орны эдийн засаг, нийгмийн хөгжлийг түргэтгэх, оюуны баялагыг арвижуулах, эдийн засгийн аюулгүй байдлыг тууштай хамгаалах, хөгжилтэй орнуудын болон өөрийн орны шинжлэх ухааны технологийн ололтод тулгуурлан эх орны бүх талын нөөц баялгийг зөв зохистой ашиглах, дэлхийн зах зээлийн шаардлагад нийцсэн, экспортын зохицуулалт бүхий, шинжлэх ухааны багтаамжтай бүтээгдэхүүн үйлдвэрлэх улмаар хүмүүнлэг, ардчилсан нийгэм байгуулах, түүний тогтвортой хөгжлийг хангах зорилтыг шийдвэрлэхэд тус нэмэр болоход агуулга нь бүрэн чиглэгдэх ёстой билээ.

Монгол улсын засгийн газрын 1998 оны 14-р тогтоолоор "Шинжлэх ухаан технологийн төсөл хэрэгжүүлэх журам"-ыг батлан гаргасан юм. Энэхүү журамд зааснаар төсөл хэрэгжүүлэх үйл ажиллагаа нь төсөл захиалах, боловсруулах, сонгон шалгаруулах, түүнийг санхүүжүүлэх, гүйцэтгэлд нь хяналт тавих, үр дүнг баталгаажуулах, мэдээлэх, тайлагнах, түүнийг захиалагчид хүлээлгэн өгөх гэсэн үе шатаар явагдана. Манай улсын шинжлэх ухаан технологийн тэргүүлэх чиглэл, засгийн газрын үйл ажиллагааны хөтөлбөрт хамаарах төслийг тэргүүн ээлжинд сонгон авч Шинжлэх ухаан технологийн сангийн болон захиалагчийн хөрөнгөөр санхүүжүүлнэ. Улсын хэмжээний төслийн захиалагч нь Улсын Их Хурлын тамгын газар, Монгол улсын Ерөнхийлөгчийн тамгын газар, Засгийн газрын хэрэг эрхлэх газар, яамд, Шинжлэх ухааны академи байна. Эдийн засаг, нийгмийн салбаруудын хүрээнд хэрэгжүүлэх төслийн захиалагч нь тухайн салбарын төв байгууллага, салбар дундын шинж чанартай цогцолбор асуудлаар хөтөлбөр, төсөл боловсруулах даалгаварыг Монгол улсын Ерөнхийлөгчийн тамгын газар, Засгийн газрын хэрэг эрхлэх газар байна. Харин шинжлэх ухаан технологийн тэргүүлэх чиглэлийн хүрээнд явуулах суурь судалгааны захиалагч нь Шинжлэх ухааны академи байна. Улсын чанартай томоохон төслөөс гадна аливаа байгууллагын захиалгаар төсөл боловсруулж хэрэгжүүлж болно.

ШУТИС-ийн ректораас өөрийн сургуулийн сургалт, эрдэм шинжилгээний ажлыг чанаржуулах, тэргүүний цоо шинэ технологи боловсруулах, профессор багш нарын судалгаа шинжилгээний ажлыг дэмжих зорилгоор 1999 оны эхээр ШУТИС-ийн технологийн сан байгуулж холбогдох төслүүдийг багш, эрдэм шинжилгээний ажилтнаар боловсруулуулан зохих санхүүжилтийг өөрийн хөрөнгөөс гарган зарцуулж байна. Улсын хэмжээний төслийг эрдэм шинжилгээний байгууллага, их дээд сургууль, аж ахуйн нэгж байгууллага, эрдэмтдийн хамтлаг, монгол улсын болон гадаадын иргэн, харъяалалгүй хүний аль нь ч хэрэгжүүлж болно.

<u>Төсөл захиалах нь</u> захиалагчийн зүгээс төсөл боловсруулах ажлын чиглэлийг тодорхойлж тендер зарлах хэлбэрээр явагдана.Төслийн чиглэлийг тодорхойлохдоо түүний нийгэм, эдийн засгийн хэрэгцээ, шаардлага шинжлэх ухаан технологийн чиглэлтэй уялдаж буй эсэх, төслийн үр дүн нь үйлдвэрлэл, үйлчилгээ, сургалтанд ашиглагдах боломж, төсөл захиалах шаардлага зайлшгүй эсэх, төслийг хэрэгжүүлэх шинжлэх ухаан, эдийн засгийн нөөц бололцоо зэргийг судалж тодорхой шийдвэр гаргасан байх ёстой. Захиалагчдын хүсэлт, шийдвэрийг улсын технологийн үндэсний зөвлөл хүлээн авч хянан үзэж нийтэд зарлах үүргийг хүлээнэ. Харин байгууллага дундын юмуу нэг байгууллагын дотоод төсөл бол байгууллагынхаа хэмжээнд хэлэлцэж шийдвэрлэн захиалга өгнө.

<u>Төсөл боловсруулах.</u> Технологийн үндэсний зөвлөлөөс зарласан чиглэлийн дагуу төсөл гүйцэтгэгчид төсөл боловсруулна. Төслийг боловсруулахдаа дараах материал бүрдүүлсэн байна. Үүнд: Төслийн нэр, хугацаа, / эхлэх, дуусах он, сар/ захиалагч, гүйцэтгэгч, түүнийг санхүүжүүлэгч,

шаардагдах нийт зардал, төслийн удирдагч болон оролцогчдын овог нэр, мэргэжил, эрдмийн зэрэг цолыг тусгасан төслийн карт, төслийг гүйцэтгэх үндэслэл, төслийн эцсийн үр дүн, түүний шинэлэг буюу дэвшилттэй тал, нийгэм, эдийн засаг, шинжлэх ухааны ач холбогдол, төслийн үр дүнг шилжүүлэх, ашиглах / бусдад худалдах, лицензийн гэрээгээр ашиглуулах, төслийг санаачлагч өөртөө үлдээх г,м/ зэргийг багтаасан төслийн бүтэц гэсэн хоёр хэсгээс тогтоно. Энд дурьдсан зүйлүүдийг 1,2-д тусгасны дагуу хийж гүйцэтгэнэ.

Төсөл шалгаруулах. Тендерт оролцох төслүүдийг хүлээж авсны дараа мэргэжлийн эрдэмтдээр экспертиз хийлгэсний үндсэнд ШУА-ийн бага чуулганаар хэлэлцүүлж эхний шатны шалгаруулалт хийнэ. Эхний шатны шалгаруулалтаар үндсэн төслүүдийг Засгийн газрын Технологийн үндэсний зөвлөлөөр хэлэлцэж шийдвэрлэнэ. Энэ нь эцсийн шийд буюу 2 дахь сонгон шалгаруулалтын дүн болно. Үндэсний зөвлөлөөс шалгарсан төслийг хэрэгжүүлэх ажлыг Технологийн сан зохион байгуулна. Харин тодорхой албан байгууллага, аж ахуйн нэгж , компанийн захиалгаар гүйцэтгэгчийн шалгарсан төслийг захиалагч, гүйцэтгэгч хоёр байгууллагын хамтарсан гэрээний дагуу хэрэгжүүлнэ. Төслийг шалгаруулахаар экспертиз хийх, үнэлгээ дүгнэлт гаргахдаа захиалагчийн шаардлагыг онол, аргазүй, шинэлэг дэвшилттэй тал, үр дүнг үйлдвэр үйлчилгээнд ашиглах юмуу зах зээлд борлуулах боломж, эдийн засаг, нийгэм, шинжлэх ухаан технологийн ач холбогдол, материаллаг бааз, гадаад, дотоод мэдээллийн хангамж, төслийн удирдагч, гүйцэтгэгчдийн ажлын арга туршлага, онол практикийн мэдлэг чадвар зэрэг олон хүчин зүйлүүдийг харгалзан үзнэ.

Төслийг гэрээлж баталгаажуулах. Нэгэнт батлагдсан төслийг шинжлэх ухаан технологийн төсөл хэрэгжүүлэх журмын 1-р хавсралтаар баталсан үлгэрчилсэн загварын дагуу гэрээ хийж баталгаажуулна. Гэрээнд захиалагч гүйцэтгэгч байгууллага тэдгээрийн төлөөлөгчид төслийг хэрэгжүүлэх хугацаа, төслөөр гарах үр дүн, төслийн хүрээнд гүйцэтгэх ажлын дас дараалллыг тодорхойлсны үндсэнд "Төслийн үр дүнгийн даалгавар, Төслөөр гүйцэтгэх ажлын календарчилсан төлөвлөгөө"-г үйлдэж хавсаргана. Гэрээнд төслийн ажлын үр дүнгээр гарч болох шинэ бүтээлийн патент, оновчтой саналын гэрчилгээ авах болон зохиогчийн эрхэнд хамаарах бусад бүтээл бий болсон тохиолдолд бүтээлийг ашиглах онцгой эрхтэй холбоо үүссэн харилцааг Патентын тухай, Зохиогчийн эрхийн тухай, Иргэний хуулиудаар зохицуулах юмуу эсхүл энэхүү хуулиудад зааснаар аль нэг байгууллага хувь хүнд эзэмших эрхийг үлдээх зэрэг асуудлыг хэлэлцэж дуусгана. Гэрээнд захиалагч, гүйцэтгэгчийн хүлээх үүрэг, эдлэх эрх, хүлээх хариуцлага, үр дүнг баталгаажуулах үнэлэх хүлээлгэн өгөх үйлдвэрлэл хэрэглээнд шилжүүлэх, ашиглах, урамшуулах тухай холбогдох дүрэм, журам заавар, аргачлалд нийцүүлэн тусгана. Гэрээнд захиалагч гэрээлэгчийн албан ёсны төлөөлөгч гарын үсэг зурж холбогдох байгууллагын тамга дарж баталгаажуулна.

Төслийг санхүүжүүлэх. Энэхүү үйл ажиллагааг Улсын технологийн үндэсний зөвлөлөөс баталсан хөрөнгийн хэмжээ хуваарийг үндэслэн захиалагчтай байгуулсан гэрээний үндсэн дээр Технологийн сан эрхлэх бөгөөд байгууллага дундын бол захиалагч байгууллага, байгууллага доторхи гэрээ бол тухайн байгууллага санхүүжүүлнэ. Санхүүжилтэд "Шинжлэх ухаан технологийн санхүүжүүлэх гэрээ"-ний үлгэрчилсэн загварыг баримтлах бөгөөд төслийн санхүүжилтийн нийт зардалд төслийн хүрээнд хэрэгжүүлэх судалгаа, сорилт, туршилтын ажил болон хөрөнгө оруулалтын зардлаас гадна уг төслийг хэрэгжүүлэхтэй холбоотой дотоод, гадаадын сургалт, семинар, хурал, уулзалт, үзэсгэлэн, сурталчилгаа зэрэг арга хэмжээний зардлыг хамааруулна. Төслийг хэрэгжүүлэхэд оруулсан хөрөнгө оруулалтын үр дүнд ний болсон үндсэн хөрөнгийг төсөл дууссаны дараа хэрхэн эзэмших талаар төсөл санхүүжүүлэх гэрээнд заавал тусгана. Төслийг санхүүжүүлэхдээ уг ажлын эрдэм шинжилгээ зохион бүтээх ажлын шинж чанар түүний үр дүнг ашиглах хүрээ борлуулах боломж зэргийг харгалзан грант олгох буюу буцалтгүй санхүүжилт хийх, эргэн төлөгдөх нөхцөлтэйгөөр санхүүжүүлэх, харьцангуй бага хүүтэй зээл олгох гэсэн гурван хэлбэрийн алийг ч ашиглаж болно. Төслийн санхүүжилтийн хэлбэрийг Технологийн үндэсний зөвлөл юмуу хоёр байгууллагын хооронд хэлэлцэн шийдвэрлэж гэрээндээ тусгана. Гүйцэтгэгчийн хариуцлагыг өндөржүүлэх төслийн үр дүнгийн түвшинг дээшлүүлэх, тогтоосон хугацаанд ажлыг дуусгах зорилгоор төслийн батлагдсан нийт төсөвт өртөгийн

5-10%-тай тэнцэх хөрөнгийг улсын технологийн сан юмуу захиалагч байгууллага үлдээж төслийг дууссаны дараа захиалагчийн санал дүгнэлтийг үндэслэн олгоно. Төслийн гүйцэтгэлийн явц захиалагч, санхүүжүүлэгчээс үл хамаарах шалтгаанаар удаашрах буюу үр дүн нь гэрээнд заасан шаардлагыг хангахгүй тохиолдолд захиалагч гэрээг хугацаанаас нь өмнө цуцлаж, санхүүжүүлсэн хөрөнгийг гүйцэтгэгчээр нөхөн төлүүлнэ.

Төслийн гүйцэтгэлд хяналт тавихдаа уг төслийн хүрээнд хийгдэж байгаа эрдэм шинжилгээ, туршилт, зохион бүтээлтийн ажлын аргазүй, санхүүгийн үйл ажиллагаа, үр дүн гэсэн гурван чиглэл баримтлан холбогдох эрдэм шинжилгээний байгууллагын эрдмийн зөвлөл, Технологийн сан, захиалагч тус тусдаа юмуу хамтран хэрэгжүүлнэ. Эрдмийн зөвлөлөөс ажлын аргазүй, технологийн сангаас санхүүгийн үйл ажилллагаа захиалагчаас гарч байгаа үр дүнд байнгын хяналт тавьж төслийн үр дүнгийн даалгавар, гүйцэтгэх ажлын календарчилсан төлөвлөгөөний биелэлтийг сар, улирал, хагас жилээр гаргуулан тухай бүрд нь шаардагдах арга хэмжээ авч байх нь уг төслийн ажлын амжилтанд сайнаар нөлөөлөх гол үндэс болдог.

Төслийн үр дүн, түүнийг баталгаажуулах, мэдээлэх, тайлагнах. Төслийн үр дүнд онол туршилтын судалгааны тайлан, онолын үндэслэл, үзэл баримтлал, ном товхимол, эрдэм шинжилгээний өгүүлэл, шинэ ба шинэчилсэн бүтээгдэхүүн, түүний загвар, шинэ ба шинэчлсэн технологи, технологийн загвар, машин тоног төхөөрөмж, техник хэрэгсэл буюу түүний ажлын эрхтний кинематик, динамик, бүтээмжийн үзүүлэлтүүд, машин механизм түүний эд ангиудыг хийх ажлын зураг, судалгаа туршилтын ажлын үр дүнгээр үйлдвэрлэл явуулах техникийн үзүүлэлт, зураг тооцоо, жижиг дунд үйлдвэрийн үндсэн ажиллагааны төсөл, судалгаа, туршилт боловсруулалтын ажил болон үйлдвэрлэл, үйлчилгээний зориулалтаар ашиглах бусад төрлийн заавар, журам, аргачлал, математик загвар, түүнийг оновчилсон бодлого алгоритм, тооцооны математик хангамжийн программууд, стандарт, норм, бүдүүвчийн хэлбэртэй байж болно. Төслийн үр дүнг шинэ бүтээлийн патент, оновчтой саналын гэрчилгээ, экспертизийн комисс, эрдмийн зөвлөлийн хурлын болон холбогдох байгууллагын албан ёсны үнэлэлт, дүгнэлт зэргийн аль нэг юмуу шаардлагатай хэсүүдийг оролцуулан баталгаажуулна. Гүйцэтгэгчийн үйл ажиллагааны жил бүрийн тайланд төслийн гүйцэтгэлийн явцын талаар дэлгэрэнгүй тусгах бөгөөд эрдэм шинжилгээний ажлын тухай тайланг тодорхой дэс дараалал, стандартын дагуу /1.5,1.6 зүйлүүдийг үз/ бичнэ. Тайланг төсөл дууссанаас хойш хоёр сарын дотор багтаан бичиж гүйцэтгэсэн байна.

Төслийн үр дүнг хүлээлгэж өгөх, санхүүгийн өр, авлагыг барагдуулах: Төслийн үр дүнг хүлээлгэж өгөхдөө "Шинжлэх ухаан технологийн төслийн үр дүнг үнэлж, хүлээж авсан акт"-ыг үлгэрчилсэн загварын дагуу үйлдэнэ. Энэхүү актанд захиалагч, гүйцэтгэгчийн төлөөлөгчид хамтран төслийн үр дүнг үнэлж төслөөр гаргасан эцсийн үр дүн, тоо хэмжээ, үндсэн үзүүлэлтүүд, өөрийн өртөг гэсэн асуултууд бүхий маягтыг үйлдэж улмаар үр дүнг үйлдвэрлэл хэрэглээнд шилжүүлэх ашиглах хэлбэрээ тохирч оруулна. Үр дүнг шилжүүлэх ашиглах үйл ажиллагааг цаашид өргөжүүлэн явуулах ба энэ зорилгоор төслийг гэрээлэгч талууд хамтран хийж гүйцэтгэх ажил үр дүнг борлуулах тохиолдолд үнийг тохиролцон тогтоосон байна. Төслийн санхүүгийн тооцоо хийх, өр авлагыг барагдуулах технологийн санд шимтгэл оруулах, үр дүнг урамшуулах зэрэг асуудлыг санхүүжүүлэгч байгууллага зохих журмын дагуу хариуцан зохион байгуулж гэрээлэгч талууд тухай бүр дээр хамтран ажиллана. Захиалагч нь төсөл дууссанаас хойш 1-2 жилд багтаан түүний үр дүнг ашиглах талаар хийсэн ажлынхаа тухай мэдээ тайланг Технологийн үндэсний зөвлөлд, хэрэв байгууллага дотроо гэрээлж хийсэн бол байгууллагын удирдах зөвлөл, эрдмийн зөвлөл хамт олны хуралд мэдээлж байгууллагын жилийн тайланд тусгана. Эрдэм шинжилгээний ажлын төслийн үр дүнгээр гүйцэтгэгчид диссертаци, диплом, курсын төсөл бичиж хамгаалж болно.

1.5 Эрдэм шинжилгээний ажлын тухай тайлан

Эрдэм шинжилгээний ажлын тухай тайлан нь тухайн сэдэвт судалгааны ажлын талаархи эмх цэгцтэй мэдээлэл мөн. ЭША-ын тухай тайланд хамааруулж байгаа материал үнэн зөв, дэс дараалал сайтай, судалгааны үр дүн нь баталгаажсан, хэл найруулга яруу, товч тодорхой, зөвлөмж бүрэн үндэслэлтэй байх шаардлагатай.

ЭША-ын тайлан нь нүүр хуудас гүйцэтгэгчийн овог нэр, албан тушаал, эрдмийн зэрэг цол, ажлын тухай товч танилцуулга /реферат/ гарчиг, томъёолсон тэмдэглэгээ, товчилсон үг, хэллэг, нэр томъёо, нэгжийн жагсаалт, удиртгал, үндсэн хэсэг, дүгнэлт, ашигласан хэвлэлийн жагсаалт, дүгнэлт, хавсралт зэргээс тогтоно.

Ажлын тухай товч танилцуулга буюу реферат нь ажлын хэмжээ /хуудасны тоо/, зураг, хүснэгтийн тоо, уг тайлан хэдэн ботиос бүтсэн, ашигласан хэвлэлийн тоо, ямар хэл дээр бичигдсэн, түлхүүр үгийн жагсаалт, ажлын тухай бичлэгээс тогтоно. Түлхүүр үг гэдэг нь тухайн судалгааг явуулахад хамгийн өргөн дэлгэр хэрэглэгдсэн, бичлэгт олон дахин давтагдсан, ажлын гол агуулгыг илэрхийлэхэд шаардлагатай 5-10 үг байх бөгөөд тэдгээр үгүүд нь нэрлэхийн тийн ялгал, ганц тоон дээр бичигдэнэ. Бичихдээ хооронд нь таслал тавина. Рефератын бичлэгийн хэсэг чухам юуг судалсан, ажлын зорилт, судалгааны аргазүй, ашигласан багаж хэрэгсэл, компьютерийн программ, хүрсэн үр дүн, түүний шинэлэг тал, үйлдвэрлэлд нэвтэрсэн байдал, хэрэв нэвтрээгүй бол нэвтрүүлэх тухай зөвлөмж, эдийн засгийн дүгнэлт, ашиглах салбар, техник ашиглалтын болон зохион бүтээсэн зүйлийн хийц, зохиомж, технологи ажиллагааны агуулгыг оруулна. Рефератын хэмжээ 2000 үсгийн тэмдэгтээс ихгүй байх ба туршлагатай эрдэмтэд 1200 тэмдэгтэд багтаасан байдаг.

Удиртгал хэсэгт судлаж шийдвэрлэх гэж байгаа асуудлын одоогийн байдалд дүгнэлт өгч ямар учраас судлах болсон, өөрөөр хэлбэл уг сэдвийг сонгох шаардлага зайлшгүй болсон тухай, сэдвийн шинэлэг тал, судалгааны ажлуудтай ямар холбоотой болох, судалгааны ажлын зорилго, зорилтын тухай тус тус багтааж оруулна. Хэрэв ЭША-ын тухай тайлан хэд хэдэн үе шатаас тогтсон бол үе шат бүрд эцсийн үр дүнд ямар асуудлыг шийдвэрлэх гэж байгаа тухайгаа оруулна. Үе шатны тайланг дэс дараалуулан дугаарлаж ботилоод өмнө нь ерөнхий удиртгал бичиж болно.

Үндсэн хэсэг. Эрдэм шинжилгээний ажлын тухай тайлангийн үндсэн хэсэг нь УСТ-д заагдсаны дагуу бичигдэх бөгөөд энэ хэсэгт ажлынхаа агуулгыг бүрэн тусгасан байвал зохино. Энэхүү агуулгад судалгааны ажлын чиглэл, аргазүй, онолын болон туршилт судалгаа, судалгааны үр дүнг боловсруулан нэгтгэж гаргасан үнэлгээ зэрэг орно. Хэрэв судалгаа шинжилгээний ажил урьд өмнө батлагдсан тодорхой төлөвлөгөө /хөтөлбөр/, техникийн даалгаварын дагуу хийгдсэн бол завсрын тайлан бичих хэрэггүй, ажлынхаа тухай зөвхөн нэг л тайлан бичнэ. Тайланд:

. Авч судалж байгаа чиглэлийн сонголтын үндэслэл, тавьсан зорилтоо шийдвэрлэсэн аргууд, тэдгээрийн хоорондох харьцуулсан үнэлгээ, боловсруулж баримталсан ерөнхий аргазүй, олсон үр дүнд хийсэн шинжилгээг нэгтгэж дүгнэсэн байдал.

· Туршилт судалгаа явуулахын тулд хийж гүйцэтгэсэн онолын судалгааны агуулга, хэв шинж, судалгааг явуулсан болон тооцооны аргачлал боловсруулж ашигласан багаж төхөөрөмжүүд, тэдгээрийн үзүүлэлт, хэмжилтийн алдааны үнэлгээ, гаргаж авсан туршилтын өгөгдлүүд

· Судалгааны үед тавьсан зорилтоо хэрхэн шийдвэрлэсэн, гаргаж авсан үр дүнгийн үнэмшлийн үнэлгээ, энэ чиглэлээр гадаад, дотоодын эрдэмтдийн явуулсан онол, практикийн судалгааны үр дүнтэй харьцуулсан харьцуулалт, нэмэлт судалгаа явуулах шаардлагын үндэслэл, цаашдын судалгаанд гарч болох сөрөг үр дүн зэрэг зүйлийг багтаана. Судалгааны үр дүн нь тодорхой материал, бодисын шинж чанартай холбоотой хийгдсэн бол түүнийг хавсралтад зааж үзүүлнэ.

Дүгнэлт гэсэн хэсэгт хийж гүйцэтгэсэн ЭША болон түүний үе шатны үр дүнгийн товч агуулга, ашиглах зарчим, үйлдвэрлэл үйлчилгээнд нэвтрүүлснээр гарах техник эдийн засгийн үр ашгийн тооцоог тусгана. Хэрэв ийм тооцоо хийх бололцоогүй бол нийгэм эдийн засаг, эрдэм шинжилгээний ач холбогдлынх нь тухай заавал оруулж ирнэ.

Хавсралтанд судалгааны ажлыг явуулах явцдаа хийсэн патентын судалгааны тайлбар, хэвлүүлсэн материалын нэр, хэрэв хэвлэгдсэн буюу эрхийг нь хамгаалсан бол шинэ бүтээл, патентын жагсаалт зэргийг заавал оруулна. Үүнээс гадна ЭША-ын тухай тайланг нэлээд дэлгэрэнгүй мэдээлэлтэй байлгахын тулд математикийн томъёо, тооцооны эцсийн үр дүнд хүрэх замд хийсэн математикийн баталгаа, туслах тоон өгөгдлийн хүснэгт, туршилтын акт, протокол, судалгааны ажилд хэрэглэсэн багаж төхөөрөмж, тайлбар бичлэг, ажлыг гүйцэтгэх явцад боловсруулсан ТБЭМ дээр бодсон бодлогын программ, алгоритмын тайлбар, түүнийг ашиглах аргачлал, заавар, мөн туслах чанарын зураг, эрдмийн юмуу ШУ техникийн зөвлөлийн шийдвэрийн хуулбар судалгааны үр дүнг нэвтрүүлэх тухай актууд зэрэг туслах чанарын материалуудыг хавсаргаж болно.

1.6 Тайлан бичих журам

Тавигдах ерөнхий шаардлага: Тайланг А4 хэмжээний цагаан өнгийн цаасны нэг талд 2,5 мм-ээс багагүй өндөртэй шрифтээр мөрийн хооронд 1.5 интервалаар компьютерээр бичнэ. Хуудсанд бичсэн бичлэг нь цаасны захаас зүүн гар талд 30 мм, баруун гар талд 15 мм, дээд талд 15 мм, доод талдаа 20 мм-с багагүй байна. Бичлэгийн үсэг нэг бүр тодорхой, хар өнгөтэй, бичлэгийн нягт ижил байх шаардлагатай бөгөөд бичлэгийн дөрвөн талд гаргах зайг тохируулсан үед компьютер өөрөө тохируулан бичнэ. Тайланд хүний овог нэр, албан газар, үйлдвэр байгууллага, компаний нэрийг орчуулалгүйгээр бичих бөгөөд хэрвээ уг нэрийг заавал орчуулах шаардлагатай бол тэр тухайгаа тайланд уг нэр хамгийн анх удаа бичигдэх үед санамж бичлэг хийж өгнө. Хэрэв тайлангийн бичлэгт үгийг товчлох бол стандартад заасны дагуу гүйцэтгэнэ. /МУИС, ШУТИС, ХХААЯ, ҮХЯ г.м/ Хэрэв тайлан хэд хэдэн ботиос тогтсон бол нэг ботийн хэмжээ 90 хуудаснаас илүүгүй байх нь зохимжтой. Тайлангийн үндсэн хэсгийн бичлэг нь бүлэг /раздел/ , бага бүлэг /подраздел/, зүйл /пункт/ гэж хуваагдана. Бүлгийн нэрийг цаасныхаа хоёр талд харьцангуйгаар голлуулж тод бичих бөгөөд бага бүлэг зүйлийг мөрийн эхнээс 15-17 мм-ийн хойноос буюу 5 үсгийн зайг орхиж бичнэ. Гарчигийн бичлэгт үгийг тасалж болохгүй, гарчигийн төгсгөлд цэг тавьдаггүй. Хэрэв гарчиг хоёр өгүүлбэрээс тогтсон бол цэгээр зааглаж болно. Тайланд "гүйцэтгэгчид ", "реферат", "гарчиг /агуулга/", "таних тэмдэг, нэгж, нэр томъёоны тэмдэглэл" , "удиртгал", "дүгнэлт", "ашигласан хэвлэлийн жагсаалт" гэсэн үгүүдийг тусгай цаасан дээр дурьдсан маягаар бүлгийн адил гарчиглаж бичнэ. Гарчиг үндсэн бичлэгийн хоорондох зай 3-4 интервал байна. Бүлэг тус бүр шинэ хуудаснаас эхлэн бичигдэнэ.

Дугаарлалт. Тайлангийн бичлэгийн хуудас нэг бүрийг доод талын өнцөгт араб үсгээр бичиж дугаарлана. Нүүр хуудас ерөнхий дугарлалтад орох бөгөөд түүн дээр дугаар тавьдаггүй. Бүлэг нэг бүрийг бичлэгийн эхнээс дэс дараалluулан дугаарлаж дугаарыг араб тооны ард цэг тавьж бичнэ. Харин удиртгал дүгнэлтийг дугаарладаггүй. Бага бүлэг, уг бүлгийнхээ хүрээнд /1.1, 1.2, 1.3 г.м / дугаарлах ба бүлэг бага бүлгийг дугаарласан тооны ард болон уг дугаарын ард цэг тавина. / 1.1,4.3 г.м/ зүйлийг бага бүлгийн хүрээнд араб тоогоор бичиж дугаарлана. Тэгэхдээ бүлэг,бага бүлэг, зүйлийг тэмдэглэсэн тоонуудын хооронд цэг тавьж тэмдэглэнэ. /2.1.4-хоёрдугаар бүлгийн доторхи нэгдүгээр бага бүлэг дөрөвдүгээр зүйл гэсэн тэмдэглэгээ/. Хэрэв тайлан хэд хэдэн ботиос тогтсон бол боть бүрийг ром тоогоор нүүр хуудсан /титульный лист/ дээр бичиж дугаарлана.

Бичлэг дотор орсон хүснэгт, зураг, схем, график бүхий хуудас ерөнхий дугаарлалтад орно. Хэрвээ тайланд А4 хэмжээнээс том хэмжээний цасан дээр хүснэгт, зураг, схемийг нэг хуудас маягаар оруулах бол бичлэг дотор энэ тухайгаа дурьдаад ерөнхий дүгнэлтийн ард хавсаргана. Тайлангийн бичлэгийн хэсэгт зураг, хүснэгтийг бүлгийн хүрээнд 1,2-р зураг, 1.3-р хүснэгт, 2.4-р зураг, 2.1-р хүснэгт гэх мэтчилэн бичиж тэмдэглэнэ. Хэрэв тайланд ганцхан хүснэгт байвал түүнийг дугаарлалгүйгээр бичнэ. Зураг, хүснэгт, график тус бүрд тодорхой нэр өгч, тайлбарыг бичлэгийн хэсэгт хийнэ. Хэрэв зураг, хүснэгт нэг хуудсан дээр багтахгүй бол дараагийг хуудасны баруун дээд талд тэд дугаар зураг, хүснэгтийн үргэлжлэл гэж гарчиглаад үргэлжлэлийг бичнэ. Тайланд орж байгаа томъёоны дугаар бүлгийнхээ хүрээнд бичигдэх бөгөөд томъёоны ард нэг эгнээнд бага хаалтан дотор (1.3), (2.16) гэх мэтчилэн бичиж тэмдэглэнэ. Бичлэг дотор хэд хэдэн тайлбар хийх шаардлагатай бол "Тайлбар"гэсэн үгийн ард тодорхойлох цэг тавьж тайлбар нэг бүрийг бичээд араб тоогоор дараалуулан

Тайлбар:

1.................

2.................

3.................гэж бичиж тэмдэглэнэ. Хэрэв ганцхан тайлбар байвал дугаарлахгүй.

<u>Зураг, хүснэгт.</u> Тайланд компьютерээр зурсан юмуу фото, хуулбарласан, өөрөө цагаан цаасан дээр хар өнгийн тушээр

тод зурсан зураг оруулна. Хэрэв фото зураг А4-ийн хэмжээнээс бага бол стандартын хуудас цаасан дээр наана. Тайланд орсон зураг, хүснэгтийг харж унших үед тайланг аль болохоор эргүүлэхгүй байхаар тэдгээрийг байрлуулах ба хэрэв эргүүлэх шаардлагатай бол тайланг цагийн зүүний хөдөлгөөний дагуу 90 градусаар эргүүлэн харж уншихаар байрлуулна. Зураг хүснэгтийг бичлэг, түүний тухай эхлэн дурьдсаны дараа тэр хэсэгт оруулна. Зураг, хүснэгт нэг бүр оноосон нэртэй байхын хамт ойлголтыг тодорхой болгох зорилго бүхий тайлбартай байна. Хүснэгтийн нэрийг дээд талд, зургийн нэр тайлбарыг түүний доод талд нь бичнэ. Хэрвээ тайланд дугаарлах шаардлагагүй зураг орсон бол түүний нэрийг зургийнхаа дээд талд бичиж болно. Тоон утгаар илэрхийлэгдэх өгөгдөл ихэвчлэн хүснэгтэд бичигдэнэ. Хүснэгт хийхдээ диогналдсан шугам татаж болохгүй бөгөөд толгойн хэсэгт бичигддэг тодруулах багана ба мөрийн нэрийг том үсгээр, түүнээс бусдыг жижиг үсгээр эхлэн бичнэ. Хэрэв хүснэгтийн босоо баганын тоо олон, уг хүснэгт дараагийн хуудсанд шилжих шаардлагатай бол багануудын нэрийг эхнээс нь дугаарлаад дараагийн хуудсанд баганын нэрийг бичилгүйгээр уг дугаараа тавьж болно.

Томъёо бичих. Тайланд томъёог компьютер юм уу онц шаардлагатай үед гараар мөр ээлүүлэн бичнэ. Томъёонд орсон үсгүүд нь олон улсын стандартад хэрэглэдэг тэмдэглэгээгээр бичигдэх бөгөөд чухам юуг тэмдэглэсэн болохыг томъёоныхоо доод хэсэгт бичиж тайлбарлана. Энэхүү тайлбарыг хийхдээ “Энд гэдэг үгийг тодорхойлох цэггүйгээр бичээд үсгэн тэмдэглэгээ нэг бүрийн тайлбарыг шинэ мөрнөөс эхлэн бичнэ. Томъёоны дээд доод талд нэг мөрийн хэмжээний зай үлдээнэ. Хэрэв томъёо нэг мөрөнд багтахгүй бол тэнцэх (=), юмуу нэмэх (+), хасах (-), үржих (·), хуваах (:) тэмдэг байгаа хэсгээр таслан дараагийн мөрөнд үргэлжлүүлэн бичнэ.

Тодруулга (ссылка) хийх. Тайлангийн бичлэгийн хэсэгт ямар бүтээлээс ишлэл авсан тухай тодруулга хийхдээ хуудасны доод талд ишлэл авсан бүтээлийн зохиогч, бүтээлийн нэрийг бичих юмуу ашигласан бүтээлийн жагсаалтанд байгаа дугаарыг дунд хаалтанд бичиж тэмдэглэнэ. Бичлэг, зураг, хүснэгтийн тухай тодруулга хийх бол зургийн дугаарыг (2.1-р зураг), томъёог (2.1) гэх мэтчилэн бага хаалтанд бичнэ. Хүснэгтийн тухай тодруулга хийх (1.6-р хүснэгт) гэх мэтчилэн бичнэ. Хэрэв бичлэгийн хэсэгт зураг, томъёо, хүснэгтийн талаар дахин давтан дурьдаж тодруулга хийх бол (2.1-р зургийг үз), (1.6-р хүснэгтийг үз) гэх мэтчилэн бичиж тэмдэглэнэ.

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">3</td></tr>
<tr><td colspan="2">4</td></tr>
<tr><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td></tr>
</table>

<u>Нүүр хуудас.</u> Тайлангийн анхны хуудас нь нүүр хуудас байдаг. Нүүр хуудсыг 1.1-р зурагт үзүүлсний дагуу цэвэр үзэмжтэй хийнэ. Тоогоор дугаарласан талбайг дараах байдлаар бөглөнө. Үүнд:

1-Уг ажлыг гүйцэтгэсэн байгууллагын нэр.

Жич: Монгол улсын Боловсрол Соёл Шинжлэх Ухааны Яам. Шинжлэх ухаан технологийн их сургууль

2-Улсын бүртгэлийн дугаар (УДК)

3-Талбайн зүүн хэсэгт зөвшөөрсөн, баруун хэсэгт баталсан байгууллага, түүнийг төлөөлөх хүний албан тушаал, эрдмийн цол, зэрэг, гарын үсэг, байгууллагын тамга байна. Хэрвээ энэхүү тайлан диссертацийн хэлбэртэй бичигдсэн бол горилогчийн овог нэрийг энэ талбайд бичнэ.

4- Сэдвийн нэр

5- Эрдэм шинжилгээний ажлын үе шатны тухай тэмдэглэл, хэрэв диссертаци бол мэргэжлийн нэр, шифр бичигдэнэ.

6- Судалгааны ажлыг гүйцэтгэгчийн овог нэр, эрдмийн зэрэг цол, гарын үсэг бичигдэнэ. Хэрвээ тайлан диссертацийн хэлбэрээр бичигдсэн бол удирдагчийн овог нэр, эрдмийн зэрэг цол, гарын үсэг бичигдэнэ.

7- Хот, гүйцэтгэсэн оныг бичнэ. Нүүр хуудсанд бичигдэх үгүүдийн үсгийн өндөр, өргөнийг гүйцэтгэгчид өөрөө сонгох бөгөөд энэ нь гоё үзэмжтэй, алдаагүй, тод сайхан бичигдсэн байх ёстой.

<u>Агуулга(гарчиг).</u> Тайлангийн агуулгад бүх бүлэг, бага бүлэг, зүйлийг шинэ мөрнөөс эхлэн бичиж, чухам хэддүгээр хуудаснаас эхэлсэн тэр дугаарыг бичнэ. Хэрэв тайлан хоёр юмуу хэд хэдэн ботиос тогтсон бол эхний ботид тайланд орсон нийт материалын агуулгыг тусгайлан бичихгүй. Хэрэв тайлан 10-аас бага хуудсанд бичигдсэн бол агуулгыг бичих шаардлагагүй.

<u>Таних тэмдэг, нэгж, нэр томъёоны тэмдэглэл</u>. Хэрэв тайланд тусгай нэр томъёо, бага хэрэглэгддэг товчилсон үг, шинэ тэмдэглэгээг ашигласан бол түүнийг эхний хуудсанд

цагаан толгойн үсгийн дэс дараалллаар тайлбартайгаар, өөрөөр хэлбэл товчилсон үгийг бүтэн үгээр нь томъёонд орсон үсгэн тэмдэглэгээ чухам юуг зааж байгаа болохыг тодруулж бичнэ. Энэхүү тодруулсан тайлбар бичигт орж байгаа тэмдэглэгээ тус бүрийг шинэ мөрнөөс эхлэн бичнэ. Хэрэв тусгай нэр томъёо, бага хэрэглэдэг товчилсон үг, шинэ тэмдэглэгээ 3-аас цөөн тоогоор давтагдах бол эхний хуудсанд тайлбарлах шаардлагагүй бөгөөд түүнийг бичлэгийн тухайн хэсэгт тайлбарлан бичнэ.

Ашигласан материалын жагсаалт. Тайлан, диссертаци, дипломын ажил, төслийг бичихэд ашигласан, ишлэл авсан бүтээлийг ашигласан материалын жагсаалтанд бичнэ. Жагсаалтыг хийхдээ цагаан толгойн үсгийн дэс дараалллын дагуу зохиогчийн нэрийн дараалллаар юм уу эсхүл тайлан, диссертаци, дипломын төслийг бичих явцад ишлэл авсан дэс дараалллаар гүйцэтгэнэ. Ашигласан материалын жагсаалтад бүтээлийн тухай бичиж тэмдэглэхдээ эхлээд зохиогчийн нэр, дараа нь бүтээлийн нэр, хаана, ямар нэртэй хэвлэлийн газарт, хэдэн онд хэвлэгдсэн, нийт хуудасны тоо, хэрэв тодорхой нэг байгууллагын эрдэм шинжилгээний бичигт хэвлэгдсэн бол зохиогчийн нэр, бүтээлийн нэр, тийм байгууллагын эрдэм шинжилгээний бүтээл, дугаар, хаана, хэзээ, хэвлэгдсэн, хэддүгээр хуудсанд байгааг заана. Энэхүү тэмдэглэгээн дотор байгаа зохиогчийн нэрийн хооронд болон товчилсон үг орсон бол ард талд нь цэг, таслал, үг бүтнээрээ бичигдсэн бол зөвхөн таслал тавих ба төгсгөлд нь цэг тавина. Жишээлбэл:

1. Ч.Авдай, Ж.Гэрэлхүү, Д.Дамдинсүрэн нар “Хөдөлмөрийн аюулгүй ажиллагаа, эрүүл ахуй”. УБ. “Чулуунбар” ХХК – ын хэвлэл. 416-р хууд.

1.7 Диссертацийн ажил түүний онцлог

Диссертаци нь Латинаар – “dissertatio” –судлах, тунгаан бодох, шүүн хэлэлцэх гэсэн утгатай үгнээс гаралтай бөгөөд судлаачаас хийж гүйцэтгэсэн судалгаа шинжилгээнийхээ ажлын үр дүнгээр эрдмийн зэрэг хамгаалахаар туурвисан шинжлэх ухааны мэргэшлийн шинжтэй тусгай хэлбэрийн бүтээл юм. Диссертацийн ажил нь улс ардын аж ахуйн тодорхой салбарын эн тэргүүний зорилтыг шинжлэх ухааны үндэслэлтэйгээр шийдвэрлэх технологийн боловсруулалтын шийдэл, эрдэм мэдлэгт үнэтэй хувь нэмэр оруулж тодорхой асуудлыг шийдсэн байх ёстой. Судлаачаас шинжлэх ухаанд бие даан оруулж байгаа энэхүү бүтээлд судалгааны явцад илрүүлсэн эрдэм шинжилгээний шинэ үр дүн, харьцуулалт, хамгаалах зүйл, дүгнэлт, зөвлөмж зэрэг орно. Хамгаалах үед диссертацийн хүрээнд хийгдсэн судалгааны ажлын үр дүн нь хэвлэлд нийтлэгдэж олны хүртээл болсон, үйлдвэрлэлд нэвтэрсэн юмуу нэвтрэхэд бэлэн болж оюуны өмчийн газраас шинэ бүтээлийн патент, ашигтай загварын гэрчилгээ авсан байна. Диссертацийн ажил нь стандартын юмуу судлаачдын өргөн хэрэглэдэг аргачлалын дагуу хийгдсэн судалгаагаар үндэслэл сайтай үнэн зөв тогтоож илрүүлсэн бодит мэдээлэл, шинэ үзэгдэл, зүй тогтол, таамаглал, үр дүнг шинжлэх ухааны хэллэгээр давхардуулалгүй яруу тод ойлгомжтой бичигдсэн байна. Энэхүү номын 1.5, 1.6 дугаар зүйлд эрдэм шинжилгээний ажил гүйцэтгэх, тайлан бичих талаар тавигдах шаардлага, арга зүй диссертацийн ажил бичихэд нэгэн адил хамаарна.

Шинжлэх ухааны бүтээл туурвихад мөрдөх зүйл. Судалгаа шинжилгээний ажил гүйцэтгэх хэн боловч юуны түрүүн өөрийн үндсэн мэргэжлээ сайтар эзэмшсэн, шинжлэх ухааны бүтээл туурвих, ерөнхий арга зүйг мэддэг, судалгаа явуулах салбарын өмнө тулгарч байгаа асуудал түүнийг шийдвэрлэх арга замын талаар тодорхой төсөөлөлтэй болсон байна. Судалгаа явуулах гэж буй сэдэв, чиглэлийн дагуу урьд өмнө эрдэмтэдийн гүйцэтгэсэн ажил, туурвисан бүтээлүүд, бичиж хамгаалсан диссертациудыг судлаж шийдвэрлэвэл зохих асуудлынхаа мөн чанартай гүнзгий танилцах явцад судалгааны ажлын зорилго, зорилт, улмаар диссертацийн ажлын сэдэв тодорхой болно. Шинээр бий болгосон судалгааны ажлын үр дүн урьд өмнө нь энэ талаар хуримтлуулсан мэдлэг хоёрын хооронд диалектик харилцан үйлчлэл байдаг. Судалгааны ажлын цоо шинэ үр дүн нь энэ талаархи мэдлэгийг гүнзгийрүүлэн тэлдэг. Шинжлэх ухаан технологийн бодит ололт амжилтад тулгуурласан зөгнөл, таамаглал, тунгаан бодохуй нь эрдэм шинжилгээний ажлын амжилтанд хүрэх хүчин зүйлүүдийн нэг бөгөөд шинэ санаа, төсөөллийг бий болгох, ирээдүйгээ харсан шинжлэх ухаанч сэтгэлгээ мөн. Судалгааны үед тайлбарлахад төвөгтэй, практик амьдралд нэвтрүүлэх бололцоогүй байсан ч шинэ санааг орхиж болохгүй. Судлаж байгаа зүйлсийн чинь мөн чанар нэгэн зэрэг илэрдэггүй, өөрөөр хэлбэл шинжлэх ухаанд энгийн мэт атлаа тэр болгон онцлон авч тайлбарлах боломжгүй нөөцлөгдөн үлддэг хүчин зүйл, үзэгдэл зөндөө байдаг. Шинжлэх ухааны тодорхой нээлт гарсны дараа учрыг нь бүрийн тунгааж олоогүй үзэгдэл юмс тодорхой байснаар шинжлэх ухааны хөгжил түргэсдэг.

Судлаач судалгааны үед өөрийн сонгон авсан сэдвийнхээ гол түлхүүр асуудалд анхаарлаа төвлөрүүлээд анхны үзэмжээр нөлөө багатай, бараг хөндлөнгийн гэж үзсэн зарим хүчин зүйлсийг ч тооцохгүй орхиж болохгүй. Нөлөө багатай, бараг нөлөөгүй гэж үзсэн хүчин зүйл хамгийн гол нөлөөтэй, товчхон хэлбэл шинжлэх ухааны нээлтийн эхлэл ч болж мэднэ. Иймээс судалгаа шинжилгээний ажлын явцад илрүүлсэн баримт нэг бүрийг орчин үеийн шинжлэх ухааны үүднээс тайлбарлаж түүний онол практикийн утга агуулга, ач холбогдлыг тодорхойлох, ерөнхий танин мэдэхүйд ямархуу үүрэг нөлөөтэй болохыг гаргаж тавих хэрэгтэй байдаг. Судалгаа туршилтын ажлын үр дүнд илрүүлсэн шинжлэх ухааны баримтууд нь судлаачийн бүтээлч үйл ажиллагааны үр дүн бөгөөд түүний шинжлэх ухаанч үзэл бодлыг тэлж өгдөг. Иймээс ч хүний сэтгэлгээ үзэл бодлыг, хэлбэр бодит байдлыг тусгаж байдаг гэж философийн үүднээс тайлбарласан байдаг. Үзэл бодол нь судлах зүйлдээ чиглэхийн зэрэгцээ бодит зүйлийг танин мэдэх, өөрчлөх боломж тавьсан зорилгын ухамсрыг агуулж байдгаараа шинжлэх ухааны сэтгэлгээ, мэдлэгээс ялгагдана. Үзэл бодол нь хүрээлэн байгаа орчин, хүний амьдралын хэрэгцээ, бодит байдлаас урган гарах бөгөөд бодит баримт, үзэгдлүүд түүний үндэс болж өгнө. Амьдрал тодорхой зорилтыг шийдвэрлэхийг дэвшүүлэн гаргадаг ч түүнийг нэг удаа бүрэн шийдэж чаддаггүй, өөрөөр хэлбэл тухайн зорилтыг шийдвэрлэхийн тулд тал бүрээс нь аажим, аажмаар дөхөж очно. Судлаачаас өөрийн танин мэдэхүйгээ хөгжүүлэх явцад олж авсан шинжлэх ухааны үзэл бодол нь тодорхой судалгаа туршилтын ажлын үр дүнд бодит байдалд хүрдэг. Харин судалгаа явуулах туршилт хийхийн тулд холбогдох ном, хэвлэлийн материал, мэдээллийг бүрэн судлаж, шаардлага хангасан орчин үеийн багаж төхөөрөмжийг ашигласнаар тавьсан зорилтоо хэрэгжүүлж чадна. Судалгаа туршилтын үед цуглуулсан баримт мэдээлэл, хэмжилтийн үр дүнг зориуд засварлах, батлаж баримтжуулах зүйлээ хялбарчилж үл болно. Орчин үеийн шинжлэх ухаан технологийн ололт, амжилт өөрийн чинь судалгаатай холбоотой судалгаа туршилтын ажлын хүрч байгаа үр дүнг дэлхий нийтийг холбосон мэдээллийн технологийн хэрэгсэл интернет, өмнөх судлаачдын диссертаци, олон улсын хэмжээнд хүлээн зөвшөөрөгддөг шинжлэх ухааны нэрд гарсан сэтгүүл, түүх архивын материалаас олж мэдэхэд ихээхэн хялбар болж байна. Гэхдээ түүнийг гадаад хэл, цахим техникээр дамжуулан авах хэмжээ өсч байгаа тул судлаач хэн боловч энэ талын өргөн мэдлэг, өндөр боловсролтой болсон байх шаардлагатай байгааг анхаарч, судалгааныхаа ажилд дээр дурьдсан зүйлүүдийг мөрдлөг болговол сая амжилтанд хүрч диссертаци бичих түвшинд хүрнэ.

Диссертацийн ажил гүйцэтгэхэд анхаарах зүйл. Диссертацийн ажил нь энэхүү номын 1.2-д бичсэн судалгаа шинжилгээний ажил гүйцэтгэх дэс дарааллын дагуу явагдана. Дээр нь нэмж дараах зүйлүүдийг докторант горилогчид анхаарч ажиллах хэрэгтэй байдаг. Үүнд:

1. <u>Сонгосон сэдвийнхээ чухал болохыг тодорхойлох.</u> Сонгон авсан сэдэв нь тухайн салбартаа эн тэргүүн ээлжинд судлаж шийдвэрлэвэл зохих нийгэм эдийн засаг, шинжлэх ухааны ач холбогдолтой, Монгол улсын шинжлэх ухаан технологийн хөгжлийн чиг хандлагад хамрагдсан асуудал байх ёстой. Сэдвээ зөв сонгох нь судлаачийн мэргэжлийн бэлтгэл, судалгаа туршилтын ажил гүйцэтгэх чадвар эзэмшсэн байдалтай уялдсан мэргэшлийн үйл ажиллагаа мөн. Тухайн сэдвийн дор судлах зүйлийнхээ мөн чанарыг илрүүлж, тэрхүү чанарыг ашиглан улс орны эдийн засгийн хөгжил, шинжлэх ухаанд дорвитой хувь нэмэр оруулах боломжтой чухал асуудал байх ёстой. Сэдвийн чухал болохыг диссертацид сунжруулан тайлбарлах хэрэггүй бөгөөд шинжлэх ухааны хэллэгээр хоёрлосон утгагүй, товч тодорхой илэрхийлэх хэрэгтэй. Энэ нь диссертацийн удиртгал хэсэгт орно. Сэдвийнхээ чухал болохыг судалгаа туршилтын ажлын үр дүнгээр батлах явцад диссертацийн ажлын шинжлэх ухааны шинэлэг тал, хамгаалах зүйл, ач холбогдол аяндаа тодрон гарна. Аливаа судалгааны ажил зохих бэрхшээлтэй тулгардаг. Энэ нь судлаачийн мэдлэг чадварын түвшин, удирдагчийн оновчтой бус зөвлөлгөө, урьд

өмнө нь огт мэдэхгүй байсан баримтыг илрүүлж баталгаажуулах, шинэ үзэгдлийн мөн чанарыг зөв танин мэдэхтэй уялдана. Гол асуудал нь сэдвийн хүрээнд урьд өмнө нь хийгдсэн судалгаа туршилтын ажил шаардлага хангахаа больж өөр арга замыг хайх болсон, шинээр бий болгосон судалгааны үр дүн нийтийн хүртээл болж хүлээн зөвшөөрөгдөх хэмжээнд хүрээгүйтэй холбоотой байдаг. Судлаач судлаж байгаа зүйлийнхээ талаар урьд өмнө материал, шинээр илрүүлсэн баримтын хоорондох хилийн заагийг давж өөрийн нээж олсон шинэ баримт, хүчин зүйлээ онолын хувьд баталгаажуулан мөн чанар агуулгыг нь маш товч тодорхой илэрхийлэх хэрэгтэй. Зарим диссертацийн ажил олон талаас нь судласан ерөнхий том асуудлын хэсэг юмуу удирдагч, түүний шавь нарын бүтээлийн үргэлжлэл болж байх тул сэдвийн чухал болохыг нарийн гаргахад төвөгтэй байдаг. Энэ үед сэдвийн чухал болох нь ерөнхий том асуудлыг шийдвэрлэх зорилготой нягт холбогдож шинжлэх ухааны энэ салбарт нэмэр хандив оруулахтай холбогдож болно. Зарим докторант, горилогчид нилээд өргөн сэдэв сонгохдоо дуртай байдаг. Энэ нь өнгөцхөн, бие дааж шийдвэрлэх асуудал бага байдаг муу талтай. Харин диссертацийн сэдэв өргөн хүрээнд биш нарийн асуудал судлахаар бол судлах зүйлээ нилээд гүнзгий, нэг бүрчлэн задлан шинжилж чадна. Харин ийм сэдэв сонгосон судлаач диссертациа юунаас эхлэн бичих нь төвөгтэй байдаг боловч өөрийн судалгааны материалыг задлан шинжлэх үед энэхүү төвөгтэй байдал бүрэн арилж урьд өмнө нь хэн ч илрүүлээгүй баримт үр дүнг диссертацидаа гарган тавьж чадна. Диссертацийн ажлын чухал болох тухай асуудлын шинжлэх ухааны шийдэл нь шинэлэг тал, сайн үр дүнг бий болгохын хамт шинэ бүтээл, ашигтай загвараар батлагдах боломжтой бол таны диссертацийн хүрээнд гүйцэтгэсэн ажил, тавьсан зорилго, зорилтоо биелүүлжээ гэж үзэх бүрэн үндэстэй болно.

1. Судлах зүйл ба судалгааны объект. Судлахаар сонгон авсан тодорхой асуудал агуулах биет зүйл, үзэгдэл юмуу үйл ажиллагаа нь судалгааны объект болно. Харин судлах зүйл нь энэхүү объектын хүрээнд багтдаг. Судалгааны объект ба судлах зүйл нь хоорондоо ерөнхий болон тухайн холбоо бүхий судалгаа шинжилгээний үйл ажиллагааны категори юм. Тухайлбал хонины арьсан эдлэлийн бөх бат, өнгө үзэмж,

дизайныг өөрчлөн сайжруулах судалгаа туршилтын ажил хийх гэж байгаа бол хонины арьс судалгааны объект, түүнийг боловсруулж тавьсан зорилгод нийцсэн бүтээгдэхүүн үйлдвэрлэх технологи ажиллагаа судлах зүйл болно. Эрдмийн зэрэг хамгаалахаар ажиллаж байгаа судлаач судлах зүйлдээ гол анхаарлаа чиглүүлэх бөгөөд энэ нь диссертацийн ажлын сэдэв болдог.

2. Судалгааны арга зүйг сонгох. Судласан байдлаа 1.2-р зүйлд заасан аргачлалаар бичих, гаргасан үр дүнг мэргэжлийн тэнхим, эрдмийн зөвлөл, эрдэм шинжилгээний хурлаар хэлэлцүүлж диссертацийн ажлынхаа онолын төвшин, туршилт судалгааны ажлын үр дүнд мэргэжлийн эрдэмтэн судлаач, үйлдвэрлэлд тухайн чиглэлээр ажиллаж байгаа дадлага туршлагатай хүмүүсээр урьдчилсан үнэлгээ өгүүлж хамт олны шүүмж, шийдвэрийг тогтмол гаргуулж байна. Энэ диссертацийн ажлын үр дүнг бодитой болгох, чанарыг дээшлүүлэхэд чухал үүрэг гүйцэтгэнэ. Диссертацийн ажлын үр дүнг үйлдвэрлэлд нэвтрүүлэх, дүгнэлт гаргах нь диссертацийн ажлын эцсийн шат болдог.

1.8 Диссертацийн ажилд судалгааны танин мэдэхүйн аргуудыг ашиглах

Горилогч судалгааны танин мэдэхүйн аргыг зөв сонгох нь диссертацийн ажлын үр дүнд хүрэх нөхцөл мөн билээ. Судалгааны танин мэдэхүйн аргыг дотор нь аль ч судалгааны үед хэрэглэдэг ***ерөнхий*** тодорхой шинжлэх ухааны хүрээнд хэрэглэдэг ***тусгай*** арга гэж хоёр хуваадаг. Ерөнхий арга судалгааны үргэлжиллэх хугацаанд хэрэглэгддэг бол тусгай арга нь тодорхой асуудлыг судлахад хэрэглэгдэнэ. Иймээс ерөнхий арга нь танин мэдэхүйн шинжтэй, харин тусгай арга нь судлах зүйлийг физик, хими, математик зэрэг тодорхой шинжлэх ухааны аргаар судлахад ашиглагдана. Судалгааны танин мэдэхүйн ерөнхий аргыг эмпирик судалгааны (ажиглах, харьцуулах, хэмжих, турших), эмпирик ба онолын судалгааны (хийсвэрлэн бодох, задлан шинжлэх – синтезийн, шинжлэх – анализын, индукц ба дедукцийн, загварчлах г.м), онолын судалгааны (хийсвэрлэлээс тодорхой бодит байдалд шилжих) арга гэж дотор нь гурав хувааж үзнэ.

а. Эмпирик судалгааны аргууд.

Ажиглах буюу ажиглалтын арга нь болж байгаа бодит үйл явдал, хүний мэдрэхүйн эрхтний онцлог чадвар, ажиллагаанд тулгуурласан хамгийн идэвхитэй, хамгийн энгийн танин мэдэхүйн арга бөгөөд өөртөө эмпирик бусад аргуудыг агуулж байдаг. Өдөр тутмын үйл ажиллагаа, ажиглалт нь судлаачийн хүсэл, зориг, мэдрэхүйгээс үл хамааран онолын дүгнэлт гаргах бололцоотой практик амьдралын хууль юм. Иймээс бодитой оршиж байгаа үзэгдэл, юмсын шинж чанар, харилцан уялдаа, харьцааны талаар ажиглалт явуулж түүндээ дүгнэлт өгөх хэрэгтэй. Ажиглалт төлөвлөгөөтэй, чиглэсэн зорилготой, идэвхитэй, эмх цэгцтэй байна. Ажиглалт нь дэлхий ертөнц, түүн дээр болж байгаа үйл явдлын тухай анхны мэдээллүүдийг цогц хэлбэрээр илэрхийлэх танин мэдэхүйн арга юм.

Харьцуулалт нь танин мэдэхүйн дэлгэрсэн аргын нэг бөгөөд бодит үзэгдэл, юмсын ижил төсөөтэй ижил бус шинж чанарыг илэрхийлнэ. Хоёр буюу хэд хэдэн үзэгдэл юмсын хувьд харьцуулалт хийснээр ерөнхий зүйлийг илэрхийлж энэ нь зүй тогтол юмуу хууль байж болох замыг нээх эхний шат болдог. Харьцуулалт хоорондоо ижил төсөөтэй биет юмсын хувьд, эсхүл тодорхой шинж чанарыг илрүүлэхийн тулд хийгдэнэ. Судлаж байгаа объектынхоо талаар харьцуулалт хийснээр судалгааны тусгай нарийн аргаар түүнийг судлах боломж бүрддэг.

Хэмжилтийн арга нь байгаль, техникийн шинжлэх ухаанд хамгийн өргөн дэлгэр хэрэглэгддэг, судлаж байгаа объект болон судлах зүйлийн талаар үнэн зөв, бодит мэдээллийг нарийвчлалтайгаар авах арга юм. Хэмжилтийн аргын шинжлэх ухааны үнэ цэнэ нь хэмжилтийн нарийвчлалын зэрэг, давталтын тоотой уялдана. Энэ нь хэмжүүрийн багаж хэрэглэж байгаа туршилт судалгааны ажлын арга, судлаачийн ажлын эв дүй, үйл ажиллагаатай холбогдох бөгөөд хэмжилтийн явцад харьцуулалтын аргыг зэрэгцүүлэн хэрэглэдэг.

Туршилтын арга. Энэхүү арга нь судалгааны объект болон судлах зүйлийнхээ мөн чанар хувьслыг танин мэдэх, тэдгээрийг цаашид сайжруулах, норм хэмжээ тогтоохтой уялдан лабораторийн ба үйлдвэрлэлийн тодорхой нөхцөлд явуулдаг судалгааны арга юм. Туршилт судалгааны арга нь судалгааны объект ба судлах зүйл, үзэгдэл юмсыг бүх талаас нь үнэн зөвөөр бүрэн судлаж танин мэдэх боломжийг олгодогоороо ажиглалтын аргаас давуутай бөгөөд туршилтыг дахин давтан хийж мөн чанарыг зөв тодорхойлох боломжийг олгодог.

Загварчлах арга. Туршилтыг судалгааны объект дээр шууд хийхээс гадна түүнтэй ижил төсөөтэй өөр биет дээр хийх тохиолдол гардаг. Үүнийг загварчлах буюу дуураймал хэрэглэх арга гэдэг. Судалгааны объекттой шууд харьцахад төвөгтэй буюу боломжгүй, овор хэмжээ ихтэй, хөдөлгөөнтэй биеийг судлахдаа загварчлах аргыг өргөн хэрэглэдэг. Тухайлбал нийгмийн доторхи хувьсах үзэгдэл юмс, хүн амын санаа бодлыг социологийн аргаар судлах, эсвэл газар тариалангийн ургамлын ургацын хэмжээг тогтоох зэрэг судалгаанд судалгааны бүх объекттой харьцах биш, дундаж утгыг агуулж байх хэсэг бүлгийг загвар болгон сонгон авч судалдаг.

б. Эмпирик ба онолын судалгааны аргууд.

Хийсвэрлэн бодох арга нь судалгааны үр дүн ба явагдаж байгаа үйл ажиллагаатай холбоотойгоор судлаач оюун ухаандаа тунгаан бодох нийтлэг арга юм. Энэхүү аргын мөн чанар нь судалгааны объектын хувьд хараахан тогтоогдоогүй байгаа шинж чанар, баримт, бусад объекттой холбогдох байдал, судлаж байгаа зүйлийн мөн чанарын талаар тал бүрээс нь нарийвчлан тогтоохоор эрэгцүүлэн тунгаан бодох явдал юм. Хийсвэрлэн буюу эргэцүүлэн бодох гэдэг нь судалгааны объект судлаж байгаа зүйлийн талаархи мэдлэгийг өргөжүүлэх үйл ажиллагаа болдог. Энэ нь эргэцүүлэн бодох ажиллагаа, эргэцүүлэн бодож олсны үр дүн гэсэн хоёр хэсгээс тогтоно. Эргэцүүлэн бодох ажиллагааны үед өөрийн судлаж байгаа объект, судлах зүйлийнхээ шинж төлөв, хувьсал өөрчлөлт, ижил төсөөтэй объектын талаар харьцуулж чухам ямархуу шинж төлөв, баримтыг орхигдуулсан байна, түүнийг хэрхэн бий болгох тухай төсөөллийг бий болгохыг хичээдэг. Ингэж бодсоны үр дүнд судалгааны объект судлаж байгаа зүйлийнхээ талаар төсөөллөө лавшруулж эрэгцүүлэл буюу хийсвэрлэлийн үр дүнд хүрнэ. Хийсвэрлэн бодож олсон төсөөлөл нь ямар нэгэн тоон утгагүй зөвхөн шинжлэх ухаан дээр биш, хүн мал адгуус, барилга байшин, мод ургамал, зам харгуй гээд янз бүрийн зүйл дээр тулж байдаг. Хийсвэрлэн бодох нь харьцуулалт, задлан шинжилгээ (синтез), шинжилгээ (анализ)-

ний аргуудтай уялддаг.

Шинжлэх (анализ) арга нь судлаж байгаа зүйлийг судалгааны явцад түүний бүрэлдэхүүн хэсгүүдэд хуваах шинжлэн судлах үйл ажиллагаа бол ***задлан шинжлэх (синтез) арга*** нь судалгаагаар хэсэгчлэх тогтоосон шинж чанар, баримт, мэдээллийг нэгтгэн судлах арга юм. Тухайлбал: Малын арьсны гистологи бүтэц, арьсыг бүрдүүлж байгаа эд эс, махлаг эд, өөх тос, арьсыг угаах, идээлэх, будах бодисын талаархи тус тусдаа хийгдсэн судалгааг шинжлэх буюу анализын, эдгээрийг хамтруулан арьс боловсруулах цогц технологи бий болгох судалгааг задлан шинжлэх буюу синтезийн судалгаа гэж үзэж болно. Судалгааны задлан шинжлэх ба шинжлэх аргууд нь объектын болон судлаж байгаа зүйлийг өнгөн талаас нь судлахаас гадна объектын гүнрүү орж эд эс, молекулын түвшинд хийх судалгаанд хэрэглэгддэг хоорондоо харилцан уялдаатай судалгаа шинжилгээний сонгомол аргуудын нэг юм. Судалгааны объектыг урьд өмнө нь танин мэдэх талаар судалгаа төдийлөн хийдээгүй бол өнгөн талаас нь буюу хэсэгчлэн тасдаж түүний шинж чанарыг тодорхойлох, ердийн хэмжилт хийх, гадаргуун өнгөн хэсгийг ажиглах зэргээр эхлэн судлах ба энэ нь уг объект судлаж байгаа зүйлийн талаар тойм төдий мэдээлэл өгнө. Гүнзгий судлахын тулд объектын гүнд нэвтрэх орчин үеийн багаж төхөөрөмж, судалгааны тодорхой арга зүйгээр судалж онцгой ба ерөнхий чанаруудыг нь тодорхойлж , цаашид уг объектыг хэрхэн ашиглах ба хувиргах боломжийг гүнзгийрүүлэн задлан шинжилдэг. Энэ нь уг объектын талаархи хийсвэрлэн бодож төсөөлсөн зүйлүүд бодит байдлаараа илэрч төсөөлөл зөв эсэх нь тогтоогдоно. Энэ явцад хүрэлцээтэй үндэслэлийн аргыг хэрэглэнэ. Энэ нь байгаа зүйлийг олон талаас нь авч үзэж хөдөлгөөнгүй батлана гэсэн үг юм. Диссертацийн судалгаанд тухайн тодорхой шинж чанарыг тодорхойлох ***дедукцийн*** тухайн шинжийг ерөнхийд шилжүүлэн объектын хувьд авч үзэх ***индукцийн*** аргыг хэрэглэдэг. Энэ нь үзэгдэл юмсын тухайн шинжээс ерөнхий шинжид шилжүүлэн өргөн хүрээгээр танин мэдэх үйл ажиллагааг явуулж ерөнхий ойлголтод хүрэх явдал юм. Хайгуулчин геологийн эрлийн ажил явуулахдаа газрын хөрсөн дээр ил байгаа чулуулгийг түүвэрлэн ямар ашигт малтмалын илрэц байхыг тухайн хэсэгт дедукцийн аргаар судлаж улмаар сонгон авсан нийт талбайд ямар ямар ашигт малтмал байж болохыг индукцийн аргаар ерөнхийд нь гаргаж таамаглал дэвшүүлдэг. Уг таамаглал геологи хайгуулын ажлын үндсэн арга болох өрөмдлөг, геофизикийн нарийвчилсан судалгаагаар шалгагдах жишээтэй. Дээр дурьдсан судалгаа танин мэдэхүйн аргуудыг дангаар юмуу хослуулан хэрэглэх замаар судлаач өөрийн судалгааны ажлын зорилго, зорилтоо хэрэгжүүлэхийн гадна цаашид тухайн чиглэлээр ямар судалгаа хийхийг төсөөлөн гаргадаг.

1.9. Шинжлэх ухааны мэдээлэл цуглуулж боловсруулах, диссертаци бичих

Горилогч судалгааны ажлынхаа чиглэлийг тогтоож сэдвээ сонгохоос эхлэн диссертациа бичиж дуусах хүртэлх бүх хугацаанд холбогдох судалгааны материал, шинжлэх ухааны мэдээллийг цуглуулж, эмхлэн боловсруулах ажил хийсээр байна. Энэ тухай номын 1.2-р зүйлд товч оруулсан боловч залуу судлаач магистр, докторын зэрэг горилохоор бэлтгэгдэж байгаа хүмүүст илүүдэхгүй хэмээн үзэж дараах зүйлийг оруулав. Үүнд:

1. Шинжлэх ухааны мэдээлэл цуглуулах. Манай орны хувьд урьд өмнө монголын эрдэмтэдээс дотоод, гадаадад бичиж хамгаалсан диссертациуд улсын нийтийн номын сан болон тухайн их сургуулийн номын санд хадгалагддаг. Харин гадаад орны эрдэмтдийн бичиж хэвлүүлсэн диссертаци, эрдэм шинжилгээний өгүүлэл, тайлантай Шинжлэх ухаан технологийн парк (хуучин нэрээр шинжлэх ухаан техникийн мэдээллийн төв)-ийн мэдээллийн фондонд орж хайгуул хийх юмуу интернэт ашиглан танилцаж болно. Сонгосон сэдвийн дагуу диссертаци болон хэвлэлийн материалтай танилцахдаа эхлээд судалгааны объектын чиглэлээр урьд өмнө нь хийгдсэн ямархуу ажлууд байгааг мэдэж тэмдэглэн авч ерөнхий тойм ойлголттой болох, дараа нь судлах зүйл рүүгээ орж нарийвчлан судлаж холбогдох мэдээлэл, баримт материалыг цуглуулна. Эрдэм шинжилгээний бүтээлүүдийг уншиж судлахдаа өөрийн чинь хувийн ном сэтгүүл бол хэрэгтэй гэсэн хэсгийн мөрийн доогуур харандаагаар зурах юмуу хуудасны хоёр талын талбайд тэмдэглэл хийнэ. Энэ нь шаардлагатай сонирхсон материалаа хайх ажлыг хялбарчилдаг. Хэрэв номын санд байгаа материалтай танилцах бол эхлээд хэсэг тус бүрийн гарчгийг гүйлгэн харж өөрийн сонирхож байгаа хэсгээ сонгон авч нарийвчлан судлаж тэмдэглэл хөтлөнө. Тэмдэглэл хөтлөхдөө дараа дахин олж үзэх, диссертаци бичихдээ ашигласан хэвлэлийн жагсаалтанд оруулж ишлэл авч магадгүйг бодолцон зохиогч, бүтээлийн нэр, хуудасны дугаар, хэвлэгдсэн он, хэвлэлийн газрын нэрийг тэмдэглэж авах хэрэгтэй. Диссертаци бичиж байгаа хэн боловч эх материалаас ишлэл авахдаа бусад бусад судлаачийн ишлэл авсан материалыг өөрөө ишлэл авсан болгон хуулж болохгүй. Учир нь зөвхөн ишлэл авсан хэсгийг бус түүнийг агуулсан хэд хэдэн хуудсыг уншиж илүү сайн мэдээлэл авах явдал орхигддог. Ном хэвлэлээс өөрийн судалгааны ажилтай холбоотойгоор бичиж тэмдэглэсэн материал эмх цэгцтэй, хоорond нь харьцуулж үнэн зөв, дэс дараалал, баталгаатай эсэхийг нь тогтоох бололцоотой байх хэрэгтэй. Эдгээр материал нь диссертацийн ажлаар судлаж байгаа зүйл, судалгааны объектыг урьд өмнө хэрхэн судалж, ямар үр дүнд хүрсэн түүнд нь дүгнэлт өгч өөрийн судалгааны ажлын зорилго, зорилтыг тодорхойлоход хэрэгтэйгээс гадна судлаачийн энэ талын мэдлэгийг улам гүнзгийрүүлэн мэргэшүүлдэг.

2. Судалгааны материал боловсруулах. Судалгааны материал нь горилогчийн сэдвийн дагуу юмуу ойролцоо сэдвээр урьд өмнө хийгдсэн судалгааны үр дүн, диссертацийн ажлын явцад судлах зүйлийн талаар хийж гүйцэтгэсэн лабораторийн болон үйлдвэрлэлийн туршилтаар тодорхойлж олсон тоон утга, график, тооцоо, хүснэгтүүд болон дүгнэж гаргасан зүйлүүд байдаг. Хэрэв нийгмийн ухаан, хэл, эдийн засгийн чиглэлээр диссертаци бичиж байгаа бол түүх архивын болон урьд өмнө мөрдөж байсан түүхэн материал, эдийн засгийн тооцоо судалгааг өөрийн диссертацид орох материалтай хэрхэн холбоотойг сайтар нягтлан, диссертацийн ажлын явцад бий болсон шинэ үр дүнтэй шууд холбогдох хэсгийг сонгон авч боловсруулна. Харин техник технологийн чиглэлээр диссертаци бичиж байгаа бол туршилт судалгааны материалыг математик статистикийн аргаар боловсруулж гарч байгаа үр дүнг магадлалын онолын аргаар шалгаж баталгаажуулна. Харин цоо шинэ машин төхөөрөмж зохион бүтээж, шинэ технологи боловсруулж байгаа бол өмнө байсан ижил төсөөтэй машин төхөөрөмжийн кинематик ба динамик үзүүлэлтүүд, технологи ажиллагаатай харьцуулж өөрийнх чинь ямархуу давуу талтай болохыг батлан гаргана. Энэ бүх зүйлийг диссертацид оруулахаар бэлтгэнэ.

Диссертаци бичих. Энэ нь эрдэм шинжилгээний ажлын тайлан бичихтэй нэгэн адил агуулгатай (1.5, 1.6-р зүйл) боловч диссертаци нь сэдвийн чухал болох үндэслэл, түүнийг шийдвэрлэсэн арга зүй, гаргасан үр дүнг боловсруулж шинжлэх ухааны шинэлэг зүйлийг бий болгосон байдал, асуудлыг бүх талаас нь авч үзэж бүрэн гүйцэд судлаж нийгэм эдийн засаг, түүх соёл, шинжлэх ухаанд оруулсан хувь нэмрээрээ ялгагдана. Диссертаци нь шинжлэх ухааны онолын өндөр түвшинд бичигдсэн сэдвийн чухал болох үндэслэл, судалгаагаар гарган авсан үр дүн бодит амьдралтай нягт уялдсан, хоёрлосон санаагүй, ойлгоход хялбар, яруу утга төгс хэллэгтэй, тухайн судалгааг дуусгасан ажил мөн. Мэдээжээр судлах зүйл рүүгээ нарийн орж мэргэшсэн, өөрөөр хэлбэл сонгосон сэдвийнхээ дагуу гадаад, дотоодын эрдэмтдийн судалгаа, туршилтын ажлын үр дүнг бүрэн мэддэг, тэдгээрт үнэлэлт өгсөн, цаашид уг судалгааныхаа ажлыг хэрхэн өрнүүлж, үргэлжлүүлэхийг бүрэн мэдсэн байна. Одоогоор диссертацийн ажил туурвих стандарт байхгүй ч практик амьдрал дээр тогтсон хэлбэр нэгэнт бий болжээ. Үүнд: 1.Нүүр хуудас, 2. Гарчиг, 3.Удиртгал, 4.Сэдвийн судлагдсан байдал, судалгааны ажлын зорилго зорилт, 5. Судалгааны ажлын арга зүй, 6. Онолын судалгаа, 7. Туршилт судалгаа, 8. Онолын ба туршилт судалгааны харьцуулалт, ажлын үр дүнг үйлдвэрлэлд нэвтрүүлсэн байдал, 9. Эдийн засгийн үр ашгийн судалгаа, 10. Дүгнэлт 11.Ашигласан хэвлэлийн жагсаалт, 12. Хавсралт

Нүүр хуудас. Энэ нь диссертацийн ажлын эхний нүүр бөгөөд тэнд харьяа яам, эсхүл шинжлэх ухааны академи, уг ажлыг гүйцэтгэсэн их сургууль, эрдэм шинжилгээний байгууллагын нэр, горилогчийн овог нэр, диссертацийн ажлын сэдэв, мэргэжил, шинжлэх ухааны ямар чиглэлээр эрдмийн зэрэг горилж байгаа, эрдэм шинжилгээний удирдагчийн нэр (эрдмийн цол, зэргийн хамт), хот, он бичигдэнэ. Диссертацийн ажил нь хэвлэгдсэн материал биш тул гар бичмэлийн эрхтэй гэж их сургууль, эрдэм шинжилгээний байгууллага болон горилогчийн овог нэрийн хооронд хуудасны баруун гар талд бичигдэнэ. Харин гадна талын нүүрэнд горилогч диссертацийн ажлын нэрийг л бичсэн байна. Эхний нүүрэнд бичих үгүүдийн дотроос диссертацийн сэдвийн нэрийг томоор тод бусад үгүүд адилхан шрифттэй байна. Диссертацийн гарчиг товч, тодорхой 8-аас илүүгүй үгэнд багтсан байх нь зохимжтой.

Гарчигийг бичихдээ удиртгал, бүлэг, зүйлүүд, дүгнэлт, ашигласан хэвлэлийн жагсаалт, хавсралт гэсэн үгийг шинэ мөрнөөс эхлэх ба харин бүлэг зүйлийн нэр догол мөрөөр бичигдэнэ. Дээр дурьдсан нэрийн ард цэг, таслал тавихгүй, харин тэдгээрийн эхэлсэн хуудасны дугаарыг заавал бичдэг.

Удиртгалд сэдвийн чухал болох үндэслэл, тавигдаж байгаа зорилгын агуулга, зорилт, судалгааны объект болон судлах зүйлийн томъёолол, судалгаа явуулсан аргачлал, судалгаагаар гарсан үр дүнгийн онолын болон практик ач холбогдол, хамгаалах зүйлийг маш оновчтой, шинжлэх ухааны хэллэгээр бичиж оруулна. Удиртгал хэсэг нь товч тодорхой дэс дараалал сайтай, уншигчдад ойлгоход хялбар, өөрөөр хэлбэл тавьсан зорилго, зорилтоо хэрхэн шийдвэрлэсэн, хүрсэн үр дүнгийн тухай үнэн зөв шинжлэх ухааны мэдээлэл байх ёстой байдаг.

Сэдвийн судлагдсан байдал, судалгааны ажлын зорилго, зорилт. Энд судалгааны объект судлаж байгаа зүйлийн талаар эрдэмтэдээс урьд өмнө хийсэн судалгаа – туршилтын ажлын үр дүн буюу хэвлэлийн тоймоос оруулж тэдгээртээ үнэлэлт өгч улмаар судлах гэж буй сэдэв урьд өмнө нь судлагдаагүй учир түүнийг судлах нь зайлшгүй болох, диссертациар хийх ажлын зорилго, зорилтын тухай бичнэ. Энэ нь аль ч диссертацид байдаг зүйл боловч зарим судлаач ном хэвлэлээс өөрийн ажилд огт хамаарахгүй томъёо мэдээ баримтыг хуулж бичих, хэвлэлийн материалд шүүмжлэлтэй хандахгүй дутагдал нилээд тохиолддог. Ийм алдаанаас зайлсхийж өөрийн чинь сонгон авсан сэдэв хүртэл тухайн объектыг хэрхэн судлаж ямар үр дүнд хүрсэн тухай бичихийг анхаарвал зохино. Диссертацийн ажлын хүрээнд судлаж шийдвэрлэх зорилтод заасан асуудлыг судлаж хүрсэн шинэ үр дүн горилогчийн хамгаалах зүйл болох бөгөөд энэ явцад бий болгосон онолын томъёолол, объектын шинж чанар, түүнийг ашигтайгаар хэрхэн өөрчлөх буюу үйлдвэрлэлд нэвтрүүлсэн үр дүн шинжлэх ухааны шинэлэг тал болох ёстой.

Судалгааны ажлын арга зүй гэсэн хэсэгт өөрийн диссертацийн ажилд хэрэглэсэн арга зүй, лабораторийн ба туршилтын тоног төхөөрөмж, багаж хэрэгсэл, тэдгээрийн нарийвчлал, туршилт судалгааг хэрхэн гүйцэтгэх тухай оруулж өгнө. Хэрэв лабораторийн судалгаанд олон улсад нийтлэг хэрэглэдэг юмуу тухайн их сургууль, эрдэм шинжилгээний байгууллагад олон жил хэрэглэсэн стандартын юмуу тогтсон арга зүйг хэрэглэсэн бол тийм арга зүй, аргачлалыг хэрэглэсэн тухайгаа дурьдахад л хангалттай. Харин шинэ бүтээгдэхүүн, машин механизм бий болгосон бол тэдгээрийг турших,· баталгаажуулах арга зүйг оруулж өгнө.

Онолын судалгаа. Судлах зүйлийг туршилтаар судлахын өмнө математик, физик, химийн хуулиуд, төсөөтэй объект, зүйлийг бусад судлаачдаас судалсан онолд тулгуурлан өөрийн судлах зүйлийн талаар онолын хувьд чухам юу хийсэн, ямархуу үр дүнд хүрсэн тухайгаа бичнэ.

Туршилт судалгаа. Лабораторийн ба үйлдвэрлэлийн нөхцөлд явуулсан туршилт судалгааны тухай, туршилтын үр дүнг математик статистикийн аргаар боловсруулж гаргасан тоон утга, байгуулсан график, хүснэгтийн тухай энэхүү бүлэгт оруулна. Зарим,тохиолдолд судалгааны арга зүйг туршилтын үр дүнтэй хамт бичиж болно. Туршилтыг туршилт төлөвлөлтийн аргаар гүйцэтгэх, технологи ажиллагааны оновчтой утгыг тодорхойлох, дисперсийн шинжилгээ хийх тухай номын дараагийн бүлгүүдэд тодорхой бичсэн тул лабораторийн шинжилгээний дүнгээс гадна эдгээр аргаар хийсэн туршилтын дүнг энд оруулах хэрэгтэй. Хүчин зүйлүүдийн оновчтой утгаар үйлдвэрлэлд туршилт явуулсан бол үр дүнг энэхүү бүлэгт оруулна.

Онолын ба туршилт судалгааны харьцуулалт, үр дүнг үйлдвэрлэлд нэвтрүүлсэн тухай. Туршилт судалгааны хэсэгт буюу бие даасан бүлэг болгон бичиж болно. Энд бичих зүйлийн агуулга нь онолын ба туршилт судалгааны үр дүн хэрхэн нийлж байгаа тухай, хэрвээ нийлж байгаа бол шинээр гаргасан онолын үндэслэлийг ашиглах боломжийг батлана. Техник, технологийн салбарт хийсэн диссертацийн ажлын үр дүн үйлдвэрлэлд заавал нэвтэрсэн байхыг горилогч мөрдлөг болгоно.

Эдийн засгийн үр ашгийн судалгаагаар өөрийн гаргаж авсан үр дүнгийн үндсэнд үйлдвэрлэл явуулснаас гарах эдийн засгийн үр ашгийг тооцож гаргасан үр дүнгийн талаар энэ бүлэгт оруулна.

Дүгнэлт. Диссертацийн ажлын хүрээнд гүйцэтгэсэн үр дүнд дүгнэлт хийнэ. Энэхүү дүгнэлтийг хийхдээ өмнө хийгдсэн судалгааны дараагаар судалгааны объект судлаж байгаа зүйлийн хувьд зайлшгүй судлах шаардлагатай ямар дутагдал байгаа, энэхүү судалгааны явцад шинээр ямар шинж чанар илрүүлсэн, тэдгээрийн тоон утга, шийдвэрлэсэн асуудал, эдийн засгийн үр ашгийн талаар товч тодорхой бичиж оруулна.

Ашигласан хэвлэлийн жагсаалтыг зохиогчийн нэрийн цагаан толгойн үсгийн дараалаар зохиогч, бүтээлийн нэр, хэвлэсэн газар, он, хуудасны тоог бичнэ. Энэ тухай номын 1.6-р зүйл Тайлан бичих журамд тодорхой заасан байгааг анхаарна уу. Ашигласан хэвлэлийн жагсаалтад орсон хэвлэлийн материалууд нэг бүрээс ишлэл авч диссертацид тэмдэглэсэн байна. Ишлэл аваагүй юмуу, диссертацийн ажилд огт холбогдолгүй бүтээл, ном хэвлэлийг жагсаалтанд оруулахгүй.

Хавсралт. Диссертацийн ажилд хэрэглэсэн тооцоо, компьютерийн программ, зарим зураг хүснэгт, үйлдвэрлэлд нэвтрүүлсэн тухай акт, зөвлөмж зэргийг хавсралтаар өгнө. Хавсралт бүр гарчигтай, дугаартай байна.

1.10 Диссертаци хамгаалах

Горилогч диссертациа бичиж дуусcаны дараа түүнийг хамгаалахаар бэлтгэх үйл ажиллагаа дараах үе шатаар явагдана. Үүнд:

- Диссертацийн ажлыг гүйцэтгэсэн их сургууль, эрдэм шинжилгээний байгууллагын эрдмийн зэрэг хамгаалуулах зөвлөл, эрдэмтэн мэргэжилтний хурлаар хэлэлцүүлж дүгнэлт гаргуулах
- Диссертацийн хураангуйг бичиж хэвлүүлэх
- Диссертацийн хураангуйг эрдмийн зэрэг хамгаалуулах зөвлөлд хүлээлгэн өгч, диссертаци хамгаалах тухай хэвлэлд зарлал тавих
- Горилогч диссертациа хамгаалахад бэлтгэх

Диссертаци хамгаалах

1. Диссертацийн ажлыг гүйцэтгэсэн их сургууль, эрдэм шинжилгээний байгууллагын эрдмийн зэрэг хамгаалуулах зөвлөлийн гишүүд, эрдэмтэн мэргэжилтний хурлаар хэлэлцүүлэх буюу ***урьдчилсан хамгаалалтад*** орох нь горилогчийн хувьд маш хариуцлагатай ажил байдаг. Урьдчилсан хамгаалалтыг эрдмийн зэрэг хамгаалуулах зөвлөлийн дарга эсхүл түүний орлогч удирдаж явуулах ба хамгаалуулах зөвлөлийн нарийн бичгийн дарга, гишүүд хамгаалуулах зөвлөлд ордоггүй ч уг диссертацийн ажлаар гүйцэтгэсэн бүтээлийн талаар тодорхой мэдлэг, дадлага туршлагатай мэргэжлийн эрдэмтэн судлаачдыг аль болохоор өргөнөөр оролцуулж нягт нямбай шүүн хэлэлцэж хурлаас жинхэнэ хамгаалалтад орох эсэх тухай протокол гаргана. Хэрэв горилогч жинхэнэ хамгаалалтад орох бололцоотой бол хурлаас албан ёсоор шүүмжлэгчид, тэргүүлэх байгууллагыг томилно. Урьдчилсан хамгаалалт хийлгэх хурал дээр горилогчийн намтар, ажил байдлын тодорхойлолт, эрдэм шинжилгээний бүтээл, докторантурт суралцаж авбал зохих оноо (кредит)-г авсан байдал, шалгалтуудын дүн, урьдчилсан хамгаалалтад орох болзлыг биелүүлсэн тухай хамгаалуулах зөвлөлийн нарийн бичгийн дарга хуралд оролцогчдод мэдэгдэнэ. Урьдчилсан хамгаалалт дараахь дэс дараалаар явагдана.

- Горилогч диссертацийн ажлынхаа тухай илтгэл тавих (15-20 мин)
- Хамгаалуулах зөвлөлийн гишүүд болон хуралд оролцогчид горилогчоос диссертацийн агуулга, арга зүйн талаар асуулт тавьж горилогч түүнд нь хариулт өгөх
- Хамгаалуулах зөвлөлөөс томилсон шүүмжлэгчид диссертацийн ажлыг үнэлэж үг хэлэх
- Горилогч шүүмжлэгчдийн шүүмжид хариулт өгөх
- Диссертацийн ажлын эрдэм шинжилгээний ажлын удирдагчаас диссертацийн ажлын үр дүн түүнийг хэрхэн гүйцэтгэсэн тухай, мөн горилогч эрдмийн зэрэг хамгаалах түвшинд хүрсэн эсэхийг үнэлж үг хэлэх
- Хуралд оролцогчид диссертацийн ажлыг үнэлэж жинхэнэ хамгаалалтад оруулах, эсэх талаар саналаа хэлэх
- Урьдчилсан хамгаалалтын дүнг гаргаж жинхэнэ хамгаалалтад орох зөвшөөрөл өгөх

Энэхүү хурлаас жинхэнэ хамгаалалтад оруулах хугацааг тогтооно.

2. Диссертацийн хураангуйг хэвлүүлж тараах. Горилогч урьдчилсан хамгаалалтад орохын өмнө ноорог байдлаар бичиж бэлтгэсэн диссертацийн хураангуйг хурлын үед гарсан шүүмжлэлийн дагуу засварлаж сайжруулаад хэвлүүлнэ. Хэмжээ 15-20 хуудас байна. Диссертацийн хураангуй нь диссертацийн үндсэн агуулгыг багтаасан бүтээл мөн. Диссертацийн хураангуйд сэдвийн чухал болох үндэслэл, судалгааны ажлынхаа зорилго, зорилтоо онол, туршилтын судалгаагаар шийдвэрлэсэн дүн, горилогчоос шинжлэх ухаанд оруулсан хувь нэмэр, шинэлэг зүйлүүд, практик ач холбогдол зэргийг багтаан бичсэн байна. Энэ нь диссертацийг хураангуйлан хамгаалуулах зөвлөлийн гишүүд, их сургууль, эрдэм шинжилгээний байгууллагын эрдэмтэн судлаачид, номын сангууд, үйлдвэрлэлийн газарт хүргэж горилогчоос өөрийн судалгааны ажлыг олон түмэнд мэдээлж, танилцуулах зорилгоор хийгдсэн ажил бөгөөд диссертаци хэдий сайн бичигдсэн ч түүний хураангуй байхгүй бол жинхэнэ хамгаалалтад оруулдаггүй. Диссертацийн хураангуй нь судалгааны ажлын тодорхойлолт, диссертацийн бүлгүүдийн агуулга, ажлын үр дүнгийн тухай дүгнэлт зэргээс тогтоно. Хураангуйн төгсгөлд диссертацийн ажлыг гүйцэтгэх явцдаа хэвлүүлсэн эрдэм шинжилгээний бүтээлүүдийн жагсаалт, оюуны өмчийн газраас олгосон шинэ бүтээлийн зохиогчийн эрхийн ба патентын гэрчилгээний дугаар авсан он сарыг бичиж оруулдаг. Диссертацийн хураангуйн судалгааны ажлын тодорхойлолт гэсэн хэсэгт сэдвийн чухал болох тухай үндэслэл, судалгааны ажлын зорилго, зорилт, судалгааг гүйцэтгэсэн арга зүй, шинжлэх ухааны шинэлэг тал, хамгаалах зүйл, ажлын практик ач холбогдол, судалгааны ажлын үр дүнг эрдэм шинжилгээний хурал, эрдэм шинжилгээний хурлаар хэлэлцүүлсэн байдал, диссертацийн бүтэц, хэмжээний талаар бичиж оруулна. Диссертацийн хураангуйг "Аль болох их мэдээллийг цөөн үгээр илэрхийлэх" гэдэг зарчмаар бичдэг. Диссертацийг бичиж дуусгасны дараа хэвлүүлж, диссертацийн хамт улсын нийтийн номын сан, өөрийн сургууль эрдэм шинжилгээний байгууллагын номын сан, хамгаалуулах зөвлөлийн нарийн бичгийн даргын зөвлөмжийн дагуу бусад их

сургууль, эрдэм шинжилгээний байгууллага, хамгаалуулах зөвлөлийн гишүүд, эрдэмтдэд тусгай хуудсан дээр бичсэн жагсаалтын дагуу тарааж, хүлээн авсан тухай гарын үсэг зуруулна. Мөн диссертаци түүний хураангуйг албан ёсны шүүмжлэгч, тэргүүлэх байгууллагад хүргэж өгнө.

3. <u>Диссертаци хамгаалахад бэлтгэх.</u> Диссертацийн ажлаа хамгаалахаас долоо хоногийн өмнө хамгаалалтад ороход бэлэн болсон байна. Үүний тулд:

1. Диссертацид бичсэн судалгааны материалаа дахин дахин гүйлгэн харж хамгаалалтын үед зөвлөлийн гишүүдийн асуух асуултанд хариулахаар биеэ бэлтгэх.

2. Хамгаалалтанд орох үед хатуу хавтасаар хавтаслуулсан 3 хувиас доошгүй диссертаци, түүний хураангуй 15-20ш-ийг хамгаалах зөвлөлийн хурлын үед тавихаар бэлэн байлгах

3. Өөрийн судалгааны ажлаар туурвиж хэвлүүлсэн бүтээлүүдийг цуглуулж хамгаалалтын үед тусгай зассан ширээн дээр тавихад бэлтгэх. Энд бий болгосон шинэ бүтээгдэхүүн орж болно.

4. Хамгаалуулах зөвлөлийн хурал дээр өөрийн диссертацийн ажлаар гүйцэтгэсэн судалгааныхаа ажлын үр дүнгийн талаар бичсэн илтгэл бэлэн болгох (15-20 хуудас).

5. Тэргүүлэх байгууллага, албан ёсны шүүмжлэгчдийн шүүмжид бичгийн хэлбэрээр хариу бэлтгэх.

6. Диссертацийн хураангуйтай танилцаж байгууллага, эрдэмтэдээс ирүүлсэн шүүмжид бичгийн хэлбэрээр хариу бэлтгэх.

7. Хамгаалуулах, зөвлөлийн гишүүд, хуралд оролцогчдод диссертацийн ажлынхаа тухай мэдээллийг аль болохоор хүргэхийн тулд зураг, бүдүүвч, хүснэгт, график, өөрийн гэсэн томъёог диссертациас авч плакатын хэлбэрээр юмуу компьютер дээр бэлтгэх.

8. Диссерацийн ажилтай холбоотой биет бүтээгдэхүүн, слайд, кино-фото материал, видео бичлэг, зохион бүтээсэн шинэ машин механизм, эд анги, судалгаа хийхээр сонгож авсан зүйлийг өөрчилж сайжруулсан бол биет байдлаар нь тавьж үзүүлэхээр бэлтгэх хэрэгтэй байдаг. Хамгаалуулах зөвлөлийн хуралд тавих илтгэл нь оршил хэсэг буюу сэдвийн чухал болох үндэслэл, урьд өмнө эрдэмтэдээс судлаж ямар түвшинд хүрсэн, зайлшгүй судлах зүйлийг ямар аргачлалаар онол,

туршилтын ба бусад аргаар судлаж ямар үр дүнд хүрсэн, энэхүү судалгааны явцад шинжлэх ухаанд оруулсан хувь нэмэр, диссертацийн шинэлэг тал, ач холбогдол, ерөнхий дүгнэлт, гэсэн хэлбэрээр маш оновчтой, шинжлэх ухааны үг хэллэгээр бичиж бэлэн болгодог. Диссертациа хамгаалахаар бэлтгэсэн бичмэл материалууд эрдмийн зөвлөлд хүргүүлэх материалд орох тул эхнээсээ нягт, нямбай, алдаа мадаггүй бэлтгэгдэнэ.

4. Диссертаци хамгаалах. Эрдмийн зэрэг хамгаалуулах зөвлөлийн хурлаар диссертацийн ажлаа хамгаална. Эрдмийн зэрэг хамгаалах ажил нь шинжлэх ухааны ёс зүйг мөрдлөгө болгосон, зарчимч өндөр шаардлага бүхий нөхцөлд горилогчийн судалгаа шинжилгээний ажлын үр дүн, судлах зүйлийн хувьд түүний баталгаажилт цаашид нэмж хийх ажлын талаар хамгаалуулах зөвлөлийн гишүүд, эрдэмтэд шүүн хэлэлцэх хэлбэрээр явагддаг. Диссертацийн ажлаар хийсэн бүтээлдээ гаргасан дүгнэлт, зөвлөмж түүний үр дүн, нийгэм эдийн засгийн ач холбогдол нь зөв эсэхийг гишүүд нягтлан шүүнэ. Диссертацийн ажлын жинхэнэ хамгаалалт нь урьдчилсан хамгаалалт явуулсан дэс дараалллаар явагдана. Протокол хөтлөгдөнө. Горилогчид эрдмийн зэрэг олгох асуудлыг нууц санал хураалтаар шийдвэрлэнэ. Горилогч диссертацийн ажлаа хамгаалсны дараа холбогдох бичиг баримтуудыг бүрдүүлэн хамгаалуулах зөвлөлийн нарийн бичгийн даргад тушаана. Эрдмийн зэрэг хамгаалсан эрдэмтэн хүн шинжлэх ухааны өндөр зэрэгт хүрсэндээ тайвширч болохгүй, харин өөрийн онолын мэдлэг, чадварыг тогтмол дээшлүүлэхийн төлөө ажиллаж "Эрдэмтэн" гэсэн нэр алдраа амьдралынхаа туршид хамгаалж, судалгаа туршилтын ажлынхаа эрчмийг бууруулахгүй ажиллаж өөрийн шавийг бэлтгэх үүрэгтэйг ямагт санаж байх хэрэгтэй хэмээн зөвлөж байна. Техник, технологийн салбарт хамгаалсан диссертацийн ажлын үр дүн үйлдвэрлэлд нэвтэрч нийтийн хүртээл болсон байх ёстойг анхаарвал зохино.

Хоёрдугаар бүлэг
САНАМСАРГҮЙ ХЭМЖИГДЭХҮҮНИЙ ҮНДСЭН ШИНЖ ЧАНАРУУД

2.1 Санамсаргүй хэмжигдэхүүн. Магадлалын онолын аксиомууд. Тархалтын хууль

Туршилтын үр дүнг түүнийг явуулж байгаа нөхцөлтэй нь уялдуулан зарчмын хувьд урьдчилан хэлж болохооргүй хэмжигдэхүүнийг ***санамсаргүй хэмжигдэхүүн*** гэнэ. Санамсаргүй хэмжигдэхүүн нь тодорхой нэг туршилтын үр дүн дотор нь багтсан тоонуудын цуглуулга мөн. Санамсаргүй бус хэмжигдэхүүнээс санамсаргүй хэмжигдэхүүний гол ялгаа нь үндсэн хүчин зүйлүүдийн хэмжээ өөрчлөгдөөгүй үед тэрээр өөр өөр утга авч байдагт оршино. Туршилтын ижил нөхцөлтэй атал санамсаргүй хэмжигдэхүүний утга өөрчлөгддөг нь уг туршилтад санамсаргүй буюу тооцоогүй хүчин зүйлүүд нөлөөлж байна гэсэн үг юм. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнийг ***дискрет, тасралтгүй*** гэж хоёр ангилна.

Дискрет санамсаргүй хэмжигдэхүүний боломжит утгуудыг урьдчилан хэлж болдог бол тасралтгүй санамсаргүй хэмжигдэхүүнийг урьдчилан тааварлаж хэлэх боломцоогүй. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн байж болох цуглуулга нь түүний ерөнхий хэлбэрийг бүрэн илэрхийлж чадахгүй бөгөөд түүний шинж чанарыг бүрэн илэрхийлэхийн тулд ямар утгууд байж болохын гадна заримдаа ямар утга авч болохыг мэдэх шаардлагатай байдаг.

Санамсаргүй дискрет X хэмжигдэхүүн туршилтын үр дүнд $X_1, X_2 \ldots, X_R$ утгыг авч байгаа гэе. Нийт туршилтын *m* тоог хоорондоо ялгаатай туршилтын n тоонд хуваасан *m/n* харьцааг үйл явдлын илрэх давтамж $X=X_1$ гэж нэрлэнэ. Ялгаатай туршилтын n тооноос хамаарч давтамж өөрөө санамсаргүй хэмжигдэхүүн байна. Туршилтын тоо маш олон үед тэрхүү давтамж $X=X_1$ үйл явдлын магадлал хэмээн нэрлэгдэх P_i утгын орчим тогтворжих хандлагатай болдог.

$$P_{i1} = P(x = x_i) = m / n \qquad (2.1)$$

Магадлалын онолын аксиомуудыг А.Н.Колмогоров дараах байдлаар томъёолсон байдаг.

1. Санамсаргүй А үйл явдлын илрэх магадлал нэмэх тоо байна.

$$P\ A) > 0$$

2. Байж болох U үйл явдлын магадлал нэгтэй тэнцүү P(U)=1 Харин бололцоогүй үйл явдлын магадлал V тэгтэй тэнцүү хязгаарт өөрчлөгдөж байдгийг харж болно.

3. Õiiðiíäii óÿëäàààãëé À $_1$, A_2..., A_n үйл явдлын магадлал тэдгээр тус бүрийн магадлалын нийлбэртэй тэнцүү байна.

$$P(\ A_1+\ A_2+\ldots+A_n) = P\ A_1)+P(\ A_2)+\ldots+P(\ A_n) \qquad (2.2)$$

Хэд хэдэн үйл явдлын ($A_1 A_2 \ldots A_n$) үржвэрийг тэдгээрийн ***хамтдаа илрэх үйл явдал*** гэнэ.

4. Хоорондоо холбоогүй үйл явдлуудын үржвэрийн магадлал тэдгээрийн магадлалын үржвэртэй тэнцүү байна.

$$P\ (A_1 \cdot A_2 \ldots A_n) = P(\ A_1) \cdot P(\ A_2) \cdots P\ A_n) \qquad (2.3)$$

5. Хэрэв B үйл явдлаас А үйл явдал хамааран түүний магадлал өөрчлөгдөж байвал хоорондоо хамааралтай гэнэ. B үйл явдал болж байгаа нөхцөлд тооцож авсан А үйл явдлын магадлалыг түүний ***нөхцөлт магадлал*** гэж нэрлээд P(A/B) гэж тэмдэглэнэ.

6. Хоорондоо хамааралтай хоёр үйл явдлын магадлалын үржвэр тэдгээрийн аль нэгний магадлалыг нөгөөгийн нөхцөлт магадлалаар үржүүлж авсантай тэнцүү байна.

$$P(\ AB) = P(\ A)P(\ B/A) \text{ буюу } P(\ AB) = P(\ B)P(\ A/B) \qquad (2.4)$$

Жишээ: Төхөөрөмжийн сааталгүй ажиллах магадлал түүний дараалуулан угсарсан гурван зангилааны ажиллагаанаас хамаарах ба тэдгээрийн саатал нэг нь нөгөөгөөсөө хамааралгүйгээр гардаг ажээ. Саатлгүй ажиллах магадлал эхний зангилааны хувьд P(A_1)=0.9, хоёр дахийн хувьд P(A_2)=0.8, гурав дахийн хувьд P(A_3)=0.8 төхөөрөмжийн найдваршлыг тодорхойл! Хоорондоо үл хамаарах үйл явдлуудыг үржих теорем ёсоор [4]

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.8 = 0.596$$

7. Санамсаргүй хэмжигдэхүүний бүх бололцоот утгын магадлал нэгтэй тэнцүү байна.

$$\sum_{i=1}^{n} P_1 = 1$$

Санамсаргүй дискрет хэмжигдэхүүнээр түүний X_1 утганд

X_1	X_1	X_2	...	X_n
P_1	P_1	P_2	...	P_n

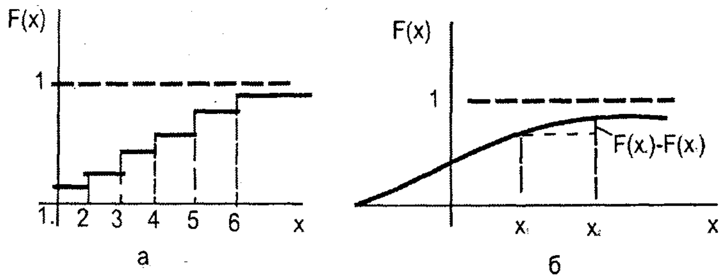
тохирох магадлалыг P_1 хэмээн зааж магадлалын цуваа байгуулж болно.

Санамсаргүй хэмжигдэхүүний бололцоот утгууд, түүнд харгалзах магадлалын хоорондох харьцааг ***тархалтын хууль*** гэж нэрлэнэ. Магадлалын хэмжээгээр авсан цуваа нь санамсаргүй хэмжигдэхүүний тархалтын хуулийн нэгэн төрөл юм. Тасралтгүй санамсаргүй хэмжигдэхүүний тархалтыг түүний утгуудын магадлалаар илэрхийлж болохгүй. Утгуудын тоо маш олон бол магадлалыг тэгтэй тэнцүү гэж авна. Харин урьдаас зориуд оноож авсан утгууд туршилтын утга дотор байхаар сонгож тасралтгүй санамсаргүй хэмжигдэхүүний магадлалыг судалдаг.

Санамсаргүй хэмжигдэхүүн X-ийн хэмжээ дурын бодит тооноос бага X<x үед үйл явдлын магадлалыг ашиглах нь тохиромжтой. Энэхүү магадлалыг X-ээс хамааруулан доорхи хэлбэрээр бичиж санамсаргүй хэмжигдэхүүний ***тархалтын функци*** гэж нэрлэнэ.

$$P(X < x) = F(x) \qquad (2.5)$$

Санамсаргүй дискрет ба тасралтгүй хэмжигдэхүүний аль алиныг тархалтын функцийн хэлбэрээр илэрхийлж болно. Тэдгээрийн график дараах байдлаар зурагдана. (2.1-р зураг)



2.1-р зураг. Дискрет (а) ба тасралтгүй (б) санамсаргүй хэмжигдэхүүний тархалтын функци

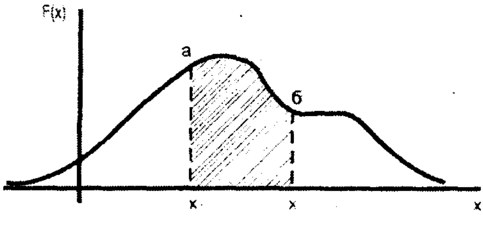
Зургаас харахад дискрет санамсаргүй хэмжигдэхүүний функци шатлал хэлбэртэй, шатлалын хэмжээ нь тухайн утгын магадлалтай тэнцүү, тэдгээрийн нийлбэр нь 1 байна. Харин тасралтгүй санамсаргүй функцийн хувьд F(x) функци өгсөх буюу $F(x_2)$- $F(x_1)$ ялгавар x_1,x_2 утгын завсар дахь магадлалыг илэрхийлж хдоорхи хэлбэрээр бичигдэх ба
$F(-\infty)=0$, $F(+\infty)=1$ утга авна.

$$P(x_1 \le X \le x_2) = F(x_2) - F(x_1)$$

Тасралтгүй санамсаргүй функцийн хувьд тархалтын функцийн уламжлал буюу санамсаргүй X хэмжигдэхүүний тархалтын нягтыг ихэнхдээ ашиглана.

$$f(x) = F'(x) \qquad (2.6)$$

Тархалтын нягт нэмэх тэмдэгтэй функци байх бөгөөд санамсаргүй хэмжигдэхүүний хэлбэрийг бүрэн тодорхойлж байдаг (2.2-р зураг).



2.2-р зураг. Тасралтгүй санамсаргүй функцийн нягт

x тэнхлэг дээрх $x=X_1$, $x=X_2$ шулуун ба тархалтын нягтын ав шугамын хоорондох талбай нь санамсаргүй хэмжигдэхүүний

x_1 ба x_2 хязгаарын хоорондох магадлалын утгыг авна.

$$P(x_1 \le x \le x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_2) - F(x_1) \qquad (2.7)$$

буюу $F(x) = P(-\infty \le x \le \infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ болно.

Эндээс $-\infty < x < +\infty$ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ гэсэн тархалтын функцийн чухал шинжийг мэдэж болно.

2.2 Санамсаргүй хэмжигдэхүүний тоон үзүүлэлтийг тодорхойлох

Практикт санамсаргүй хэмжигдэхүүнийг магадлалын тархалтын хуулийн хэлбэрээр тодорхойлохын оронд санамсаргүй хэмжигдэхүүний онцлог байдлыг тусгасан тоон үзүүлэлт буюу ***санамсаргүй хэмжигдэхүүний к эрэмбийн момент*** гэж нэрлэгдэх үзүүлэлтээр илэрхийлдэг.

Санамсаргүй дискрет хэмжигдэхүүний к эрэмбийн анхдагч момент

$$M_k = \sum_{i=1}^{n} x_{ii}^k P_i \qquad (2.8)$$

Санамсаргүй тасралтгүй хэмжигдэхүүний хувьд

$$M_k = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)dx \qquad (2.9)$$

гэж тодорхойлогддог. Нэгдүгээр эрэмбийн (к=1) анхдагч моментыг санамсаргүй хэмжигдэхүүний математик дундаж гэж нэрлэдэг. Тэрээр дээрх хоёр тохиолдолд дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$M_i = \sum_{i=1}^{n} x\, P_i \qquad (2.10)$$

$$M_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx \qquad (2.11)$$

Санамсаргүй хэмжигдэхүүний математик дундажтай харьцуулсан тархалтыг ***дисперси*** буюу ***хоёрдогч төвийн момент*** гэсэн үзүүлэлтээр тодорхойлно. Энэ үзүүллэлт санамсаргүй дискрет хэмжигдэхүүний хувьд

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - M_k)^2 P_i \qquad (2.12)$$

Санамсаргүй тасралтгүй хэмжигдэхүүний хувьд

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}(x - M_k)^2 P_i \qquad (2.13)$$

Хоёрдогч төвийн моментоос квадрат язгуур авсан хэмжигдэхүүнийг ***квадрат дундаж*** буюу ***стандартын хэлбийлт*** гэж нэрлэнэ.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \text{ буюу } \sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \qquad (2.14)$$

Гуравдагч төвийн моментыг σ_x^3 - д хуваасан хэмжээг **ассимметр** (тэгш хэм)-ийн,

$$A = \frac{1}{\sigma_x^3}\sum_{i=1}^{n}(x_i - M_k)^3 P_i \qquad (2.15)$$

Дөрөвдөгч төвийн моментыг σ_x^4 - д хуваасан хэмжээг **экцессийн коэффициент**

$$E = \frac{1}{\sigma_x^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i - M_k)^4 p_i \qquad (2.16)$$

гэж тус тус нэрлэнэ.

Туршилт шинжилгээний үр дүнгээр гаргаж авсан тоон утгаар статистикийн үзүүлэлтийг тодорхойлохдоо магадлалын тухай ойлголтыг орхиж дараах томъёонуудыг ашиглана. Үүнд:

а) Математик дундаж

$$M_x = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (2.17)$$

б) Математикийн жигнэсэн дундаж

$$M_\sigma = \bar{x} = \frac{x_1m_1 + x_2m_2 + \ldots + x_nm_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i m_i}{\sum m_i} \qquad (2.17')$$

Энд: $x_1, x_2, \ldots, x_n$-хэмжилтийн тоон утгууд.
$m_1, m_2, \ldots m_n$ - хэмжилтийн тоон утгуудын давтамж.
n-туршилтын үед хэмжсэн тоо.

в) Дисперси

$$\sigma_x^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \ldots + (x_n-\bar{x})^2}{n=1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1} \qquad (2.18)$$

г) Квадрат дундаж буюу стандартын хэлбийлт

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \qquad (2.19)$$

Математик статистикийн шинжилгээний үед сонгосон магадлалын хүрээнд шаардагдах хэмжилтийн тоог бүрэн хангах утгыг авсан нөхцөлд дисперсийг ***ерөнхий дисперси*** гэж нэрлэн σ^2, харин ажиглалтаар дундаж утгыг илэрхийлж чадахуйц цөөн тооны хэмжилт хийсэн бол ***сонгож авсан дисперси*** гэж нэрлэн S^2, үүний нэгэн адил квадрат дундаж хэлбийлтийг σ ба S гэж тэмдэглэдэг. (2.19) томъёонд байгаа хэлбийлтийн квадрат утга $\left|(x_i-\bar{x})^2\right|$ нь квадрат биш $\left|(x_i-\bar{x})\right|$ утгыг бодвол бусад дийлэнх болох бага хэлбийлтдээ зарим нэг онцгой их хэлбийлтүүд нь сарнин шингэхгүй ялгарч гарах тул нийт хэмжилтийн тоон утгуудын жигд бишийг илэрхийлэх боломжийг бүрдүүлнэ. Квадрат дундаж хэлбийлтээр жигд бусыг тогтоохад зарим тохиолдолд учир дутагдалтай байдаг.

д) Квадрат дундаж хэлбийлтийг математик дундажид харьцуулж зууны хувиар илэрхийлсэн утга буюу вариацийн коэффициентийг олно.

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% \qquad (2.20)$$

Квадрат дундаж хэлбийлт нь хэмжилтийн тоон утгууд математик дундажаасаа хоёр тийш хазайсан хэлбийлтийн хэмжээг заадаг бол вариацийн коэффициент хэмжилтийн тоон утгууд нэг нь нөгөөгөөсөө ямархуу хэмжээгээр ялгагдахыг заана. Хэмжилтээр авсан тоон утгуудын статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлохдоо дээрх үзүүлэлтээс гадна дундаж утгын алдаа

$$S\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (2.21)$$

Дундаж утгын нарийвчлалын үзүүлэлт буюу харьцангуй алдаа

$$P = \frac{S\bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100\% \qquad (2.22)$$

Дундаж квадрат хэлбийлтийн алдаа

$$S_s = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \qquad (2.23)$$

Жигд бусын коэффициент

$$H = \frac{\theta}{\bar{x}} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n \cdot \bar{x}} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n \cdot \bar{x}} \qquad (2.24)$$

Туршилтийн шаардагдах тоо

$$n_s = \frac{V^2 \cdot t^2}{P^2} \qquad (2.25)$$

гэсэн үзүүлэлтүүдийг олно.

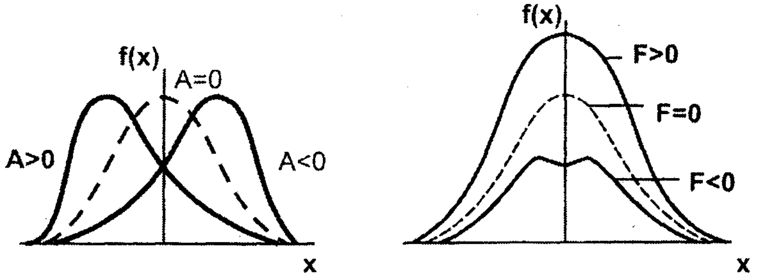
Энд: t- магадлалын үзүүлэлт. Үүнийг хүснэгтээс авна.

$P^{ж}$=0.95 үед t=1.96 $P^{ж}$=0.96 үед t=2.05

$P^{ж}$=0.97 үед t=2.17 $P^{ж}$=0.98 үед t=2.33

$P^{ж}$=0.99 үед t=2.58 байдаг.

Хэмжилтийн тоон утгуудын тархалтын нягтын график нь аль болохоор хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байх ёстой бөгөөд түүнээс хазайсан хэмжээг (2.21, 2.22) тотъёогоор илэрхийлсэн ассимметрийн А, эксцессийн Е коэффициентүүдээр тодорхойлоход хялбархан байдаг. (2.3-р зураг)

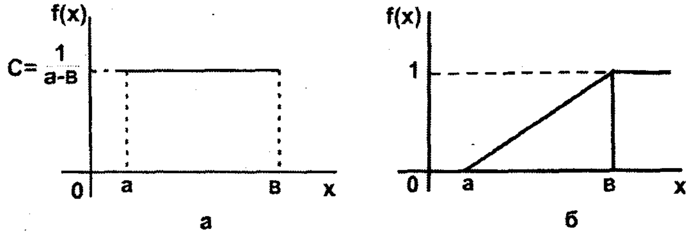


2.3-р зураг. Ассиссетр, эксцессийн тэгш биш коэффифиенттэй тархалтын нягт

Хэмжилтийн тоон үзүүлэлт заримдаа хэдэн зуу, мянган утга гарч болно. Ийм үед статистик үзүүлэлтүүдийг дээр дурьдсан томъёогоор олоход маш хүндрэлтэй. Иймээс n>30 үед статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлохдоо нийлбэрийн ба үржвэрийн гэсэн арга (3-р бүлэг)-ыг хэрэглэнэ.

2.3 Санамсаргүй хэмжигдэхүүний тархалтын хэлбэрүүд

Хэмжилтийн тархалт нь яг байгаа байдлыг хэмжиж авсан утга бөгөөд $n \to \infty$ үед тэрхүү тархалт онолын хувьд бодож гаргасан утга руу тэмүүлж байдаг. Тэрхүү онолын хувьд бодож гаргасан тархалтын утгуудыг хэмжилтийн тархалттай зэрэгцүүлэн жишиж тесееллийг шалгадаг. Шалгахдаа Стьюдентын t, Фишерын F, Пирсоны χ^2 тархалт гэсэн ойлголтыг авч үзнэ. Тодорхой хязгаарын дотор магадлалын нягт нь тогтмол, тэрхүү хязгаарынхаа гадна талд тэгтэй тэнцүү (2.4а-р зураг) байх тархалтыг ***жигд тархалт*** гэнэ.



2.4-р зураг. Жигд тархалт

Зургаас харахад магадлалын f(X) нягт (a,b) хэрчмийн хүрээнд тогтмол с-тэй тэнцүү, харин түүний гадна талд тэгтэй тэнцүү байна.

Өөрөөр хэлбэл $a < x < b$ үед f(x)=c, $x < a$ ба $x < b$ үед f(X)=0 болно. Тэрчлэн тархалтын муруйгаар хязгаарлагдсан хэсгийн талбай с ($b-a$)=1 талбайгаас c=1/($b-a$) буюу тархалтын f(x) нягт

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{1}{b-a}, a \le x \le \text{үед} \\ f(x)=0, x < a, \text{ба}, x < b, \text{үед} \end{array}\right\} \qquad (2.26)$$

Тархалтын функци нь x цэгээс зүүн талд байгаа тархалтын муруйн талбайгаар илэрхийлэгдэнэ.

$$F(x)=\begin{cases} 0, x < a, \\ \dfrac{x-a}{c-b}, a \le x \le b, \\ 1, x > b \end{cases} \qquad \text{үед} \qquad (2.27)$$

Жигд тархалтын F(X) функцийн графикийг 2.4б-р зурагт үзүүлэв. (а,в) хэсэг дэх жигд тархалттай санамсаргүй x хэмжигдэхүүний математик дундажийг

$$M=\bar{x}=\int_a^b \frac{x}{b-a}dx=\frac{a+b}{2}$$

Дисперсийг $\sigma^2=\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b\left(x-\frac{a+b}{2}\right)^2dx=\frac{(b-a)^2}{12}$ гэж тодорхойлдог.

<u>Хэвийн тархалт.</u> Хэрвээ x хэмжигдэхүүн

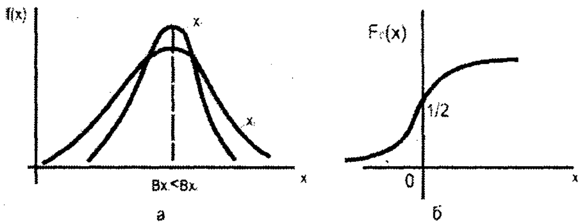
$$f(x)=\frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} \qquad -\infty < x < \infty \qquad (2.28)$$

тархалтын нягттай бол түүнийг *хэвийн тархалт* гэж нэрлэнэ.

π =3.14, e»2.72 Тархалтын функци нь

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} dx \tag{2.29}$$

Хэвийн тархалтын үед хэмжилтийн тоон утгууд дундаж утгаасаа хоёр тийш бараг адил хэмжээгээр тархах явдал бөгөөд туршилтын үр дүнг боловсруулах тохиолдолд өргөн ашиглагдана. Хэвийн тархалтын нягтын графикийг ***хэвийн муруй*** буюу ***Гауссын муруй*** гэж нэрлэнэ. 2.5а-р зураг). Нормчлогдсон санамсаргүй хэмжигдэхүүний хэвийн тархалтыг стандартын гэж авах бөгөөд түүний $F_o(x)$ функци нь 2.5б-р зурагт үзүүлсэн хэлбэртэй байдаг.



2.5-р зураг. Нормчлогдсон санамсаргүй хэмжигдэхүүний хэвийн тархалт.

Стандартын тархалтын функци

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Харин $$P(x_1 \le x_0 \le x_2) = F_0(x_2) - F_0(x_1) \tag{2.30}$$

хэмжээсийн үе дэх функци

$$\Phi(x) = F_0(x) - \frac{1}{2} \tag{2.31}$$

хэлбэртэй байх бөгөөд үүнийг Лапласын функци хэмээн нэрлэж дараах байдлаар бичдэг. Үүнд:

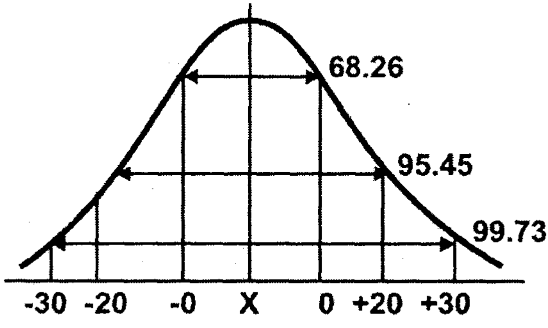
$$\Phi(x) = F_0(x) - F_0(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \tag{2.32}$$

Энэхүү функцийн утгыг 1-р хавсралтаар өгөв. Судалгаа шинжилгээний ажлын үед хэмжилтийн утгуудын тархалт Гауссын хэвийн тархалтад захирагдаж байгаа эсэхийг шалгаж үзэхдээ Гауссын хэвийн тархалтын график (2.6–р зураг)-ийг судалгааны үр дүнтэй харьцуулна. Энэхүү зурагт үзүүлсэн графикт x хэмжигдэхүүний тархалтын хүрээг ±3 σ хэмжээгээр хязгаарлана. Хэрэв түүнээс их бол орхиж тооцно. Судалгаа шинжилгээний ажлын үед хэмжилтийн утгаар гаргаж авсан тоон цуваа юмуу нэг, нэгэн төрлийн объектын ижил нэрийн хэмжээсийн утгуудаар байгуулсан тархалтын муруйг 2.6-р зурагт үзүүлсэн муруйтай харьцуулж үзэхийн тулд:

$$F(x) = m_1' = \frac{\sum \Delta x m_i}{\sigma_x} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2}} \qquad (2.33)$$

хуваалтын Δ X хүрээ бүр дэх m_i давтамжтай харгалзах m_i гэсэн давтамжийн онолын утгаар шинээр тархалтын график байгуулж Пирсоны буюу χ^2 шалгуур ашиглан харьцуулалт хийнэ. Энэ тухай хойно тодорхой авч үзнэ. Хэвийн тархалтын үндсэн тоон үзүүлэлт математикдундаж $\overline{M}_x$, дисперс σ^2_x вариацийн коэффициент $V = \frac{\sigma}{\overline{M}_x}$, ассимметрийн коэффициент $A = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3} = 0$, эксцессийн коэффициент $E = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3$ байдаг.

Энд: m_3, m_4–3 ба 4-р эрэмбийн төвийн моментууд



2.6-р зураг. Гауссын хэвийн тархалтын муруй

А,Е – ийн утгыг хэрхэн олдог тухай (2.15), (2.16) томъёоноос харж болно. Х санамсаргүй хэмжигдэхүүн x_1, x_2 хязгаарын хооронд хэвийн тархалтын хуулиар тархаж байгаа бол түүний магадлал $P(x_1 < x < x_2) = \Phi(Z_2) - \Phi(Z_1)$ байдаг.

Энд:

$$Z_1 = \frac{x_1 - x}{\sigma}; Z_2 = \frac{x_2 - x}{\sigma}$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^z \exp\left(-\frac{z}{2}\right)^2 dz \qquad (2.34)$$

Ф(Z)-ийг ***Лапласын функци*** гэнэ. Тэрээр хэт ялгарах хэмжигдэхүүнийг тодорхойлоход өргөн хэрэглэгдэнэ.

Стьюдентийн t тархалт. Хэмжилтийн тоо $n>30$ үед хэвийн тархалт бий болно. Харин хэмжилтийн тоо цөөн үед $n<20 \div 30$ үед хэмжилтийн явцад гарсан утгын хэлбэлзэл юмуу эсхүл сонгож авсан загварын хэмжээний ялгавар санамсаргүйгээс ч юм уу их байж болох юм. Хэмжилтийн тоо цөөн байх үед тархалт хэвийн байна уу, үгүй юу гэдгийг мэдэхийн тулд XX зууны эхээр цөөн хэмжилтийн статистик гэдэг шинэ чиглэл гарч 1908 онд Английн эрдэмтэн В.Госсет t тархалтын аргыг бий болгожээ. Энэхүү тархалтыг ***Стьюдентийн тархалт*** гэж нэрлэдэг. Стьюдентийн тархалт нь сонгож авсан хэмжээсийн дундаж утгын үед

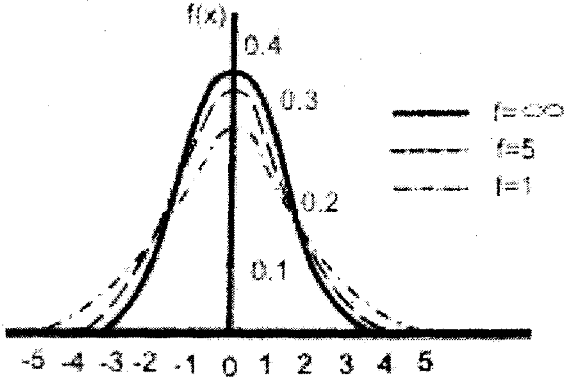
$$t_T = \frac{(\bar{x} - \bar{x}_\sigma)}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \bar{x}_\sigma}{S\bar{x}} \qquad (2.35)$$

гэж тодорхойлох бөгөөд хүртвэрт байгаа тоо нь бүх цувааны дунджаас сонгож авсан хэсгийн дундаж утгын хэлбэлзэх хэлбэлзэл,

хуваарьт байгаа $\frac{S}{\sqrt{n}} = S\bar{x}$ тоо стандартын алдаа болно.

Эндээс үзэхэд t тархалтын хэмжээ нь нэгжээр илэрхийлсэн $S\bar{x}$ алдааны хувиар хэмжигдэх ерөнхий тархалтын дундаж $\bar{x}_\sigma$ -аас сонгож авсан хэсгийн дундажийн хэлбэлзэх хэлбэлзэл юм.

t шалгуурын утга хүснэгтээр (2-р хавсралт) өгөгдөх бөгөөд тархалтын нягт 2.7-р зурагт үзүүлсэн хэлбэрээр дүрслэгдэнэ.



2 .7-р зураг. Стьюдентийн тархалтын нягт

Хэвийн болон t тархалтын максимум утга адил байх ба t тархалт чөлөөний зэргээс хамаарч байдаг. Чөлөөний зэрэг (чөлөөтэй өөрчлөгдөж байгаа хэмжээсийн тоо) f бага (f=1) үед графикиийн орой нам, тархалт их, n>30 болох үед хэвийн тархалт руу тэмүүлнэ. Тархалтын энэ хэлбэр нь хэмжилтийн тоо цөөн үед үнэмшлийн хүрээ тогтооход чухал үүрэгтэй. Энэ үед $\chi_{б}$, σ-ийг мэдэх хэрэггүй, харин n>30 хэмжилтийн үед дээрх хоёр хэмжээсийг мэдэх шаардлагатай байдаг.

Фишерийн F тархалт. Тархалтын энэхүү хэлбэр дисперсийн шинжилгээ хийхэд чухал үүрэгтэй. F тархалт нь хоёр дисперсийг харьцуулах замаар хэмжилтийн тоо хэмжээг тодорхойлох, хэд хэдэн дундаж утгын тэнцүү байх тухай таамаглалыг шалгах дисперсийн харьцааны зөвшөөрөгдөх хүрээг тогтоох зэрэг олон үйл ажиллагаанд ашиглагдана. Хэрвээ хэвийн тархалттай тоон цуваанаас n_1, n_2 хэмжээтэй хоорондоо холбоогүй хэсгийг сонгон авч $f_1=n_1-1$, $f_2=n_2-1$ үед S_1^2, S_2^2 дисперсийг олж $F = S_1^2 / S_2^2$ харьцааг тодорхойлж болно.

$S_1^2 > S_2^2$ бол F>1 болно. Иймээс шалгуурыг утгыг F >1 байлгахын тулд

$S_1^2 > S_2^2$ байхаар сонгоно. F тархалт нь чөлөөний зэргээс хамаарах бөгөөд χ_σ гэсэн ерөнхий дундажтай цуваанаас сонгож авсан n_1, n_2 санамсаргүй тоон цуваань үед F тархалтын утга тодорхой хүрээнээс гардаггүй $n_1 - 1$, $n_2 - 1$ үед хязгаарын хэмжээг хальж гардаггүй. $F_{бодит} < F_{онол}$ байна.

Р.А.Фишер тухайн тохиолдлын магадлалт хэмжигдэхүүний тархалтыг $z = \log\sqrt{\frac{S_1^2}{S_2^2}}$ гэж тодорхойлсон бөгөөд харин Снедекор гэгч эрдэмтэн $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ хэмээн авч Фишерийн нэрний эхний үсгийгхэрэглэж уг харьцааг бичсэн байдаг.

Хэрэв $F_{бодит} < F_{онол}$ байвал харьцуулж авсан хоёр хэсэг цувааны хэмжээс янз бүр байна гэсэн үг. 5%, 1% түвшингийн өөрчлөлтөнд F утгын $F(P_D, f_1, f_2)$ өөрчлөлтийг хүснэгт (3-р хавсралт)-ээр өгсөн байдаг. $F \geq 1$ байх нь S_1^2, S_2^2-ийн аль ихийг багад нь хуваах хэрэгтэй гэсэн үг юм. Цөөн ажиглалтын үед F тархалтын графикийн хоёр төгсгөлийн хэсэг нэлээд задгайрч тэлсэн байдаг.

$f_1=1$, $f_2= f$ чөлөөний зэрэгтэй үед Стьюдентын тархалт нь F тархалтын тухайн тохиолдол болно. Энэ үед t ба F тархалтын хооронд

$F(f_1 = 1, f_2) = t^2(f_2)$ буюу $t = \sqrt{F}$ хамаарал байхыг харж болно.

<u>Пирсоны χ^2 тархалт.</u> Тархалтын энэхүү хэлбэр үл хамаарах хэд хэдэн санамсаргүй хэмжигдэхүүний функцийн хэлбэрээр өгөгдсөн санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн тархалтын нэгэн төрөл юм.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (2.36)$$

Хэрэв үл хамаарах санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд $\bar{x}$ гэсэн ижилхэн дундаж, сонгон авсан S^2 гэсэн дисперстэй Гауссын хуулиар тархаж байгаа бол χ^2 тархалтыг ашиглан ерөнхий дисперсийг үнэлж болно. x_1, $x_2 \ldots x_n$ гэсэн утгатай, хэвийнтархалттай үл хамаарах n тооны хэмжигдэхүүн өгөдсөн бол $f = n-1$ чөлөөний зэрэгтэй тархалт нь нийлбэрийн хэлбэрээр буюу (2.36) тэгшитгэл.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \overline{x}}{\sigma_x} \right)^2 \qquad (2.36')$$

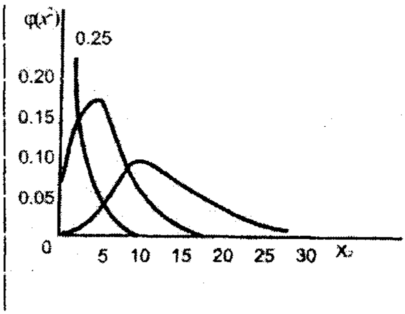
гэж бичигдэнэ.

χ^2 ***тархалтын нягт зөвхөн*** f чөлөөний зэргээс хамаарч $0 \le x^2 \le \infty$ үед

$$F(x^2) = \frac{1}{2^{\frac{f}{2}} \Gamma\left(\frac{f}{2}\right)} (x^2)^{\frac{f-2}{2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad (2.37)$$

Энд: Г (f) -гамма-функци. F- чөлөөний зэргийн янз бүрийн утганд χ^2 тархалтын магадлалын нягтын өөрчлөлтийн муруйг 2.8-р зурагт үзүүлэв.

2.8-р зураг. χ^2 Тархалтын нягт



Зургаас харахад муруйнууд тэгш хэмгүй байгаа бөгөөд чөлөөний зэргийн тоо f өсөхөд тэгш хэмт бус байдал нь нэмэгдэж байдаг.

Магадлалын зөвшөөрөгдөх β =1-р хүрээнд зөвшөөрөгдөх алдааны

үнэлгээ хоёр талын $x^2_{\frac{p}{2}} \le x^2 \le x^2_{\frac{1-p}{2}}$ нэг талын $x^2 < x^2_{1-p}, x^2 \ge x^2_p$ гэж

тодорхойлогддог. χ^2 тархалтын утгыг 4-р хавсралтаар өгөв. Сонгож авсан хэсгийн дисперсийг тэр хэсгийн утгуудаар

$$S_x^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{f}$$

буюу (2.35') тэгшитгэлээс

$$\chi^2=\frac{f\cdot S_x^2}{\sigma_x^2} \qquad (2.38)$$

гэж олдоно. χ^2 тархалтын утгыг практикт хэмжиж авсан тоон цуваа хэвийн тархалттай байгаа эсэхийг шалгахад ашиглана. Үүний тулд (2.36) томъёог арай өөр хэлбэрээр

$$\chi_\sigma^2=\sum\frac{\left(x_{i\delta}-x_{iOH}\right)^2}{x_{OH}} \qquad (2.39)$$

бичиж ашиглахад хялбар болгоно. Энд: $X_{iб}$ тархалтын хэмжиж авсан бодит утга, $X_{iон}$ – тархалтын онолын утга

Хэрэв $X_\sigma^2 \geq X_{OH}^2$ үед нийлэмжгүй буюу χ^2=0 болно. Бидний дээр авч үзсэн, t тархалтууд чөлөөний зэрэг $f_1=f, f_2=\infty$ байх үеийн F тархалтын тухайн тохиолдол юм.

2.4 Математик дундажийн үнэмшилт хүрээ, хэмжилтийн шаардагдах тоог тодорхойлох

Аливаа объектыг судлахдаа харгалзах тоон үзүүлэлтийг бүгдийг хамааруулдаггүй бөгөөд тэдгээр үзүүлэлтийн дундаж утгыг илэрхийлж чадахуйц хэсгийг сонгон авч судалдаг. Гэтэл тэрхүү сонгон авсан хэмжилтийн утга санамсаргүй тоо учир тэдгээрийн дундаж $\bar{x}$, бодит гол дундаж M_x –ээс хазайсан хазайлт мөн санамсаргүй тоо байдаг. Иймээс бидний олсон математик дундаж бодит математик дундаж M_x - ээс хэрхэн хазайсныг буюу M_x - ийн утгын орчим ямархуу хүрээнд хэлбэлзэж болохыг тодорхойлох явдал статистик тооцоонд онцгой үүрэгтэй. Энэ нь M_x-ээс $\bar{x}$ -ийн хазайсан хамгийн их хэлбийлт Δ буюу, алдааг олох явдал юм. Түүнийгээ дараах байдлаар бичиж M_x-ийн үнэмшилт хүрээг олно.

$$\bar{x}-\Delta\leq M_x\leq\bar{x}+\Delta \qquad (2.40)$$

Δ алдаа нь хэмжилтийн буюу сонгож авсан n тооноос хамаарна. n олон болоход Δ харьцангүй багасна. n мэдэгдэж байх үед Δ -ийн утгыг үнэмшилтэйгээр зааж болдоггүй бөгөөд учир нь энэхүү өгөгдөл дотор алдаатай, хэт хэлбийлттэй утга байж болно. Ийм учраас статистик дүгнэлтийн найдваршил буюу үнэмшилт магадлалын хэмжээ Р, (0<Р<1)-г авч үзнэ. Хэрэв статистикийн үнэлгээг Р=0.95 үнэмшилтэй гаргаж авсан гэвэл 100 тохиолдлын 95 нь үнэн гэсэн үг мөн. Цаашдын тооцоонд үнэмшилт магадлал Р-ийг биш, харин олсон утгын нөлөөллийн түвшин (уровень значимости) q,(q=1-p)-ийг авч хэрэглэнэ. q: 0.01, 0.05 ба 0.1 буюу 1, 5,10 хувь байна гэсэн үг юм. Хэрэв хэмжилтийн $x_1, x_2, \ldots, x_n$ утгуудын дисперси S_x^2 бол

алдааг $\Delta = \dfrac{t \cdot S}{\sqrt{n}}$ томъёогоор, тэрчлэн M_x математик

дундажийн үнэмшилт хүрээ

$$\bar{x} - \frac{t \cdot S}{\sqrt{n}} \le M_x \le \bar{x} + \frac{t \cdot S}{\sqrt{n}} \quad \text{гэж бичиж болно.} \qquad (2.41)$$

Энд: S –стандартын үнэлгээ буюу квадрат дундаж хэлбийлт t-Стьюдентийн шалгуурын утга, хүснэгтээс авна.

Хүснэгтээс өгөгдлийг сонгохдоо утгын нөлөөллийн түвшинд чөлөөний зэрэг f=n-1-ийн утгаар авах бөгөөд олсон утга нь -ийн нарийвчилсан үнэлгээ болно. Хэмжилтийн шаардагдах тоог

$$n_\sigma = \frac{t^2 \cdot S^2}{P^2} \qquad (2.42)$$

томъёогоор тодорхойлно. Энд: t –шалгуурын үзүүлэлт, энэ тухай 1.2 бүлэгт дурьдсан болно.

Жишээ Ижилхэн хэмжээтэй ноосон цамцанд орсон ээрмэл утасны орцын хэмжээг тогтоохоор үйлдвэрлэсэн цамцан дотроос нүдэн баримжаагаар сонгож 6 ш цамцыг жигнэж үзэхэд 578, 564, 539, 604, 551, 468 г жинтэй байсан бол статистик үзүүлэлтийг үнэмшлийн 95%-ийн хязгаарт тодорхойл. Мөн дундаж утгын үнэмшилт хүрээг тогтоо. (2.17), (2.18), (2.19) томъёонуудаар статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлбол:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{578 + 564 + \ldots + 468}{6} = \frac{3304}{6} = 550.7г$$

$$S_x^2=\frac{\sum(X_i-\overline{X})}{n-1}=\frac{(578-550.7)^2+(564-550.7)^2+\ldots+(468-550.7)^2}{6-1}=2147.9$$

$$S_x=\sqrt{S_x^2}=\sqrt{2147.9}=46.3г$$

Вариацийн коэффициент (2.20) томъёогоор

$$V=\frac{S_x}{\overline{x}}\cdot 100\%=8.14\%$$

Дундаж утгын алдаа (2.21) томъёогоор

$$S_{\overline{x}}=\sqrt{S^2/n}=\sqrt{\frac{2147.9}{6}}=18.9г$$

Дундаж утгын нарийвчлалын үзүүлэлт буюу харьцангуй алдаа (2.22) томъёогоор:

$$P=\frac{S_{\overline{x}}}{\overline{x}}\cdot 100\%=\frac{18.9}{550.7}\cdot 100\%=3.43\%$$

Математик дундажийн үнэмшилт хүрээ (2.41) томъёогоор

550.7-2.6$18.9[$M_x$[550.7+2.6$18.9 буюу

M_x=550.7!49.1H"(502ч600) г болно.

Туршилтын шаардагдах тоо (1.7) томъёогоор

$$n_{\theta}=\frac{V^2t^2}{P^2}=\frac{(8.41)^2\cdot(1.96)^2}{(3.43)^2}\approx 23.3(24)\ \text{удаа}$$

Бодлого. Олсны ургамалын найрлагад байгаа фосфорын хэмжээ (100г олсны хуурай бодис дахь P_2O_5-ын хэмжээ, граар)-г тодорхойлоход 0.56, 0.53, 0.49. 0.57, 0.48г гэж олдов. Статистик үзүүлэлтүүдийг үнэмшлийн 95% ба 99%-ын хязгаарт тодорхойл.

Бодлого. Даавуун материалын гадаргуун жигд бусыг хэмжээд түүний математик дунджаас Р = 0.95 үед Δ =50 мкм-ээс илүүгүй байх хэмжилтийн тоог тодорхойл.

2.5 Хэмжилтийн тоон утгуудыг шинжлэх

Хэмжилтийн тоон утгаар судалж байгаа зүйлийн статистик үзүүлэлтийг тодорхойлохын өмнө сонгож авсан тоон цувааг шаардагдах зорилтыг шийдвэрлэхэд хэрэглэж болох эсэхийг тогтоохоор урьдчилсан шинжилгээ хийдэг. Энэ нь тоон цуваан дотор хэт ялгарах хэмжигдэхүүн байгаа эсэх, дисперсүүд нэгэн төрөл болох эсэх, тоон цуваа нэгэн төрлийн байна уу, хэвийн тархалтын хуульд захирагддаг эсэх, хэмжилтийн өөр өөр утгууд хоорондоо корреляци хамааралтай эсэхийг тогтоох гэх мэт явдал мөн.

Хэт ялгарах хэмжигдэхүүнийг орхих. Хэмжиж авсан тоон өгөгдөл дотор бусад хэмжигдэхүүнээсээ хэмжээний хувьд хэт ялгарч байдаг хэмжигдэхүүн орох тохиолдол байдаг. Энэ нь судалгааны ажлын хэмжилт, ажиглалтын алдаанаас үүдэн гардаг. Хэт ялгарах хэмжигдэхүүн цуваaны x_{min}, x_{max} юмуу хэд хэдэн утга байж болно. Хэт ялгарч байгаа болзошгүй X_i утгыг авч Стьюдентын шалгуурыг ашиглаж шалгана.

$$t_T = \frac{\left(x_i - \bar{x}\right)}{S_x} > t_x \qquad (2.42)$$

бол x_t хэмжигдэхүүнийг орхино. Хэрэв $t_T < t_x$ бол сонгож авсан захын хэмжигдэхүүн хэт ялгарахгүй гэж үзнэ.

Жишээ: Нэг суурь машин дээр боловсруулсан ижилхэн эд ангиудыг жигнэж үзэхэд дараах тоон утгууд гарчээ. Хэт ялгарах хэмжигдэхүүн байгаа эсэхийг Стьюдентын шалгуурыг ашиглаж P = 0.95 байх үед тодорхойл.

G: 216, 209, 212, 217, 220, 268, 230, 241, 235 г.

Дээрх хэмжилтийн утгуудыг ажиглахад X_{min}=209, X_{max} = 268 утгууд хамгийн захын утга бөгөөд эдгээр нь хэт ялгарах хэмжигдэхүүн байж болзошгүй юм. Бодоход $\bar{x} = 227.5$г

$$S_x^2 = 345.78, \quad S = 18.59 \quad X_{min} = 209$$

$$t_T = \frac{x_{min} - \bar{x}}{S_x} = \frac{|209 - 227.5|}{18.59} = \frac{18.5}{18.59} \approx 1$$

$$t_T\left[P_D = 0.95 \quad f = n - 1 = 9 - 1\right] = 2.31$$

(2-р хавсралт) гарч t_T =1 < t_x=2.31 учир хэт ялгарахгүй байна гэж үзнэ.

$$t_T = \frac{(x_{max} - \bar{x})}{S_x} = \frac{268 - 2275}{1859} = \frac{405}{1859} = 217$$

X_{max}=268 үед

буюу t_T =2.17 < t_x =2.31 болж мөн хэт ялгарахгүй байна гэж үзнэ. Хэрэв сонгон авч шалгаж байгаа утга хэт ялгарах бол түүнийг орхино. Практик тооцоонд хэт ялгарах хэмжигдэхүүн байгаа эсэхийг шалгахдаа Стьюндентын шалгуурын аргаас гадна Смирнов-Грабсын аргыг өргөн хэрэглэнэ. Энэ арга өмнөх аргаас нарийвчлал сайтайд тооцогдоно. Смирнов-Грабсын аргын үед дараах томъёог хэрэглэнэ.

$$V_T = \frac{(X_i \pm \bar{X})}{S}\sqrt{\frac{n}{n-1}} > V_x \qquad (2.43)$$

Энд: V_T - тооцооны утга, V_x – Смирнов -Грабсын шалгуурын хүснэгтийн утга, хүснэгт (5-р хавсралт)-ээс авна.

n - хэмжилтийн тоо, хэрэв хүчин зүйлийн өөр өөр түвшинд зэрэгцсэн туршилт тавьсан бол m үсгээр тэмдэглэдэг.

$$V_T\{X_{min}\} = \frac{(X_{min} - \bar{X})}{S_x}\sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{(209 - 227.5)}{18.59}\sqrt{\frac{9}{9-1}} = 1.05$$

X_i-хэт ялгаатай байж болох хоёр хязгаарын утга. Өмнө үзсэн жишээнд өгсөн өгөгдлөөр хэт ялгарах хэмжигдэхүүн байгаа эсэхийг шалгая. Хүснэгтийн утгыг олбол V_x [P_D =0.95, f=n-1=9-1=8] - 2.172 буюу

$V_T\{x_{min}\}$=1.05< V_x=2.172 учир 209 гэсэн хамгийн бага утга хэмжигдэхүүн болохгүй. Харин X_{max} = 268 байх утгыг шалгахад

$$V_T\{X_{max}\} = \frac{X_{max} - \bar{X}}{S_x}\sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{(268 - 227.5)}{1859}\sqrt{\frac{9}{9-1}} = 2.30$$

гарч $V_T\{X_{max}\}$=2.30>V_x=2.172 учир хэмжилтийн 268 гэсэн утга хэт ялгарах хэмжигдэхүүн болж байна. Иймээс цаашдын тооцоонд 268 гэсэн утгыг орхиж түүний дараагийн захын утга болох 241 хэт ялгарах хэмжигдэхүүн мөн эсэхийг шалгана. Үүнийг шалгах үед n =8 болж $\bar{x}, S_x^2$, S_x -ийн утга өөрчлөгдөхийг анхаарах хэрэгтэй.

Хэмжилтийн утгууд нэгэн төрлийн болох таамаглалыг хоёр дисперсээр шалгах. Нэг зүйлийг янз бүрийн аргаар хэмжсэн буюу боловсруулсан үед мөн объектын үйл ажиллагааны үр дүнг харьцуулах шаардлага байнга тохиолддог. Ийм үед тус бүрийн $S_1^2(x), S_2^2(x)$ дисперсийг олж хооронд нь харьцуулалт хийдэг. Энэ нь $\sigma_1^2(x), \sigma_2^2(x)$ ерөнхий дисперсийг үнэлэх үнэлгээ юм.

$S_1^2(x) \neq S_2^2(x)$үед $\sigma_1^2(x) = \sigma_2^2(x)$ бол хэмжилтийн үеийн алдаанаас болсон байх гэж үзнэ. $S_1^2(x) \neq S_2^2(x)$, $\sigma_1^2(x) \neq \sigma_2^2(x)$байж болно. Энэ үед дисперсүүдийн хооронд ялгаатай хэмжээн үзэж Фишерийн шалгуураар нэгэн төрлийн байгаа эсэхийг шалгана. Хэрэв

$S_1^2(x) > S_2^2(x)$ бол

$$F_T = \frac{S_1^2(x)}{S_2^2(x)} = \frac{\frac{1}{m_1 - 1}\sum_{i=1}^{m_1}(x_{1i} - \bar{x}_1)^2}{\frac{1}{m2 - 1}\sum_{i=1}^{m_2}(x_{2i} - \bar{x}_2)^2} < F_X \qquad (2.44)$$

гэж олоод g, f_1, f_2 -оос хамааруулан хүснэгтээс Фишерийн шалгуурын хүснэгтийн F_x утгыг олж $F_T > F_x$ бол нэгэн төрлийн бус, $F_T < F_x$ бол нэгэн төрлийн хэмээн үзэж хэмжилтийн утгуудыг дараачийн тооцоонд ашиглана.

Жишээ: Үйлдвэрлэсэн ижил төрлийн бүтээгдэхүүнээс $m_1=3$, $m_2=13$ ширхэгийг тус бүрд нь ялган хэмжилт хийхэд $S_1^2(x) = 2.8$ (чөлөөний зэрэг f_1 = 2), S_2^2(x)=1.6 (f_2 =12) гэсэн дисперсийн утгууд гарчээ. Дисперсүүд нэгэн төрлийн болох эсэхийг шалга.

Бодолт: (2.44)томъёогоор олсон $S_1^2(x), S_2^2(x)$ утгуудын ихийг

багад нь харьцуулбал $F_T = \dfrac{S_1^2(x)}{S_2^2(x)} = \dfrac{2.8}{1.6} = 1.75$

гэж олдох бөгөөд хүснэгтийн утга (3-р хавсралт)-ыг олвол

F_x=[P_o=0.95, $f_1=m_1$ -1=3 -1=2, $f_2=m_2$ -1=13 -1=12]=3.885 болж

F_T=1.75 < F_x=3.885 учир дисперсүүд нэгэн төрлийн гэж үзнэ.

Жишээ: Нэг ижил зүйлийг $f_1=f_2=5$ үед зэрэгцүүлэн хэмжсэн хоёр хэмжилтийн сонгосон дисперси $S_1^2(x)=20.2, S_2^2=1.8$ бол

$$F_T=\frac{S_1^2(x)}{S_2^2(x)}=\frac{20.2}{1.8}=11.5$$

$F_T[P=0{,}95\ f_1=f_2=5]=5{,}05$ буюу $F_T=11{,}5>Fx=5{,}05$ дисперси нэгэн төрлийн болж чадахгүй байна.

Жишээ: Нэгэн зүйлийн төгсгөлийн үзүүлэлтийг хоёр өөр хэсэгт хэмжилт хийхэд $S_1^2(x)=10$ ($f_1=10$) $S_2^2(x)=2$ ($f_2=5$)дисперсийн утгууд гарчээ. $P_д=0$,95 ба 0,99 магадлалын утганд дисперсүүд нэгэн төрлийн байгаа эсэхийг ол.

Бодолт: Фишерийн шалгуурын тооцооны утгыг

$$F_T=\frac{S_1^2(x)}{S_2^2(x)}=\frac{10}{2}=5$$

хэмээн олж хүснэгтийн F_x $[P=0{,}95\ f_1=10\ f_2=5]=4{,}735$;

$F_x[P=0{,}99\ f_1=10\ f_2=5]=10{,}05$ утгуудтай харьцуулахад $P_д=0{,}95$ үед $F_T=5>F_1=4{,}75$ нэгэн төрлийн бус, $P_д=0{,}99$ үед $F_T=5<F_x=10{,}05$ болж байна. Ийм учраас $F_x[P=0{,}975\ f_1=10\ f_2=5]=6{,}619$ байх утгатай харьцуулан авч үзэж болно. Авч үзэж байгаа тохиолдолд туршилтыг давтаж хийх нь зүйтэй. Өөрөөр хэлбэл $S_1^2(x), S_2^2(x)$ утгаар ерөнхий дисперси $\sigma(x)$ хэд байх, ямар хүрээнд хэлбэлзэхийг урьдчилан хэлэх бололцоогүй юм.

Хэмжилтийн утгууд нэгэн төрлийн болох таамаглалыг ижил тооны хэмжилттэй үед дисперсээр шалгах. Хэрэв $n_1=n_2=n_3=\ldots=n_m$ гэсэн хэмжилтийн ижил утгуудтай үед дисперсүүдийг олсны үндсэн дээр Кохрены G шалгуураар шалгадаг Кохрены шалгуурын утгуудыг 6-р хавсралтаар үзүүлэв. Хэрэв дисперсийн тоо m $S_1^2(x), S_2^2(x),\ldots,S_m^2(x)$бол дисперсүүдийн хамгийн их $S_{1\max}^2(x)$ утгыг тэдгээрийн нийлбэрт хувааж Кохрены шалгуурын тооцооны утгыг олно. Үүнд:

$$G_T=\frac{S_{1\max}^2(x)}{S_1^2(x)+S_2^2(x)+\ldots+S_m^2(x)}<G_x \qquad (2.45)$$

Жишээ: Ойролцоо нутагт намаржиж байгаа айлуудын эр соёолон хонины дундаж жинг тогтоохоор 5 хот айлаас тус бүр 10 хонь сонгон авч жигнэж үзэхэд дараах тоон үзүүлэлт (2.1-р хүснэгт) гарчээ.

2.1-рхүснэгт

Хот айлын №	Хонины дугаар										$\bar{x}_i$	$S_i^2(x)$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1	65	65	67	68	69	72	68	67	66	67	67,4	4,27
2	64	69	72	70	66	65	68	69	70	72	68,5	7,61
3	66	69	70	71	65	68	67	69	72	70	68,7	4,90
4	69	70	71	65	66	67	68	67	68	66	67,7	3,88
5	70	65	65	66	67	68	68	69	70	71	67,9	4,54

Хэмжилтийн тоон утгууд нэгэн төрлийн болох эсэхийг

$$G_T = \frac{S_{\max}^2(x)}{\sum S_1^2(x)} = \frac{7.61}{4.27+7.61+4.90+3.88+4.54} = \frac{7.61}{25.22} = 0.3$$

Кохрены шалгуурын аргаар тодорхойл. Тооцооны утга (2.45) томъёогоор

гэж олдох бөгөөд хүснэгтийн утга $G[P_д=0,95;\ f_i=9;\ N=5]=0,42$ болно. Ингээд $G=0,3<G=0,42$ болж хэмжилтийн утгууд буюу таван хот айлаас сонгож авсан эр хонинуудын жин нэгэн төрлийн байна гэж үзнэ.

Хэмжилтийн тоо өөр өөр үед өгөгдлүүд нэгэн төрлийн болох таамаглалыг дисперсээр шалгах. $n_1, n_2, \dots, n_m$ гэсэн өөр тооны хэмжилтийн утгуудын дисперси $S_1^2(x), S_2^2(x), \dots, S_m^2(x)$ бол өгөгдлүүд нэгэн төрлийн болох таамаглалыг Бартлетын В шалгуураар шалгана. Үүний тулд эхлээд өгөгдсөн дисперсүүдийн ерөнхий дундажийг олно.

$$S^2(x) = \frac{f_1 S_1^2(x) + f_2 S_2^2(x) + \dots + f_n S_n^2(x)}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i S_i^2(x)}{f}$$

Энд: $f_1, f_2, \dots f_n$ чөлөөний зэргийн тоо $f_i = n_i - 1$

Цаашид Бартлетын шалгуурын тооцооны B_T утгыг олно. B_T *-ын* утга f_i >2 үед *n* - 1 чөлөөний зэрэгтэй χ^2 -ын утгатай ойролцоо байдаг.

$$B_T = \frac{V}{C} \le \chi_x^2 \tag{2.46}$$

Энд:

$$\left.\begin{aligned} V &= 2.303\left(f \lg S^2(x) - \sum f_i \lg S_i^2(x)\right) \\ C &= 1 + \frac{1}{3(n-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{f_i} - \frac{1}{f}\right) \end{aligned}\right\} \tag{2.47}$$

гэж олдоно. Цаашид хүснэгт (4-р хавсралт)-ээс χ_x^2 -ын утгыг олж $B_T \le \chi_x^2$ бол өгөгдөл нэгэн төрлийн гэж үзнэ. C>1үед $B \le \chi_{1-p}^2$ байдаг.

Жишээ: Нэгэн төрлийн объектын хувьд дундаж хэмжээг тодорхойлохоор өөр өөр давтамжтай хэсгүүдэд хэмжилт хийж тус бүрийн дисперсийг олж (2.46), (2.47) томъёогоор Бартлетын шалгуурын утгуудыг олоход шаардагдах өгөгдлүүдийг 2.2-р хүснэгтэд өгөв.

2.2-р хүснэгт

Д/д	$S_i^2(x)$	f_i	$f_i S_i^2(x)$	$\lg S_i^2(x)$	$f_i \cdot \lg S_i^2(x)$	$\frac{1}{f_i}$
1	1,72	5	8,60	0,2355	1,177	0,200
2	1,60	4	6,40	0,2041	0,816	0,250
3	1.97	6	11,82	0.2995	1,767	0,167
4	2.37	8	18,96	0,3747	2,995	0,125
		23	45,78		6,755	0,742

$S_i^2(x)$ -аар өгөгдлүүд нэгэн төрлийн болохыг шалга.

Бодолт: Хүснэгтэнд өгөгдсөн өгөгдлийг ашиглан ерөнхий дундаж дисперси болон (2.46), (2.47) томъёонд орсон утгуудыг олвол:

$$S^2(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i S_i^2(x)}{f} = \frac{45.78}{23} = 1.99, \qquad \lg S^2(x) = 0.2889$$

$$f \lg S^2(x) = 23 \cdot 0.2889 = 6.874; \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{23} = 0.0435$$

болно.

$$V = 2.303(6.874 - 6.755) = 0.278;$$

$$C = \frac{0.742 - 0.435}{3(4-1)} = 1.077; \qquad B_T = \frac{V}{C} = \frac{0.278}{1.077} = 0.258$$

4-р хавсралтаас P=0,05; $f = 23$ үед $\chi^2_{0.95} = 78$ $B_T = 0.258 < \chi^2_{0.95} = 7.8$ болж өгөгдлийг нэгэн төрлийн гэж үзнэ.

Бодлого: Хонины арьсны дундаж талбай (дм²)-г тодорхойлохоор өөр өөр аймгуудаас ачигдаж ирсэн арьсны талбайг хэмжиж үзэхэд дараах тоон утгууд гарчээ, Арьсны талбайн хэмжээ нэгэн төрлийн байгаа эсэхийг тодорхойл.

1: 85,5; 78,4; 80,6; 84,2; 79,6; 88,2; 83,7; 88,6; 87,0; 88,4; 80,8; 79,2;

2: 90,2; 89,3; 86,4; 85,5; 84,5; 76,4; 75,2; 78,3;

3: 73,4:76,2; 78,4; 79,2, 84,1; 85,2; 74,0; 76,4; 87,2; 86,2;

4: 69,9, 73,4; 82,4, 88,2, 86,4; 88,1; 83,2; 87,2; 82,6;

5: 74,2; 89,5, 88,2; 87,3, 85,2; 84,2;

Дундаж утгаар нэгэн төрлийн байх таамаглалыг шалгах. Нэг зүйлийг хоёр өөр төхөөрөмж дээр үйлдвэрлэх юм уу, хоёр өөр багажаар хэмжсэн үед арифметикийн дундаж нь өөр өөр байх тохиолдол байдаг. Ийм үед хэмжилтийн утгаар байгуулсан тоон цуваа нэг утгатай байгаа эсэхийг шалгах нь анхнаасаа хэмжээ нь хоорондоо ялгаатай байв уу эсвэл ямар нэгэн завсрын шалтгаанаар өөрчлөлт гарсан байна уу гэдгийг тогтоох явдал юм. Шалгахдаа мөн л Стюдентийн t шалгуурыг хэрэглэнэ.

Хэрэв n_1, n_2 тооны хэмжээтэй $\overline{X}_1, \overline{X}_2$ дундаж утгатай $S_1^2(X), S_2^2(X)$ дисперсийн үнэлгээтэй нэгэн төрлийн хоёр хэсэг зүйл байгаа гэе. Бид хоёр тохиолдол авч үзье. Үүнд:

1. $S_1^2(X), S_2^2(X)$ дисперсүүд нэгэн төрлийг гэж үзье. Тэгвэл шалгуурын тооцооны утгыг

$$t_T = \frac{\left|\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left[\frac{(n_1-1)S_1^2(X) + (n_2-1)S_2^2(X)}{n_1 + n_2 - 2}\right]}} \qquad (2.48)$$

томъёогоор тодорхойлно. Олсны дараа нөлөөллийн түвшин q, чөлөөний зэргийн тоо $f = n_1 + n_2$-2-оос хамааруулан Стьюдентын шалгуурын хүснэгтийн t_x утга (2-р хавсралт)-ыг олж тооцооны утгатай харьцуулалт хийнэ. Хэрэв $t_T > t_x$ бол нэгэн төрлийн бус, эсрэг тохиолдолд нэгэн төрлийн гэж үзнэ. Хэрэв сонгож авсан хоёр цувааны гишүүд хоорондоо тэнцүү $n_1=n_2=n$ бол (2.48) томъёо дараах байдлаар хялбарчлагдана.

$$t_T = \frac{\left|\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right|}{\sqrt{\left[\frac{S_1^2(X)+S_2^2(X)}{n}\right]}} \qquad (2.49)$$

$$\overline{X}_1 = 200; S_1^2(X) = 20; n_1 = 100; \overline{X}_2 = 190; S_2^2(X) = 20; n_1 = 100;$$

Жишээ: Хоёр төрлийн ноосон утасны бат бэхийг хэмжихэд дараах утга олдов.

Хоёр төрлийн утас нэгэн төрлийн бат бэхтэй байгаа эсэхийг тодорхойл.

Бодолт: (2.49) томъёогоор

$$t_T = \frac{|200-190|}{\sqrt{\left[\frac{20^2+18^2}{100}\right]}} = 7.4$$

Хүснэгтээс $t_x\left[-q = 0.05 f_1 = f_2 = 100-1 = 99\right] = 1.96$ болж

$t_T = 7.4 > t_x = 1.96$ учир хоёр утас нэгэн төрлийн бус утас байжээ гэж үзнэ.

2. $S_1^2(X), S_2^2(X)$ нэгэн төрлийн бус гэж үзье. Тэгвэл шалгуурын тооцооны утга

$$t_T = \frac{\left|\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right|}{\sqrt{\frac{S_1^2(x)}{n_1} + \frac{S_2^2(x)}{n_2}}} \qquad (2.50)$$

томъёогоор, харин чөлөөний зэрэг

$$f = \frac{\left(\frac{S_1^2(x)}{n_1} + \frac{S_2^2(x)}{n_2}\right)}{\left(\frac{S_1^2(x)/n_1}{n_1+1}\right)^2 + \left(\frac{S_2^2(x)/n_2}{n_2+1}\right)^2} - 2 \qquad (2.51)$$

гэж олдоно. (2.51) томъёогоор олоход f бутархай гарвал хамгийн ойр бүхэл тоонд шилжүүлж авна.

Тархалт хэвийн болох эсэхийг шалгах. Дээр дурьдсан статистикийн аргуудаас үзэхэд хэмжилтийн тоо олон үед хэвийн тархалтруу тэмүүлж байдгийг мэдэж болно. Хэмжилтийн тоон цуваа хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байгаа эсэхийг шалгах хэд хэдэн арга байдаг. Эдгээрийн дотроос ***Пирсоны*** χ^2 ***шалгуурын арга*** нэлээд өргөн дэлгэрсэн арга юм. Шалгахын тулд хэмжилтийн тоог их болгож $n \geq 50 \div 150$-д хүргэх хэрэгтэй. Энэ үед гарах үзүүлэлтийг 5-аас доошгүй утгыг агуулсан хэд хэдэн ангид хуваагдсан байвал зохино. Хуваалтын анги (хүрээ) тус бүрд байгаа үзүүлэлтийн давтамжийн m_i утгыг тоолж улмаар тэдгээрийн байж болзошгүй магадлалт (онолын) утгыг

$$m_i^1 = \Phi(Z_2)\text{-}\Phi(Z_1)$$

$$Z_1 = \left(X_1^{доод} - \overline{X}\right)/S; Z_2 = \left(X_1^{дээд} - \overline{X}\right)/S; \qquad (2.52)$$

томъёогоор тус тус тодорхойлно. Түүнийг $-\infty \div +\infty$ хооронд тархана гэж үзнэ.

Энд $X_i^{доод}, X_i^{дээд}$ - хуваалтын i-р ангиин дээд, доод утга

$\overline{X}$ -ангийн доторхи утгуудын арифметикийн дундаж

Ф(Z)-Лапласын нормчлогдсон функци (2.52) томъёогоор тодорхойлогдоно. Хэрэв Z хувьсагчийн утга хасах тэмдэгтэй бол Ф(-Z)=Ф(Z) гэж функцийи утгыг хасахаар авна.

$Z_1 = Z$, $Z_2 = Z$ үед түүний утгыг хүснэгт (1-рхавсралт)-ээс сонгож авна.

Дараа нь

$$\chi_T^2 = \frac{\sum(m_i - P_i n)^2}{P_i n}; P_i = \frac{n_1}{n} \quad \text{харьцангуй давтамж} \qquad (2.53)$$

томъёогоор тооцооны утгыг олж нөлөөллийн q түвшин $f = k - 3$ (к-ангийн тоо) чөлөөний зэргээс хамааруулан χ_x^2 утгыг (4-р хавсралт) олж $\chi_T^2 < \chi_x^2$ тархалт хэвийн байна гэж үзнэ.

Жишээ: 18 текс шугаман нягттай ээрмэлийн бөх батын үзүүлэлт хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байгаа эсэхийг тодорхойлохоор 140 удаа хэмжилт хийхэд утга 55,5-80,5-ын хооронд өөрчлөгдөж байв. Хэмжилтийн утгыг олон хэмжилттэй үед тоон үзүүлэлтийг статистик үзүүлэлтийг олдог аргын дагуу ангилж хүснэгтээр өгөв. Хэвийн тархалттай эсэхийг шалга!

Бодолт: Тухайн өгөгдлийг хувьсах хүрээний завсрын тоог 30<n<300 үед тодорхойлдог.

$$l = 3.3321\lg n + 1 = 9.4 \qquad (2.54)$$

томъёогоор олж нэг завсарт хувьсах хэмжээг

$$\Delta = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{l} = \frac{80.5 - 55.5}{9} = 2.7$$ гэж тогтоов.

Мөн (2.52) томъёогоор Z_1, Z_2, P_i–ийн 1-р хавсралтаас $\Phi(Z_1), \Phi(Z_2)$ Лапласын нормчлогдсон функцийн, (2.53) томъёоны утгуудыг тус тус олж 2.3-р хүснэгтээр өгөв.

Тооцооны хүснэгтээс харахад $\chi_T^2 = 10.175$ болж байна. Хүснэгтийн утгыг 4-р хавсралтаас олвол $\chi_X^2[q = 0.05 f = 9 - 6 = 3] = 12.6$ буюу

$\chi_T^2 = 10.175 < \chi_x^2 = 12.6$ болж ээрмэлийн бөх бат хэвийн тархалтын хуулинд захирагдаж байна гэж үзнэ.

Тархалт цөөн утгатай (n<50) үед ***Шапиро, Уилка-ийн W шалгуураар*** хэвийн тархалтыг шалгана. Энэхүү аргыг хэрэглэхийн тулд хэмжилтийн өгөгдлийг багаас их рүү нь дэс дараалуулан (ранжирование) жагсаана. Хэмжилтийн ийм цөөн тоо хувьсах хүчин зүйлийн өөр өөр төвшинд нэг туршилтыг m дахин давтан хийж гарах У үзүүлэлтийн статистик утгыг тодорхойлох үед ихээхэн тохиолдоно. Шалгуурын энэ аргыг хэрэглэх үед дараах дэс дараалыг баримтлана. Үүнд:

1. Хэмжилтийн утгуудыг багаас өсөх дэс дараалалд оруулах $y_1 \le y_2 \le y_3 \le .... \le y_i \le ... \le y_m$

2.Арифметикийн $\bar{y}$ дундаж $S^2\{y\}$ дисперсийг (2.17), (2.18) томъёогоор олох

3. Хэрэв хэмжилтийн тоо n юмуу туршилтын m тоо тэгш бол коэффициентийг $k = 0.5m$, сондгой бол $k = \frac{m-1}{2}$ хэмээн олж

$$Q = q_m\left(y_m - y_1\right) + q_{m-k+1}\left(y_{m-k+1} - y_k\right) = \sum q_{m-i+1}\left(y_{m-i+1} - y_i\right) \qquad (2.55)$$

томъёогоор Q-ийн утгыг тодорхойлно. Энд q_{m-i+1} $(i=1...k)$ утгыг тусгай хүснэгт (7-р хавсралт)-ээс авна. m - сондгой үед y_{k+1} утга ажиглагддаггүй.

4. Шалгуурын тооцооны

$$W_T = \frac{Q^2(m-1)}{S^2\{y\}} \tag{2.56}$$

утгыг олж хүснэгт (8-р хавсралт)-ийн Wx утгатай харьцуулж Wt>Wx бол хэвийн тархалттай гэж үзнэ.

Жишээ: Ижилхэн нөхцөлд боловсруулсан 11 эд ангийн уртыг хэмжихэд үндсэн хэмжээнээс дараах хэмжээгээр хазайсан байв. y_i=0,1;0.13; 0,17; 0,21; 0,24; 0,28; 0,30; 0,31; 0,32; 0,43; 1,11 мм. Байвал зохих үндсэн хэмжээнээс хазайсан хазайлт (хэлбийлт) хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байгаа эсэхийг тодорхойл.

Бодолт: m=11 хэмжээсийн дисперси $S^2\{y\}=0.05248$ гэж олдов. к=5 үед 7-р хавсралтыг ашиглан (2.55) томъёонд олсон утгуудыг бичвэл:

$$Q=q_{10}(y_{11}-y_1)+q_{10}(y_{10}-y_2)+q_9(y_9-y_3)+q_8(y_8-y_4)+q_7(y_7-y_5)=$$

$$=0.5601(1.11-0.11)+0.3315(0.43-0.13)+0.226(0.32-0.17)+$$

$$+0.1429(0.31-0.21)+0.0695(0.30-0.24)=0.7175;$$ y_6 – *ашиглагдахгүй.*

(2.56) томъёогоор шалгуурын тооцооны утгыг олвол:

$$W_T = \frac{(0.7175)^2(11-1)}{0.05248} = 9.81$$

Хүснэгт (8-р хавсралт)-ээс $W_x\,[P_Д = 0.5,\ m = 11] = 0.940$ гэж олоход $W_T = 9.81 > W_t = 0.940$ учраас хазайсан хазайлт хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байна гэж үзнэ.

Хэмжилтийн тоо нэлээд олон үед хэвийн тархалттай байгаа эсэхийг Колмогоровын [8] тархалтаар шалгаж болно. Энэ нь санамсаргүй хэмжигдэхүүний бодит ба онолын тархалтын хоорондох ялгаа онолын тархалтаас үл хамаарч тодорхой хуульд захирагддаг тухай түүний теоремд үндэслэжээ.

Хэвийн тархалттай байгаа эсэхийг А ассимметр Е эксцессийн үзүүлэлт (коэффициент гэж заримдаа нэрлэнэ) -ээр тогтоох явдал бий.[8]

$$A=\frac{1}{nS^3_{(y)}}\sum(y_i-\bar{y})^3;\ E=\frac{1}{nS^4_{(y)}}\sum(y_i-\bar{y})^4-3;$$

2.3-р хүснэгт

Хувьсах хүрээний №	$X_i^{'эх'}$	$X_i^{'эц'}$	m_i	Z_1	Z_2	Z_1	Z_2	P_i	P_{i-n}	$(m_i - P_i \cdot n)^2$	$\frac{(m_i - P_i \cdot n)^2}{P_i n}$
1	-∞	58,2	13	-∞	-1,22	-0,5	-0,388	0,112	15,68	7,18	0,46
2	58,3	61,0	22	-1,22	-0,73	-0,388	-0,267	0,121	16,94	25,6	1,51
3	61,1	63,8	25	-0,73	-0,24	-0,267	-0,095	0,172	24,08	0,85	0,04
4	63,9	66,6	26	-0,24	0,24	-0,095	0,095	0,190	26,60	0,36	0,01
5	66,7	69,4	23	0,24	0,73	0,095	0,267	0,172	24,08	1,17	0,05
6	69,5	72,2	15	0,73	1,22	0,267	0,388	0,121	16,94	3,76	0,22
7	73,3	75,0	5	1,22	1,72	0,388	0,457	0,060	9,66	21,7	2,24
8	75,1	77,8	6	1,72	2,20	0,457	0,486	0,029	4,06	3,76	0,92
9	77,9	∞	5	2,20	∞	0,486	0,5	0,014	1,96	9,24	4,71
			$\sum = 140$								$\sum = 10{,}175$

Энд S(y)-гарах үзүүлэлтийн квадрат дундаж хэлбийлт буюу стандартын хазайлт, n-туршилтын тоо,

Цаашид ассимметр ба эксцессийн квадрат дундаж хэлбийлтийг олно.

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}}; \sigma_E = \sqrt{\frac{24(n-2)(n-3)}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}};$$

A, E үзүүлэлтээр шалгахад σ_A, σ_E-ийн аль нэг нь юм уу хоёулаа квадрат дундаж хэлбийлтийн байвал зохих утгаас олон /2-3/ дахин өөр бол тархалт хэвийн бус гэж үзнэ.

Бодлого: Арьсны тосыг авсны дараа сонгож авсан хэдэн арьсан дээр үлдэгдэл тосны хэмжээг тодорхойлоход y:1,8; 2,1; 2,2; 2,1; 1,9; 1,4; 1,2; 2,8; 2,5; 1,8; 2,2; 2,7% гарсан бол үлдэгдэл тосны хэмжээ хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байгаа эсэхийг шалга.

2.6 Хэмжилтийн тоон утгууд корреляци хамааралтай эсэхийг шалгах

Туршилт шинжилгээний ажлын үед хэд хэдэн хэмжигдэхүүний хооронд хамаарал байгаа эсэхийг тогтоох шаардлага гардаг. Эдгээр хэмжигдэхүүн бүгд санамсаргүй бол корреляцийн шинжилгээ хийнэ. Энэ нь нэг нь нөгөөтэй ямар холбоотой, нэгнийх нь тархалт өөрчлөгдөхөд нөгөөгийнх хэрхэн өөрчлөгддөгийг тогтоох явдал юм. Статистик холбоог тогтоохдоо **корреляцийн сонгож авсан коэффициент** гэсэн тоон үзүүлэлтийг ашигладаг. n-ажиглалтаар

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$$
$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$$

гэсэн хоёр цувааг гарган авчээ. Тэдгээрийн статистик үзүүлэлт $\bar{X}, \bar{y}, \bar{S}_X, \bar{S}_y$ бол корреляцийн сонгож авсан коэффициентийн утга [8]

$$r_{xy} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)S_x S_y}$$

томъёогоор тодорхойлогдоно. (2.57) томъёог тооцоонд ашиглахад арай тохиромжтой хэлбэрт оруулан өөрчилнө.

$$r_{xy} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}} \qquad (2.57)$$

x,y-ийн масштаб, тооцооны эхлэлийн цэгийг өөрчлөхөд корреляцийн сонгож авсан коэффициентийн утга өөрчлөгддөггүй. Тэрээр $-1<r_{xy}<+1$ гэсэн хязгаарын хооронд өөрчлөгдөх бөгөөд x,y-ийн хоорондох шугаман хамаарлыг заана. Корреляцийн коэффициент r нэмэх тэмдэгтэй үед хоёр хэмжигдэхүүний аль нэг өсөхөд нөгөөгийн дундаж утга өсч, хасах тэмдэгтэй үед нэг нь өсөхөд нөгөө нь буурч байдаг. r_{xy} тэгтэй тэнцүү үед корреляци холбоо байхгүй гэж үзнэ. Харин +1 ба -1 рүү тэмүүлэх хэмжээгээр корреляци холбооны өсөлт тодорхойлогдоно.

X,У хоёр хэмжигдэхүүний хооронд корреляци хамаарал байгаа эсэхийг

$$t_T = |r_{xy}|\sqrt{\frac{n-2}{1-r_{xy}^2}} \qquad (2.58)$$

томъёог ашиглан тооцооны t_T утгыг олоод q, $f = n = 2$ утгаар Стьюдентын шалгуурын хүснэгтийн t_x утгатай харьцуулж $t_T > t_x$ бол корреляци хамааралтай . $t_T < t_x$ бол корреляци хамааралгүй гэж үзнэ.

Жишээ: 14-16 настай эрэгтэй хүүхдийн цээж ба бэлхүүсний тойргийн хооронд корреляци хамаарал (статистик холбоо) байгаа эсэхийг шалгахаар n=110 хүүхэд дээр хэмжилт авч (2.57) томъёонд орсон утгуудыг олвол

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = (113+101+95+\ldots+110) = 11243;$$

$$\sum x_i^2 = (113^2+101^2+952+\ldots+110^2) = 1161381;$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_1 = (86+87+87+\ldots+85) = 9351;$$

$$\sum y_i^2 = (86^2+87^2+87^2+\ldots+85^2) = 79530;$$

$$\sum(x_i y_i) = (113\cdot 86+101\cdot 87+95\cdot 87+\ldots+110\cdot 85) = 956180$$

гарчээ. Олсон утгуудыг (2.57) томъёонд тавьбал:

$$r_{xy} = \frac{110\cdot 956180 - 11243\cdot 9351}{\sqrt{(110\cdot 1161138 - 11243^2)(110\cdot 795301 - 9351^2)}} = \frac{46507}{2375828} = 0.195$$

болно. Стьюдентын шалгуурын тооцооны утгыг (2.58) томъёогоор олвол:

$$t_T = |0.195|\sqrt{\frac{108}{1-0.195^2}} = 2.07$$ болох ба хүснэгтийн утга

$$t_x = [q = 0.05 f = n-2 = 110-2 = 108] = 1.98 t_T = 2.07 > t_x = 1.98$$

учир статистик холбоотой гэж үзнэ.

Гурав юм уу түүнээс олон санамсаргүй хэмжигдэхүүний хооронд статистик холбоо байгаа эсэхийг шалгахдаа ***олонлогийн корреляцийн коэффициент*** ρ -г олдог.

$$R = \sqrt{\frac{r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{xz} + r_{yz}^2}{1 - r_{xy}^2}} \qquad (2.59)$$

Энэ нь r_{xy}, r_{yz}, r_{xz} нь x,y; y, z ба x,z хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондох корреляци хамаарлыг илэрхийлэх коэффициент, (2.57) томъёогоор тодорхойлогдоно.

Олонлогийн корреляцийн коэффициент $0 < \rho < 1$ хязгаарын хооронд утга авах шугаман статистик холбоог заана. Корреляцийн шинжилгээ хийх аргын талаар 6-р бүлэгт тодорхой авч үзнэ.

Тоон утгууд корреляци хамааралтай болох эсэхийг шалгахын гадна чанарын хувьд өөр өөр хоёр хэмжигдэхүүний хооронд корреляци хамаарал байгаа эсэхийг тогтоох шаардлага гардаг. Ийм үед чанарын өөрчлөлтийн дараалаар ялгаж дугаарлах бөгөөд энэхүү дугаарлалт түүний ранг (чанарын дараалал буюу чансаа) болно. x, y гэсэн шинж чанартай уялдан

$$x: x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

x_i, y_i гэсэн хоёр ранг өгөгдсөн гэе.

$$y: y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$$

Энэ үед чанарын үзүүлэлтийн хоорондох холбоог үнэлэх гол арга нь Спирмений ***чанарын дараалалт утгын корреляцийн коэффициентийг*** тооцож олох явдал байдаг. Олох томъёо нь хэмжилтийн тоо *n* үед

$$R = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}{n^3 - n} \qquad (2.60)$$

байдаг. Чанарын дараалалт утгын корреляцийн коэффициент нь $-1<R<+1$ гэсэн хязгаарт өөрчлөгдөх ба бодит хэмжээ нь x,y чанарын утгаар өгөгдсөн хоёр хэмжигдэхүүний хоорондох хамаарлын зэрэгтэй пропорциональ байна. Энэхүү коэффициентийн нөлөөллийг үнэлэх арга нь корреляцийн коэффициентийг олдог аргын нэгэн адил явагдана.

Энд ne"9 бол (2.58) томъёог, n<9 бол математик статистикийн хүснэгт ашиглана. Судалж байгаа зүйлийн үзүүлэлт тоон утгаар өгөгдсөн тохиолдолд уг өгөгдлөө өсөх юм уу буурах дэс дараалалд оруулсны дараа Спирмений аргыг хэрэглэдэг. Энэ нь тооцоог ихээхэн хялбарчилна.

Жишээ нь: Мэргэжлийн хувьд 10 өөр түвшинд хуваагдах оёдолчдын оёсон нэгэн төрлийн хувцасны өөрийн өртгийг тогтооход дараах тоо гарчээ.

Мэргэжлийн түвшингээр дараалуулан жагсаавал 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

Өөрийн өртгөөр дараалуулан жагсаавал: 8,6,9,10,7,3,4,2,1,5 Энд мэргэжлийн түвшингээр 10 хамгийн өндөр, өөрийн өртөг 10 хамгийн их, аль алинд нь 1 хамгийн бага утга болно. (2.60) томъёогоор чанарын дараалалт утгын корреляцийн коэффициентийг олвол

$R = 1 - 6[(1-8)^2 + (2-6)^2 + ... + (10-5)^2]/10^3 - 10$ Н" -1.72

коэффициент хасах тэмдэгтэй гарч байгаа нь мэргэшлийн зэрэг өндөржихөд өөрийн өртөг буурч байгааг харуулж байна. R коэффициентийн нөлөөлөх утгыг (2.58) томъёогоор бодож олвол:

$$t_r = |-0.72|\sqrt{\frac{10-2}{1-(-0.72)^2}} = 2.93$$

болно. Хүснэгтийн утга $t_x[q = 0.05, f = n-2 = 10-2 = 8] = 2.31$ болж оёдолчны мэргэжлийн түвшин, хувцасны өөрийн өртгийн хооронд корреляци хамаарал байна гэж үзнэ.

2.7. Мэргэжлийн шинжээчдийн үнэлгээг статистикийн аргаар боловсруулах

Хэрэв объектод нөлөөлөх $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ хүчин зүйл байгаа гэе. Энэхүү хүчин зүйлүүдийн дотроос чухам аль нь илүү нөлөөтэй болохыг тодорхойлох шаардлага байнга гардаг. Зарим үед тоон утгаар өгөгдөөгүй хүчин зүйлүүдийн нөлөөллийг мэргэжлийн шинжээчид (эксперт)-ийн гаргасан саналаар тооцох хэрэгтэй болдог. Энэ нь туршилтыг төлөвлөх, төсөөлөх үйл ажиллагаанд ихээхэн тохиолдоно.

Өмнөх жишээний хоёр өгөгдөл (мэргэжлийн түвшин, өөрийн өртөг) дурын m шинжээр утга нь тодорхойлогдож болох юм. Бид $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ хүчин зүйл тухайн бүтээгдэхүүний чанарт ямархуу нөлөөтэй болохыг тогтоохоор m шинжээчээс санал авсан гэж үзье. Шинжээч бүр объектод $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ хүчин зүйлийн нөлөөлөх нөлөөллийг зэрэглэж буурах дарааллаар нь дугаарласны дараа хүснэгтэд оруулж улмаар статистик үзүүлэлтийг нь олно.

Судалгаанд шинжээчдийн саналын үнэмшлийн зэргийг тогтоохдоо **конкордацийн W** гэсэн коэффициентийг олдог.

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)} \qquad (2.61)$$

Энд:
$$S = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{i=1}^{m} a_{ij} - \frac{1}{2}m(n+1)\right]^2 \qquad (2.62)$$

Конкордацийн коэффициентийн утга $0 \le W \le 1$ хязгаарын хооронд утга авах бөгөөд 1-д ойр бол шинжээчдийн үнэлгээний саналын үнэмшил их, 0-д ойр бол үнэмшил бага байна гэж үзнэ. Коэффициентэд үнэлгээ өгөхдөө (n>7үед) Пирсоны шалгуурын тооцооны утгыг

$$\chi_T^2 = m(n-1)W \qquad (2.63)$$

томъёогоор олоод хүснэгтээс $q, f = n-1$ утгаар хүснэгтийн χ_x^2 утгыг олж $\chi_T^2 > \chi_x^2$ экспертийн үнэлгээний санал хоорондоо нийлж байна,

$X_T^2 < X_x^2$ бол хоорондоо нийлэхгүй байна гэж үзнэ.

Шинжээч хэд хэдэн зүйлд ижилхэн үнэлгээ өгсөн байж болно. Тухайлбал: доорхи жишээний 3,4,5 дахь хүчин зүйлд ижил үнэлгээ өгсөн бол (3+4+5)/3=4 гэж авна. Эдгээр хүчин зүйлийг холбоотой хүчин зүйл гэнэ. Хүчин зүйлүүд хоорондоо холбоотой үед конкордацийн коэффициент

$$W = \frac{12S}{m^l(n^3 - n) - m\sum_{u=1}^{l} T_u} \qquad (2.64)$$

томъёогоор тодорхойлогдоно. Энд:

$T_u = \sum_{Y=1}^{r}\left(t_Y^3 - t_y\right)$; $r - u$ дугаар мөр дэх холбоо бүхий рангуудын тоо;

t_y -u дугаар мөрд байгаа холбоотой рангуудын давтагдах тоо;

l -холбоо бүхий рангыг илэрхийлэх мөрийн тоо

Жишээ: Эрэгтэй хүний костюмны чанар үзэмжийг сайжруулахын үндэс юу болохыг тодруулахаар n=11 асуулт (хүчин зүйл)-аар m=14 шинжээчээс санал авчээ. Тэгэхэд дараах үнэлгээ гарав. (2.4-р хүснэгт)

T_u-ийг хэрхэн олохыг тайлбарлая. Тухайлбал 9-р мөрөнд хоорондоо холбоотой 2 төрлийн ранг байна. 2.5 дөрөв дахин 9.5 хоёр дахин давтжээ.

$T_9 = (4^3 - 4) + (2^3 - 2) = 66$ томъёонд 2.5 дөрөв дахин давтагдсан тул $t_9^4 = 4^3$, 9.5 хоёр давтагдсан тул $t_9^2 = 2^3$ гэж авсныг анхаарах хэрэгтэй (2.62) томъёогоор S-ийн утгыг олвол:

$$S = \left[425 - \frac{1}{2}\cdot 14(11+1)\right]^2 + \left[365 - \frac{1}{2}\cdot 14(11+1)\right]^2 + \left[1035 - \frac{1}{2}\cdot 14(11+1)\right]^2 = 16263.5$$

болно.

(2.64) томъёогоор конкордацын коэффициентийг олвол:

$$W = \frac{12\cdot 16263.5}{14^9\cdot(11^3 - 11) - 14\cdot 66};$$

(2.63) томъёогоор шалгуурын тооцооны утгыг олвол:

$$\chi_T^2 = m(n-1)W = 14(11-1)\cdot 0.76 = 106.4$$

4-р хавсралтаас Пирсоны χ^2 шалгуурын хүснэгтийн утгыг олвол $\chi_x^2[q = 0.05, f = n - 1 = 11 - 1 = 10]18.3$ болно. Эндээс $\chi_T^2 = 106.4 > \chi_x^2 = 18.3$ болж шинжээчдийн гаргасан саналын хооронд үнэмшил байна гэж үзнэ.

2.4-р хүснэгт

Экспертийн хувийн дугаар	Нөлөөлөх хүчин зүйлүүд										
	Ажлын байрны ая тухтай байдал	Оёж буй машины төрөл	Ажлын байрны гэрэлтүүлэг	Материалын чанар	Оёдлчны санаа сэтгэл	Загвар сонголт	Эсгүүр	Ажлын зохион байгуулалт	Оёдлчны мэргэжлийн түвшин	Товч сонголт	Материалын өнгө үзэмж
1	5	1	6	9.5	2	9.5	7	4	9.5	3	9.5
2	3	1	4	10	5	7	8	6	11	2	9
3	1	5	7	9.5	6	9.5	9.5	4	9.5	2	3
4	4	1	5	11	2	8	7	6	10	3	9
5	1	4	6	11	3	7	10	9	8	2	5
6	4	5	3	10	6	10	8	2	10	1	7
7	2	4.5	6	7	4.5	1	8.5	8.5	10	3	11
8	1	2	4	11	5	10	9	6	8	3	7
9	2.5	2.5	6	11	2.5	9.5	9.5	5	8	2.5	7
10	3	2	7	10	6	9	8	4	11	1	5
11	4.5	2.5	6	11	2.5	8.5	8.5	4.5	8.5	1	8.5
12	6.5	1	4	9.5	3	11	8	5	9.5	2	6.5
13	2	3	4	11	5	10	6	7	8	1	9
14	3	2	4	11	5	9	8	6	10	1	7
$\sum a_{ij}$	42	36.5	72	142.5	57.5	119	115	77	131	27.5	103.5

2.5-р хүснэгт

д/д	Нөлөөлөх хүчин зүйлүүд	Шинжээчдийн хувийн дугаар m=12												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	Ажлын байрны ая тухтай байдал	9	8	8	5	9	8	13	10	10	10	12	9	111
2	Сүлжих машины төрөл марк	13	10	9	10	10	12	12	11	13	12	6	10	128
3	Ажлын байрны гэрэлтүүлэг	10	7	9	6	6	8	9	8	9	10	8	8	98
4	Эсгүүр	12	11	8	9	11	11	10	5	12	13	11	12	112
5	Утасны чанар өнгө	10	10	8	7	10	10	10	10	5	10	10	10	127
6	Загвар сонголт	9	9	10	10	11	10	12	4	9	12	9	9	125
7	Сүлжигчийн мэргэжлийн түвшин	7	9	8	13	12	12	13	12	8	13	12	7	141
8	Сүлжигчийн санаа сэтгэл	6	7	9	12	8	8	10	13	8	8	10	10	98
9	Утасны эрч	11	9	7	10	9	10	11	3	10	10	9	11	110
10	Сүлжмэлийн төрөл	8	7	7	8	10	10	12	6	7	12	6	12	105
11	Товч сонголт	7	6	7	6	5	6	9	3	7	5	3	4	73
12	Индүүдлэг цэвэрлэгээ	10	10	9	11	11	11	10	11	13	12	7	8	123
13	Утас сонголт	10	9	10	5	9	9	11	9	8	10	8	6	104

Хүснэгтэд орсон хүчин зүйлүүдээс үзэхэд a_{ij} утга 4,9,6,7 –р багананд хамгийн их утгатай буюу эрэгтэй хүний костюмны чанар үзэмжинд материалын чанар, оёдолчны мэргэжлийн түвшин, загвар сонголт, эсгүүр бусад хүчин зүйлээс илүү нөлөөтэй байгааг харж болно.

Ийм учраас костюмны чанар үзэмжийг сайжруулахын тулд дээр дурьдсан 4 хүчин зүйлүүдийг нөлөөлөх гол хүчин зүйл гэж үзэж энэхүү гол дөрвөн хүчин зүйл дээр тулгуурлан судалгааг явуулна.

Бодлого: Сүлжмэлийн үйлдвэрт үйлдвэрлэдэг эрэгтэй хүний ноосон цамцны чанар, үзэмжийг сайжруулахын үндэс нь юу болохыг тогтоохоор m=12 шинжээчээс n=13 асуултаар санал авсан судлгааны өгөгдлийг 2.5-р хүснэгтээр өгөв. Цамцны чанар үзэмжинд нөлөөлөх гол хүчин зүйлүүдийг тодорхойлж шинжээчдийн үнэлгээний саналын хооронд үнэмшил байгаа эсэхийг тогтоо.

Гуравдугаар бүлэг
ТООН БА ЧАНАРЫН ӨӨРЧЛӨЛТИЙН СТАТИСТИК ҮЗҮҮЛЭЛТҮҮДИЙГ ТОДОРХОЙЛОХ

3.1 Статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлох аргууд

Орчин үед аль ч үйлдвэрийн бүтээгдэхүүний технологийн болон чанарын үзүүлэлтийн хэмжээг техникийн, техникийн бус гэсэн хоёр аргаар тодорхойлж байна. Энэ хоёр арга нь түүхий эд, материалын шинж чанарыг тодорхойлох, бүтээгдэхүүний хийцийн болон технологийн шийдлийг боловсронгуй болгох зэрэгт өргөн хэрэглэгддэг. Эдгээр аргыг сонгоход нөлөөлөх тодорхойлогч гол хүчин зүйлүүд нь хэмжилтийн тоо хэмжээ, мэдээллийн үнэн зөв, уг аргын найдвартай, хямд хялбар байдал зэрэг болно.

Хэмжилтийн техникийн арга. Энэ арга нь хэмжих гэж буй үзүүлэлтийн утгыг хэмжээний найдвартай бөгөөд нэлээд бодитойгоор тогтоодог арга юм. Техникийн аргын үед шинж чанарын үзүүлэлтүүдийг хэмжих хэрэгсэл, төхөөрөмж дээр тодорхойлдог. Хэмжилтэд стандартын аргачлал, тоног төхөөрөмж, хэрэгсэл болон тусгай зориулалтаар боловсруулсан техникийн нөхцлийг ашиглана. Энэ арга нь хэмжилтийн туршлагын, бүртгэлийн ба тооцооны аргыг агуулсан байдаг.

Туршлагын аргын үед техникийн хэмжих хэрэгсэлийн тусламжтайгаар тухайн үзүүлэлтийн утгыг тодорхойлдог. Хэмжилтийн туршлагын аргын үед бүх төрлийн үйлдвэрт ашиглах түүхий эд материалын болон бүтээгдэхүүний шинж чанарын үзүүлэлт стандартад өгсөн үзүүлэлтэд хүрч буй эсэхийг олж тогтооно. Жишээ нь: бат бэх уян налархай, суналт, жин, урэлт тэсвэрлэх үзүүлэлт зэрэг орно.

Туршлагын бүртгэлийн аргын үед чанарын зарим үзүүлэлтийг техник хэрэгсэл ашиглах эсвэл тоолох замаар бүртгэж тооцдог. Жишээ нь: даавуу болон сүлжмэлийн нягт оёдлын хатгацын тоо, хувцасны ижил тооны бүрдэл хэсгийн тоог тоолох зэрэг болно.

Туршлагын тооцооны арга. Энэ үед бүтээгдэхүүний чанарыг олох гэж буй үзүүлэлтийн хэмжээг тодорхойлохдоо дээрх аргуудаар олсон тоон өгөгдөлүүдээр математик боловсруулалт хийнэ. Зарим үзүүлэлтийн хоорондын хамаарлыг ч тогтоож болно.

Үнэлгээний техникийн бус арга. Энэ аргыг тухайн үзүүлэлтийн утгыг хэмжих хэрэгсэл ашиглан тодорхойлж болохгүй тохиолдолд хэрэглэнэ. Уг аргаар бүтээгдэхүүний гадаад өнгө үзэмж яс чанар хийц загвар зэрэг үзүүлэлтийг үнэлнэ. Техникийн бус аргад мэдрэх эрхтний социологийн шинжлэн магадлах /экспертийн/ аргууд орно.

Мэдрэх эрхтний аргын үед материал бүтээгдэхүүний чанарын ямар нэг үзүүлэлтийг мэдрэх эрхтэн /харах, сонсох, амтлах үнэрлэх хүртэх/-ний үйл ажиллагаагаар үнэлдэг. Өөрөөр хэлбэл мэдрэх эрхтэн ямар нэг үзүүлэлтийг хэмжих үүрэг гүйцэтгэдэг.

Үнэлгээ өгч буй хүн уг үзүүлэлтийг голдуу өмнө үзсэн үзүүлэлттэй харьцуулж үнэлгээ өгдөг. Жишээ нь: нэхмэл даавууны гадаад өнгө үзэмжид үнэлгээ өгөх хүмүүсийн санал өөр өөр байж болно. Хэрэв уг хүн өмнө нь үүнээс үзэмжтэй даавууг үзсэн бол өндөр үнэлгээ өгөхгүй. Харин үүнээс үзэмжтэй даавууг үзээгүй бол өндөр үнэлгээ өгөх жишээтэй.

Монголчууд аливаа бүтээгдэхүүний яс чанарыг гараараа эмрэх байдлаар үнэлгээ өгдөг заншилтай. Материалын гадаад өнгө үзэмж хувцасны хийц загвар хүний биед тохирсон эсэхийг мэдрэх эрхтнээр үнэлдэг. Энэ аргын үнэлгээний үнэн зөв байдал нь үнэлгээ өгч буй хүмүүсийн мэдлэг мэргэжлийн зэрэг туршлага авъяасаас хамаарна. Үнэлгээ баллын системтэй балл нь бүтээгдэхүүний чанарыг тодорхойлох нэгж болдог.

Социологийн аргын үед хэрэглэгчдийн саналыг авах замаар хөнгөн хүнс ба бусад үйлдвэрийн бүтээгдэхүүний чанарыг үнэлдэг. Саналыг тодорхой асуулт бүхий санал хураалтын хуудас явуулах замаар авна. Энэ аргын үнэн зөв байдаг нь хуудсанд бичигдсэн асуултуудын агуулга тэдгээрийг нэгтгэн боловсруулах ажлын арга зэргээс хамаарна. Саналын хуудас нь 5-7 асуулт байх нь тохиромжтой. Энэ нь санал асуултанд олон хүн хамруулах үр дүнг хурдан боловсруулахад нөлөөлнө.

Шинжлэн магадлах аргын үед гоо зүйн болон өнгө үзэмжийн тоон утгагүй үзүүлэлтийн үнэлэхдээ шинжлэн магадлагч мэргэжилтэн хэсэг хүмүүсийн санал авч тооцон үздэг. Энэ аргын үнэлгээний бодит үнэн зөв найдвартай байдал нь уг хэсэгт орсон мэргэжилтэнүүдийн бүтэц мэргэшлийн зэргээс хамаарна. Энэ хэсгийн бүрэлдэхүүнд уг бүтээгдэхүүнийг зохиогч эсвэл тухайн бүтээгдэхүүнийг үйлдвэрлэсэн үйлдвэрийн мэргэжилтэнүүд орох ёсгүй. Дээр үзсэн аргуудаар тодорхойлон гаргаж авсан үзүүлэлтүүдийг тооцохдоо хэмжилт үнэлгээний үеийн алдаа үнэмшлийн зэргийг заавал мэдэх ёстой. Ямарч хэмжилт үнэлгээ туйлын үнэн байж чадахгүй ямар нэг алдаатай гэдгийг заавал анхаарах хэрэгтэй. Иймээс бүтээгдэхүүний үзүүлэлтийг тодорхойлохдоо зөвхөн түүний хэмжилтийн утгын төдийгүй хэмжилтийн үеийн алдааг үнэлэх ёстой гэдгийг санах нь зүйтэй.

Хэмжилтийн үед үүсэх алдааг багаж төхөөрөмжийн аргачилалын субъект гэж хуваaж болно. Багаж төхөөрөмжийн алдаа хэмжилтэнд хэрэглэж буй хэмжих хэрэгсэлээс үүсдэг. Аргачилалын алдаа нь хэмжилт явуулах түүний үр дүнг тооцох аргачилалаас болж гарна.

Субъектын алдаа нь хэмжилт явуулж буй хувь хүний хувийн онцлог мэдлэг чадвар мэргэжилийн зэрэг санаа сэтгэлийн догдлол зэргээс хамаарна. Бүтээгдэхүүний чанарын үзүүлэлтийг тодорхойлох хэмжилтийн боловсронгуй нарийн багаж хэрэгсэл, боловсронгуй аргачилал байгаагүйгээс нилээд алдаа гардаг. (алдааг тооцох талаар 3.7-с үзнэ үү)

Бүтээгдэхүүний шинж чанарын өөрчлөгдөх хэлбэр. Туршилт судалгааны явцад тухайн судалж буй түүхий эд бүтээгдэхүүний тодорхой шинж чанарыг илэрхийлсэн үй олон тоон утгыг гарган авч болно. Шинж чанарын эдгээр тоон утгыг өөрчлөлтийн хэлбэрээр нь

a. Тасралтгүй утгаар

b. Дискрет утгаар өөрчлөгдөх гэж ангилж болно

Тухайн нэг нөхцөлд уг шинж чанарын үзүүлэлт олон тоон утга авч байвал тасралтгүй тоон утгаар өөрчлөгдөх шинж чанар гэж үзнэ. Жишээ нь: ноосон ширхэгтийн болон ээрмэлийн геометрийн ба физик механикийн шинж чанарын үзүүлэлт. Бод богийн арьсны талбай зузаан нэгж талбай дахь ашигт малтмалын тархац гэх мэт. Харин тухайн нэг нөхцөлд уг чанарын үзүүлэлт зөвхөн нэг буюу хэд хэдэн үзүүлэлт давтагдах тоон утга авч байвал дискрет тоон утгаар өөрчлөгдөх шинж чанар гэж авч үзнэ. Жишээ нь: туршилтын явцад машин дээр байх ээрүүлийн тоо дискрет утгатай байдаг. үйлдвэрийн түүхий эд бүтээгдэхүүний шинж чанар гол төлөв тасралтгүй тоон утгаар өөрчлөгддөг.

Туршилт судалгааны үр дүнг тооцох аргууд. Туршилт судалгааны үр дүнд гаргаж авсан шинж чанарын тоон үзүүлэлтүүдийг зөв боловсруулж дүгнэлт гаргах явдал нь судалгаа шинжилгээний ажлын хамгийн чухал үе шат байдаг.

Судалгаа шинжилгээний ажлын үр дүнг нэгтгэж дүгнэх гэдэг нь тэдгээрт математик боловсруулалт хийнэ гэсэн үг.

Математик боловсруулалтыг буруу хийвэл ихээхэн хөдөлмөр зарсан туршилт шинжилгээний ажил ямарч үр дүнгүй болохоос гадна улс ардын аж ахуйд ч хохирол учруулж болзошгүй юм. Шинж чанарын үзүүлэлтийг судлах дүгнэх явцад түүний дундаж утгын зэрэгцээ жигд бус байдлыг тодорхойлох ёстой. Эдгээр нь математик статистик үзүүлэлтээр тодорхойлогддог.

a. Дундаж: арифметик, квадрат, куба геометрийн дундаж, мода

b. Жигд бишийн тархалтын хэмжээс, үнэмлэхүйн дундаж хазайлт, жигд бишийн коэффициент, дисперси, дундаж квадрат хазайлт, вариацын коэффициент

c. Ассиметрийн хэмжээс: ассиметр, эксцес хэмээн хувааж үзнэ

Шинж чанарын статистик үзүүлэлтийг тодорхойлох аргыг

1. томъёоны арга ($n \leq 30$)
2. нийлбэрийн арга ($n > 30$)
3. үржвэрийн арга (n>30)

энд: n-туршилт шинжилгээний хэмжилтийн давталтын тоо болно.

3.2 Статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлох томъёоны арга

Туршилт шинжилгээний тоо харьцангүй бага бол ($n \leq 30$) статистик үзүүлэлтүүдийг томъёо ашиглан тодорхойлдог. Үүнийг жишээн дээр авч үзье.

Арифметик дундаж - $\overline{M}$ Энэ нь туршилт, хэмжилтээр олдсон санамсаргүй тоон утгуудын дундаж үзүүлэлт юм. Шинж чанарын тоон утга ямар хэлбэрээр өөрчлөгдөж байгаагаас хамаарч энгийн арифметик дундаж гэж ялган авч үздэг.

a) Энгийн арифметик дундаж

$$\overline{M} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_1}{n} \qquad (3.1)$$

b) Жигнэсэн арифметик дундаж:

$$\overline{M} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + \ldots + x_n m_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_1}{\sum^{n} m_1} \qquad (3.2)$$

томъёогоор олдоно.Энд:

$x_1, x_2, x_3 \ldots x_n$ - үзүүлэлт бүрийн тоон утга

$m_1, m_2, m_3 \ldots m_n$ - үзүүлэлт тус бүрийн тоон утгуудын давтамж, эсвэл жин

n - туршилт хэмжилтийн тоо болно.

Жишээ 3.1 Нэг хэсэг ноосны ширхэгийн нарийн бүдүүнийг тодорхойлохоор түүнээс n=10 дээж авч тус бүрийг хэмжихэд 16,7; 18,1; 17,1; 20,5; 20,7; 21,3; 17,9; 21,1; 22,5 мк гэсэн тоон утгууд олджээ.

Энд ширхэгийн нарийн бүдүүний арифметик дундажийг

$$\overline{M} = \frac{16{,}7 + 18{,}1 + 17{,}1 + 20{,}5 + 20{,}7 + 21{,}3 + 17{,}9 + 21{,}1 + 22{,}5}{10}$$ гэж олно.

Жишээ 3.2 Хэсэг ноосон ширхэгийн урт, жин өгөгджээ.

(3.1-р хүснэгт)

Урт	l_1, мм	X_1	50	60	65
Жин	P_1, мг	M_1	3	2	6

70	75	80	85	90	100	105
10	6	3	3	2	4	1

Ноосон ширхэгийн урт, жингийн хэмжилтийн өгөгдөл Арифметикийн энгийн дундаж (3.1) томъёогоор

$$\overline{M} = \frac{50 + 60 + 65 + 70 + 75 + 80 + 85 + 90 + 100 + 105}{10} = 78\text{мм}$$

болно.

Ийм тохиолдолд дундажийг ингэж олж болохгүй. Яагаад гэвэл хэсэг тус бүрийн эзлэх хувийн жин өөр өөр байна. Хүснэгтээс үзэхэд 65, 70, 75 мм-ийн урттай хэсэг ноосны бүх ноосонд эзлэх жин хамгийн их байна. Тэгвэл тэдгээр тооны дундаж урт нь 65-75 мм байна.

Дундажийг 3.2 томъёогоор бодвол

$$\overline{M}=\frac{50\cdot 3+60\cdot 2+65\cdot 6+70\cdot 10+75\cdot 6+80\cdot 3+85\cdot 3+90\cdot 2+100\cdot 4+105\cdot 1}{3+2+6+10+6+3+3+2+4+1}$$

болно. Тухайн тохиолдолд ингэж олох нь зөв болно.

Квадрат дундаж $\overline{M}_{kb}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2}{n}}$; $\overline{M}_{kb}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}m_iX_i^2}{n}}$

Куб дундаж $\overline{M}_{kyb}=\sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^3}{n}}$; $\overline{M}_{kyb}=\sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{n}m_iX_i^3}{n}}$;

Геометрийн дундаж $\overline{M}_{\text{гоем}}=\sqrt{x_1x_2x_3\ldots x_{n-1}x_n}$;

$$\overline{M}_{\text{гоем}}=\sqrt{x_1^{m_1}x_2^{m_2}x_3^{m_3}\ldots x_n^{m_n}};$$

гэж тус тус олно.

<u>**Мода**</u> нь ямар нэгэн шинж чанарын тархалтын утгыг илэрхийлсэн математик үзүүлэлт юм. Давталттай тоон утгаар өөрчлөгдөх шинж чанарын хувьд мода нь хамгийн их тархалттай үзүүлэлтийн тоон утгаар тодорхойлогдоно. Бидний үзсэн жишээ 3.2-оос үзэхэд энэ хэсэг ноосны уртын мода нь хамгийн их 10 мг жинтэй, хэсгийн урт 70 мм болно. Давталтгүй тоон утгаар өөрчлөгдөх шинж чанарын хувьд энэ нь их давтамжтай интервалын утгаар тодорхойлогдоно. Ямар ч үйлдвэрийн түүхий эд бүтээгдэхүүний шинж чанарын үзүүлэлтийг зөвхөн дундаж утгаар үнэлэх нь учир дутагдалтай байдаг. Ийм учраас түүний жигд биш байдлыг жигд бишийн коэффициент, дисперси, дундаж квадрат хазайлт, вариацийн коэффициент зэрэг үзүүлэлтээр нь тодорхойлно.

Жигд биш тархалтын үзүүлэлт шинж чанарын ямар нэгэн үзүүлэлтийн дундаж утгаасаа аль хэр хазайсаныг жигд бишийн үзүүлэлтээр тодорхойлно. Ямар нэг түүхий эд бүтээгдэхүүний технологийн гол үзүүлэлт бол түүний жигдлэг чанар юм.

Жигд бишийн коэффициент-Н. Энэ нь үнэмлэхүйн дундаж хэлбэлзлийг дундаж утгад харьцуулж хувиар илэрхийлэгддэг үзүүлэлт бөгөөд

$$H = \frac{\theta}{\overline{M}} 100\% \qquad (3.3)$$

томъёогоор олдоно.

Энд Θ- үнэмлэхүй дундаж хазайлт

$$\theta = \frac{|x_1 - \overline{M}| + |x_2 - \overline{M}| + |x_3 - \overline{M}| + \dots + |x_n - \overline{M}|}{n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{M}|}{n_i} \qquad (3.4)$$

гэж тодорхойлно.

Энд $x_1, x_2, x_3 \ldots x_i \ldots x_n$ хэмжилтээр гаргаж авсан тоон утгууд

n - хэмжилтийн тоо

$\overline{M}$ - арифметик дундаж үзүүлэлт

Өөрөөр хэлбэл үнэмлэхүй дундаж хазайлт "Θ" –ийг үзүүлэлтийн хэмжилт тус бүрийн утгаас тэдгээрийн энгийн арифметик дундажийг хасаж гаргасан үнэмлэхүй утгуудын нийлбэрийг хэмжилтийн тоонд харьцуулж олно гэсэн үг. Дундаж утгаас хазайсан, нэмэх, хасах утгатай тоон үзүүлэлтүүд өөр хоорондоо шингэхээс урьдчилан сэргийлэх үүднээс үнэмлэхүй дундаж хазайлтыг авч хэрэглэдэг. Үүнээс гадна олон тооны утгатай үзүүлэлтүүдийн жигд бишийг доорхи томъёогоор илэрхийлж болно.

$$H = \frac{2(\overline{M} - \overline{M}_\sigma) n_\sigma}{\overline{M} n} 100\% \qquad (3.5)$$

Энд: $\overline{M}_\sigma$-энгийн арифметик дундаж $|\overline{M}|$-ээс бага үзүүлэлтүүдийн арифметик дундаж

n-нийт хэмжилтийн тоо

n_σ - арифметикийн энгийн дунджаас бага утгатай үзүүлэлтийн тоо болно. Хэмжилтээр гарсан үзүүлэлтүүдийн ихэнх хэсгийн тоон утгуудын өөрчлөлтийн хазайлт бага, зарим нэг утгуудын хазайлт өндөр (эзлэх хувь нь бага) байх тохиолдолд томъёо (3.3) ба (3.5)-аар нийт үзүүлэлтийн жигд бишийг үнэн зөв тодорхойлж чаддаггүй. Үүнийг жишээн дээр авч үзье.

Жишээ 3.3 ээрэх хоёр машинаас гарсан тус бүр нь 6 ширхэг утасны бөх батыг тодорхойлоход доорхи үзүүлэлтүүд гарчээ.

1.	100*	100*	200	200	200
2.	100*	100*	200	300	300

а) Энгийн арифметик дундаж утгыг олвол:

1. $\overline{M}1 = \dfrac{100+100+100+200+200+200}{6} = 150cm$

2. $\overline{M} = \dfrac{100+100+200+200+300+300}{6} = 200cm$

Энгийн арифметик дундаж үзүүлэлтээс бага үзүүлэлтүүдийг(*) -оор тэмдэглэе.

1. $M_{m_1(1)} = \dfrac{100+100+100}{3} = 100$

2. $M_{m_1(2)} = \dfrac{100+100}{2} = 100$

Тэгвэл: $n_{\sigma(1)} = 3$ $\quad n_{\sigma(2)} = 2$ болж байна.

Эндээс:

$$H_1 = \frac{2(150-100)\cdot 3\cdot 100}{6\cdot 150} = 33.3\%$$

$$H_2 = \frac{2(200-100)\cdot 2\cdot 100}{6\cdot 200} = 33.3\%$$ байна.

Дээрхи бодолтоос харахад ээрэх хоёр машинаас гарсан утасны бөх батын жигд бишийн коэффициент ($H_1 = H_2$) ижил утгатай байлаа. Харин бодит байдалд 1 машинаас гарсан утасны бат бэхийн утгуудын хазайлтын ялгаа 2 машинаас гарсан утасны бат бэхийн хазайлтаас бага байна.

$$R_1 = X_{max} - X_{min} = 200 - 100 = 100cm$$

$$R_2 = X_{max} - X_{min} = 300 - 100 = 200cm$$

$$R_1 = 100 \le R_2 = 200$$

Иймээс жигд бишийн коэффициент "Н"-ээр үзүүлэлтүүдийн жигд бишийг илэрхийлэх нь учир дутагдалтай нь харагдаж байна.

Дисперси " σ^2 "-ийг үнэмлэхүй дундаж хазайлтын нэмэх, хасах тэмдэгтэй гарсан бүх хазайлтуудыг квадрат зэрэгт дэвшүүлэх замаар олно. Энгийн арифметик дундажаас ихэсч, багасч гарсан зөрүүнүүдийн хазайлтыг квадрат зэрэгт үржүүлж олохыг дисперси гэх ба түүнийг дараах томъёогоор олно.

$$\sigma^2 = \frac{(X_1-\overline{M})^2+(X_2-\overline{M})^2+(X_3-\overline{M})^2+\ldots+(X_n-\overline{M})^2}{(n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{M})^2}{n-1} \qquad (3.6)$$

Энд: X_i - үзүүлэлт тус бүрийн тоон утга
$\overline{M}$ - энгийн арифметик дундаж
n - үзүүлэлтүүдийн нийт тоо

Дутагдалтай тал нь тухайн үзүүлэлтүүдийн квадрат дундаж хазайлтын тоон утгын нэгж нь квадратаар гардаг $М^2$, $СН^2$, $ММ^2$, $СН^2$, $СГ^2$ гэх мэт.

Энэ нь цаашид математик боловсруулалтанд хүндрэл учруулдаг. Үүнийг арилгахын тулд дундаж квадрат хазайлт "σ" -ийг хэрэглэнэ.

Дундаж квадрат хазайлт - . Дисперсиэс квадрат язгуур гаргасан утгыг дундаж квадрат хазайлт гэнэ.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{M})^2}{n-1}} \qquad (3.7)$$

Томъёо (3.7)- д хэрэглэж буй хазайлтын квадрат утга $\left|(X_i - \overline{M})^2\right|$ нь хазайлтын квадрат биш $\left|(X_i - \overline{M})\right|$ утгыг бодвол бусад дийлэнх болох бага хазайлтдаа зарим нэг онцгой их хазайлтууд нь сарнин шингэхгүй ялгарч гардаг учир нийт үзүүлэлтийн жигд бишийг илэрхийлэх боломжийг бүрдүүлнэ. Харин квадрат дундаж хазайлтаар жигд бишийг тооцоолоход зарим тохиолдолд учир дутагдалтай байдаг. Үүнд:

а. Тухайн үзүүлэлтийн нэгж нь өөр өөр тохиолдолд ширхэгт материалын уртын жигд бишийн тархалтыг жингийн жигд бишийн тархалттай харьцуулах сонирхол гарч ирж болох юм. Ийм нөхцөлд уртын квадрат дундаж хазайлтын нэгж нь мм-ээр, харин жингийн квадрат дундаж хазайлтын нэгж нь мг-аар илэрхийлэгддэг учир эдгээрийг хооронд нь харьцуулж болохгүй.

б. Тухайн үзүүлэлтүүдийн арифметик дундаж $\overline{M}_I > \overline{M}_{II}$ ялгаатай гарсан тохиолдолд тэдгээрийн жигд бишийн тархалтын үзүүлэлт болох дундаж квадрат хазайлтууд нь $(\sigma_I = \sigma_{II})$ адил байж болно. Энэ үед үзүүлэлтүүд нь үнэлэмж өгөх боломжгүй болдог. Учир нь дундаж квадрат хазайлт нь тухайн үзүүлэлтүүдийн үнэмлэхүй (абсолютное отклонение) хазайлтыг заадаг. Иймээс жигд биш - σ - дундаж квадрат, арифметик дундаж - $\overline{M}$ -тэй харьцуулан харьцангүй (относительное) хэлбийлтийг олох шаардлага гардаг. Жишээ

нь: $\overline{M_I} = 10г$ $\overline{M_{II}} = 100г$ байгаа нь тухайн хоёр үзүүлэлтийн
$\sigma_I = 2г$ $\sigma_{II} = 2г$
хоорондох жигд бусын ялгааг тодорхойлох нь боломжгүй учраас харьцангуй хэлбийлт гэсэн ойлголт бий болдог.

Жишээ нь:

$$C_I = \frac{\sigma_I}{\overline{M_I}} 100\% = \frac{2}{10} 100\% = 20\%$$

$$C_{II} = \frac{\sigma_{II}}{\overline{M_{II}}} 100\% = \frac{2}{10} 100\% = 2\%$$

гарч байгаа нь хоёрдугаар үзүүлэлт нь нэгээс харьцангуй жигд гэсэн санааг өгч байна. Тархалтын үнэн зөв үнэлгээг зөвхөн вариацийн коэффициентоор нь тодорхойлно. Вариацийн коэффициент "V". Энэ нь дундажаасаа хир зэрэг хазайж байгааг заана. Дундаж квадрат хазайлтыг арифметик дундажийн хувиар илэрхийлэхийг вариацийн коэффициент гэх бөгөөд

$$V = \frac{\sigma}{\overline{M}} 100\% \qquad (3.8)$$

гэж тодорхойлно. Энд: σ - дундаж квадрат хазайлт болно. $\overline{M}$ - энгийн арифметик дундаж болно. Жишээ нь 3.3-аас вариацын коэффициент V-г олж жигд бишийн коэффициент "H"-тэй харьцуулж үзье. Ээрэх 2 машинаас гарсан тус бүр 6 ширхэг утасны бөх батын үзүүлэлт доорхи байдлаар өгөгджээ.

I. 100 100 100 200 200 /cH/ $\overline{M}_1 = 150H$

II. 100 100 200 200 300 /cH/ $\overline{M}_2 = 150H$

1 ээрэх машиний хувьд

а. Дисперси

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{M})^2}{n-1}$$ эндээс

$$\sigma^2 = \frac{(100-150)^2 + (100-150)^2 + (100-150)^2 + (200-150)^2}{6-1} +$$

$$+ \frac{(200-150)^2}{6-1} = \frac{15000}{5} = 3000cH^2$$

б. дундаж квадрат хазайлт (хэлбийлт)

$$\sigma_I{}^2 = \sqrt{\sigma^2 I} = \sqrt{3000} = 54.77 cH$$

в. вариацын коэффициент

$$V_I = \frac{\sigma_1}{\overline{M}_1} = \frac{54.77 \cdot 100}{150} = 36.5\%$$ болно.

II ээрэх машины хувьд:

А. Дисперси

$$\sigma^2 = \frac{(100-200)^2 + ... + (300-200)^2}{6-1} = 8000 cH^2$$

Б. Квадрат дундаж хазайлт

$$\sigma_{II} = \sqrt{\sigma_{II}^2} = \sqrt{8000} = 89.44 cH$$

В. Вариацийн коэффициент

$$V_{II} = \frac{89.44}{200} 100\% = 42.23\%$$

Урд авсан жишээ 3.3-д $H_I = H_{II} = 33.3\%$ гарсан билээ. Эрэх хоёр машинаас гарсан утасны бөх батын үзүүлэлтүүдийн жигд бишийн вариацийн коэффициентийг олоход $V_I = 36.5\%$ $V_{II} = 42.23\%$ байгаа нь үнэнд их ойртож байна гэж харагдлаа.

Вариацийн коэффициентийг "V" заримдаа квадрат жигд бус, харин жигд бишийн коэффициент "H" –ийг арифметик жигд бус гэж нэрлэдэг. 1930-аад онд Г. П. Боев, Б. В. Гнеденко нар вариацийн коэффициент "V", жигд бишийн коэффициент "H" хоёрын хоорондох хамаарлын томъёог гаргасан юм. Гэвч үүнийг зөвхөн нормаль тархалттай их хэмжээний үзүүлэлтүүдийн жигд бишийг тодорхойлоход ашигладаг боловч учир дутагдалтай байдаг.

$$V = 1.253 H \qquad (3.9)$$

Тайлбар: Туршилт, шинжилгээний ажлын үр дүнг илтгэсэн тоон утгуудад математик боловсруулалтыг дор авсан жишээн дээр хийв. Ноосны нарийн бүдүүн мкм-ээр өгөгджээ. Үүний дундаж үзүүлэлт болон жигд бишийн тархалтыг олъё.

Жишээ3.4

I. 15. 15,4. 17,0. 15,7. 18,3. 18,0. 16. 26. 25. 16,4.

II. 18,5. 14,6. 20. 19,4. 20,3. 20,5. 18,7. 19,0. 18,0. 18,3. *мкм* а/ энгийн арифметик дундажийг олъё.

$$\overline{M_I} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{15+15.4+17+15.7+18.3+18+16+26+16.4}{10} = 18.3 \quad мкм$$

$$\overline{M_I} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{18.4+14.6+20+19.4+20.3+20.5+18.7+19+18+18.3}{10} = 19.7 \quad мкм$$

Эндээс харахад бидэнд өгөгдсөн ноосны нарийн бүдүүний дундаж $\overline{M_{II}} > \overline{M_I}$ байна. Үүнээс үзэхэд I-т байгаа ноосны дундаж нарийн (18.3мкм) бага байгаа тул сайн чанарын гэж үзэж болно. Гэвч зөвхөн дундаж үзүүлэлтээр үнэлэлт өгөх нь дутагдалтай тул жигд бишийн тархалтыг олъё.

Б. Дисперси: σ^2

$$\sigma_I^2 = \frac{(15-18.2)^2+(15.4-18.2)^2+(17-18.2)^2+(15.7-18.2)^2+(18.3-18.2)^2}{10} +$$

$$+\frac{(16-18.2)^2+(26-18.2)^2+(25-18.2)^2+(16.4-18.2)^2}{10} = 15.66 мкм^2$$

$$\sigma_{II}^2 = 1.14 \ мкм^2$$

В. Дундаж квадрат хазайлт

$$\sigma_I = \sqrt{\sigma_I^2} = \sqrt{15.66} = \pm 3.95 \qquad мкм$$

$$\sigma_{II} = \sqrt{\sigma_{II}^2} = \sqrt{1.14} = \pm 1.067. \qquad мкм$$

II-т авсан ноосны нарийны үнэмлэхүй хазайлт ($\pm$ 1.067мкм) нь I-ийнхээс бага гарч байна. Энэ нь тухайн ноосны жигд бишийн тархалт бага байна гэсэн үг юм.

Г. Вариацийн коэффициент-V

$$V_I = \frac{\sigma_I}{M_I} = 100\% = \frac{3.95}{18.2} 100\% = 21.7\%$$

$$V_{II} = \frac{\sigma_{II}}{M_{II}} = 100\% = \frac{1.067}{19.8} 100\% = 5.38\%$$

Эндээс дүгнэхэд бидэнд байгаа ноосны хоёр дээжийн I дээжийн дундаж нарийн хэдийгээр бага боловч нарийн бүдүүний жигд бишийн тархалт харьцангуй их (V_I=21.7%) гарч байна. Өөрөөр хэлбэл II ноосны ширхэг бүдүүн боловч жигдлэг чанартай байна гэж үзнэ.

3.3 Статик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлох нийлбэрийн арга

Туршилт хэмжилтийн тоо их n>30 байх тохиолдолд тооцоог хялбар болгох зорилгоор тэдгээрийн статик үзүүлэлтүүдийг:

1. нийлбэрийн
2. үржвэрийн гэсэн хоёр аргаар тус тус тодорхойлдог.

Үүний тулд туршилт, хэмжилтээр олдсон тоон утгуудыг бүлэг (хэсэг) болгон хуваана.Тухайн үзүүлэлтийн утгуудыг хэдэн бүлэг"А" болгон хуваах нь хэмжилтийн тоо "n"-ээс хамаарч дараах байдлаар тодорхойлогдоно.

Хэрэв хэмжилтийн тоо 50<n<200 бол

$$A = 3.3321 \lg n + 1 \qquad (3.10)$$

хэрэв n>200 бол

$$A = 4\sqrt[5]{0.75(n-1)}^{6} \qquad (3.11)$$

гэж тодорхойлогдоно.

Эсвэл ангийн тоог Левинскийн хүснэгт (3.2-р хүснэгт)-ийг ашиглан шууд тодорхойлж болно.

3.2-р хүснэгт

Ангийн ба хэмжилтийн тооны хамаарал

И	40-60	61-100	101-200	201-300	301-500	500-с дээш
А	5-7	7-10	10-13	13-15	15-18	18-25

Үүний дараа хийгдэх үйлдлүүдийг арга тус бүрд нь жишээн дээр авч үзье.

Шинэ чанарын статик үзүүлэлтүүдийг нийлбэрийн аргаар тодорхойлоход дараах томъёонуудыг ашиглана. Үүнд:

а/ дундаж утга

$$\overline{M_{\partial}} = a_0 + \frac{\Delta X}{n} S_1 \qquad (3.12)$$

Энд $\overline{M_{\partial}}$ - тухайн дээжний үзүүлэлтүүдийн дундаж утга

a_0 - нөхцөлт дундаж ангийн дундаж /гол төлөв хамгийн их давтамжтай ангийн дундаж болно/

n – хэмжилтийн тоо

S_1 - I эрэмбийн хуримтлуулах давтамж

б/ Дисперси:

$$\sigma_{\partial}^{2} = \frac{\Delta X}{n}\left(S_2 - \frac{S_1^2}{n}\right) \quad (3.13)$$

Энд: S_2- II эрэмбийн хуримтлуулах давтамж болно.

в/ Дундаж квадрат хазайлт:

$$\sigma_{\partial} = \sqrt{\sigma_{\partial}^{2}} \quad (3.14)$$

г/ Вариацийн коэффициент:

$$V = \frac{\sigma_{\partial}}{m_{\partial}} 100\% \quad (3.15)$$

Дээрх томъёонуудад орсон S_1,S_2-ыг

$$S_1 = a_1 - b_1 \quad (3.16)$$

$$S_2 = a_1 + b_1 + 2(a_2 + b_2) \quad (3.17)$$

гэж тодорхойлно.

Энд: a_1, b_1, a_2, b_2- статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлох коэффициентүүд. Эдгээр коэффициентийн тоон утгыг тодорхойлохын тулд дараах хүснэгтийг зохионо.

3.3-р хүснэгт

Нийлбэрийн аргын үед a_1, b_1, a_2, b_2 коэффициентүүдийг тодорхойлох хүснэгт

анги	Ангийн дундаж X_i	Давтамж m_i	S_1-ийг олох b_1	S_2-ийг олох b_2
$A_1 = A_{min} \div A_{min} + \Delta X$	$\overline{X_1}$	m_1	m_1	m_1
$A_2 = A_{max} \div A_{max} + \Delta X$	$\overline{X_2}$	m_2	$m_1 + m_2$	$m_1 + m_1 + m_2$
$A_3 = A_{2max} \div A_{2max} + \Delta X$	$\overline{X_3}$	m_3	$m_1 + m_2 + m_3$	$m_1 + m_1 + m_2 + m_1 + m_2 + m_3$
$A_4 = A_{3max} \div A_{3max} + \Delta X$	$\overline{X_4}$	m_4	$m_1 + m_2 + m_3 + m_4$	0
$A_5 = A_{4max} \div A_{4max} + \Delta X$	$\overline{X_5}$	m_5	0	0
$A_6 = A_{5max} \div A_{5max} + \Delta X$	$\overline{X_6}$	m_6	$m_{10} + m_9 + m_3 + m_7 + m_6$	0
$A_7 = A_{6max} \div A_{6max} + \Delta X$	$\overline{X_7}$	m_7	$m_{10}+m_9+m_6+m_7$	$m_{10} + m_{10} + m_9 + m_{10} + m_9 + m_5 + m_{10} + m_9 + m_3 + m_7$
$A_8 = A_{7max} \div A_{7max} + \Delta X$	$\overline{X_8}$	m_8	$m_{10}+m_9+m_8$	$m_{10} + m_{10} + m_9 + m_{10} + m_9 + m_8$
$A_9 = A_{8max} \div A_{8max} + \Delta X$	$\overline{X_9}$	m_9	$m_{10}+m_9$	$m_{10} + m_{10} + m_9$
$A_{10} = A_{9max} \div A_{9max} + \Delta X$	$\overline{X_{10}}$	m_{10}	m_{10}	m_{10}
		$\sum m = n$	a_1	a_2

Хүснэгтийг дараах байдлаар зурж бичнэ. Үүнд:

1. Хэмжилтийн тоон утгуудаас хамгийн их X_{max} хамгийн бага X_{min} утгыг олно.

2. X-ийн их, бага утгуудаар далайц R – ыг олно.

$$R = X_{max} - X_{min} \tag{3.18}$$

3. Хэмжилтйн тооноос хамааруулан томъёо /3.10/, /3.11/ болон хүснэгт 3.2–ийг ашиглан ангийн тоо “А” – г олно.

4. Анги бүрийн завсрын утга ΔX -ийг

$$\Delta X = \frac{R}{K} \tag{3.19}$$ гэж олно.

5. Туршилтаар олдсон тоон утгуудыг ангид хувааж анги тус бүрийн хязгаарыг тогтоон хүснэгтийн 1-р баганaнд бичнэ. Үүнд:

$$A_1 = X_{min} \div X_{min} + \Delta X \;; \qquad X_{min} + \Delta X = A_{1max} \;;$$
$$A_2 = A_{1max} \div A_{1max} + \Delta X \;; \qquad A_{1max} + \Delta X = A_{2max} \;;$$

$$A_3 = A_{2max} \div A_{2max} + \Delta X \;; \qquad A_{2max} + \Delta X = A_{3max} \;;$$
$$A_4 = A_{3max} \div A_{3max} + \Delta X \;; \qquad A_{3max} + \Delta X = A_{4max} \;;$$

....

....

....

$$A_n = A_{(n-1)max} \div A_{(n-1)max} + \Delta X \;;$$

$$A_{(n-1)max} + \Delta X = A_{nmax} = X_{max}$$

Энд эхэнд бичигдсэн X_{min}, A_{1max}, A_{2max}, ...$A_{/n-1/\,max}$ нь тухайн ангийн доод хязгаарын утга. Сүүлд бичигдсэн $X_{min} + \Delta X$; $A_{1max} + \Delta X$; $A_{2max} + \Delta X$; $A_{3max} + \Delta X$; $A_{(n-1)max} + \Delta X$ нь тухайн ангийн дээд хязгаарын утга болно.

6. Анги тус бүрийн дундаж утга $\overline{X}_1$-ыг олж хүснэгтийн 2-р багананд бичнэ.

$$\overline{X}_1 = X_{min} + \frac{\Delta X}{2}; \overline{X}_2 = \overline{X}_1 + \Delta X; \overline{X}_3 = \overline{X}_3 + \Delta X; ...; \overline{X}_n = \overline{X}_n + \Delta X;$$

гэж тодорхойлно.

7. Хэмжилтийн утгуудыг эхнээс нь дараалуулан харж тэдгээрийг зохих ангид нь харгалзуулан тавихдаа цэг (.), зураас (-)-аар хүснэгтийн 3-р баганад тэмдэглэж бичнэ. Эдгээр - цэг зураасны нийлбэр нь тухайн ангид харгалзах утгын тоо давтамж $/m_i/$ тодорхойлно. Цэг зураасыг дараах байдлаар бичиж тэмдэглэнэ.

Тохиолдлын тоо: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Тэмдэглэгээ:

Тохиолдлын тоо: 10 11 12 13 ...27 35

Тэмдэглэгээ:

8. Нөхцөлт дундаж ангийг сонгоё. Энэ ангид ямарч ангийг сонгон авч болно. Гэхдээ хамгийн их давтамжтай эсвэл нэлээд их давтамжтай дунд хавьд байрлах ангийг авах нь зохимжтой. Бид жишээндээ A_5- ангийн давтамж хамгийн их $/m_5$=max/

байсан гэж үзвэл энэ ангийн дундаж $\bar{X}_5 = a_0$ болно. Үүнийхээ дараа 4-р баганын энэ ангийн эсрэг мөрөнд "0"-ийг тавина. /энэ аргын дүрэм ёсоор/

9. Дараа нь "b" коэффициентийг олохын тулд 4-р баганын эхний мөрөнд 3-р баганын эхний мөрөнд байгаа A_1 ангийн давтамж m_1 -ыг зөөж тавина. Харин энэ хоёр баганын хоёр дахь мөрөнд 3-р баганын нэг, хоёр дахь мөрний давтамжийн нийлбэр m_1+m_2-ыг тавина. Энэ мэтчилэнгээр дундаж анги өөрөөр хэлбэл "О" хүртэл үргэлжлүүлэн нэмж тавина. Ингээд 4-р баганын эхнийхээс "О" хүртлэх мөрүүдийн нийлбэр нь "b" коэффициент болно. Бидний жишээн дээр:

$b_1 = m_1 + m_1 + m_2 + m_1 + m_2 + m_3 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4$ болно.

Харин "a_1" коэффициентийг "b_1"-тэй ижил тооцох боловч бүх тооцоо дээрээсээ биш доороосоо өөрөөр хэлбэл хамгийн сүүлийн ангиас эхлэн дундаж анги хүртэл тооцогдоно. Бидний жишээн дээр:

$$a_1 = m_{10} + m_{10} + m_9 + m_{10} + m_9 + m_8 + m_{10} + \\ + m_9 + m_8 + m_7 + m_{10} + m_9 + m_8 + m_7 + m_6$$ болно.

10.Томъёонд өгөгдсөн "a_2", "b_2" коэффициентийг олохын тулд тооцоог "a_1", "b_1",-ийг олсны адил сумаар заасны дагуу гүйцэтгэнэ. Энэ аргын дүрэм ёсоор 5-р баганын дундаж ангийн эсрэг болон түүний дээд, доод мөрүүдэд "О" тавина. Энэхүү баганы эхнийхээс дундаж анги хүртлэх мөрүүдэд байгаа давтамжийн нийлбэр нь "b_2"доод цэгүүдийн **нийлбэрээр** "a_2"коэффициентийг тодорхойлно. Бидний жишээнд:

$$b_2 = m_1 + m_1 + m_1 + m_2 + m_1 + m_1 + m_2 + m_2 + m_3 +$$

$$a_2 = m_{10} + m_{10} + m_{10} + m_9 + m_{10} + m_{10} + m_9 + m_{10} + m_9 + m_8 + \\ + m_{10} + m_{10} + m_9 + m_{10} + m_9 + m_8 + m_{10} + m_8 + m_8 + m_7$$

гэж олдож байна.

11. Эдгээр коэффициентийг олсныхоо дараа S_1; S_2-ыг (3.16), (3.17) томъёог ашиглан олдог. Үүний дараа дээрх томъёог ашиглан шинж чанарын статистик үзүүлэлтүүд (M_0;$б_0^2$;$б_0$;V_0) – ийг олно.

Жишээ 3.5. Утасны эрчийн жигд бишийн үзүүлэлтийг тодорхойлох зорилгоор n=100 хэмжилт хийсэн дүнг 3.4-ээр хүснэгтээр үзүүлэв. (эрч-Э-ийн нэгж эрч/м)

3.4-р хүснэгт

Утасны эрчийн хэмжилтийн үзүүлэлтүүд (Э-эрч/м)

298	299	234	302	293	300	288	300	300	300
310	315	229	300	300	301	295	293	203	290
294	320	320	304	301	296	300	300	299	301
300	285	200	293	294	280	302	300	290	300
300	295	292	292	283	206	300	301	299	300
320	292	280	300	292	293	289	289	306	301
288	297	296	302	310	302	290	290	294	300
289	294	312	312	293	300	291	296	305	306
315	297	303	292	270	303	294	294	301	301
296	231	303	289	294	301	300	299	301	306

Дээр өгүүлсэн ёсоор нийлбэрийн аргаар статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлохын тулд дараах үйлдлүүдийг гүйцэтгэнэ.

1. Хэмжилтийн хамгийн их утга $X_{max} = 320$
хамгийн бага утга $X_{min} = 200$

2. Хэмжилтийн их, бага утгын далайц

R=320-200=120

3.Хэмжилтийн тоо n=100 байхад 3.5-р хүснэгтийг ашиглан ангийн тоог A=10 гэж сонгон авъя.

4.Анги бүрийн завсрын утга $\Delta X = \frac{120}{10} = 12$

5.Анги бүрийн хязгаарын утгуудыг олъё.
гэх мэтээр A_{10} хүртэл олно.

$$A_1 = X_{min} \div X_{min} + \Delta X = 200 \div 200 + 12 = 200 \div 212$$
$$A_2 = 212.1 \div 212 + 12 = 212.1 \div 224$$
$$A_3 = 224.1 \div 224 + 12 = 224.1 \div 236$$
$$A_{10} = 308.1 \div 320;$$

Энд нэг ангийн хязгаарын бага утгыг түүний өмнөх ангийн хязгаарын их утгаас ялгах зорилгоор 0.1 тоог нэмж хэрэглэсэн болохыг сануулъя. Энэ ангиудын утгыг 3.5-р хүснэгтийн эхний баганад бичив.

3.5-рхүснэгт

$a_1 b_1 a_2 b_2$ коэффициентүүдийг тодорхойлсон хүснэгт

Анги	Ангийн дундаж $\overline{x_i}$	Давтамж m_i	S_1 b_1=32	S_2 b_2=72
A_1 =200+212	206	:2	2	2
A_2=212.1+224	218	0	2	4
A_3=224.1+236	230	∴3	5	9
A_4=236.1+248	242	0	5	14
A_5=248.1+260	254	0	5	19
A_6=260.1+272	266	0	5	24
A_7=272.1+284	278	∴3	8	0
A_8=284.1+296	290	36	0	0
A_9=296.1+308	302	47	56	0
A_{10}=308.1+320	314	9	9	9
		$\sum m_i = 100$	$a_1 = 65$	$a_2 = 65$

6. Анги тус бүрийн дундаж утга $\overline{X}_1$-г олж 3.5-р хүснэгтийн баганад бичнэ.

$\overline{X}_1$ =200+12:2=206

$\overline{X}_2$ =206+12=218

$\overline{X}_3$ =218+12=230

....

$\overline{X}_{10}$ =302+12=314 болно.

7. Туршилт хэмжилтүүдийн утгыг анги бүрд харгалзуулан тавьж цэгээр тэмдэглэн 3-р баганад тавина. Цэгүүдийн нийлбэр тухайн ангид харгалзах утгуудын давтамж (m_i) болно.

8. Бидний жишээнд хамгийн их давтамжтай (m_9=47) анги A_9 байна. Энэ анги хэтэрхий захад байрласан учир дараа дараагийн тооцоонд зохимжгүй. Иймээс нөхцөлт дундаж ангид давтамжийн хамгийн их утгын дараагийн утга m_8=36 бүхий анги

A_8-ыг сонгож авъя. Ийм учраас манай жишээнд $\bar{X}_8=290=a_8$ боллоо. 3.5-р хүснэгтийн энэ ангийн эсрэг 4-р баганы мөрөнд "0" тавилаа.

9. Өмнө өгүүлсэн ёсоор 3.5-р хүснэгтийн 3,4-р баганын тоонуудыг (сумаар зааснаар хүснэгт 3.3) нэмж 4-р баганын мөрүүдийг гүйцээж дараа нь a_1, b_1 коэффициентүүдийг олно. Жишээнд

$$b_1 = 2+2+5+5+5+5+8 = 32$$
$$a_1 = 5+9 = 65$$
болно.

10. Дараа нь дээрхийн адил үйлдлээр 3.5-р хүснэгтийн 5-р баганын мөрүүдийн утгыг олж "a_2"," b_2" коэффициентүүдийн утгыг олно.

$$b_2 = 2+4+9+14+19+24 = 72$$
$$a_2 = 0+9 = 9$$

11. Одоо томъёонд орох S_1, S_2 утгыг олъё.

$$S_1 = a_1 - b_1 = 65-32 = 33$$
$$S_2 = a_1 + b_1 + 2(a_2+b_2) = 65+32+2(9+72) = 259$$

Эдгээр олсон утгуудаа ашиглан шинжилгээнд авсан утасны эрчийн жигд бусын статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлъё.

а/. Дундаж утга

$$M_\partial = a_0 + \frac{\Delta Y}{n} S_1 = 290 + \frac{12}{100} 33 = 294.01 \quad \text{эрч/м}$$

б/. Дисперси

$$\sigma_\partial^2 = \frac{\Delta Y}{n}\left(S_2 - \frac{S_1^2}{n}\right) = \frac{12^2}{100}\left(259 - \frac{33^2}{100}\right) = 347.35 \quad \text{эрч}^2/\text{м}^2$$

в/. Дундаж квадрат хазайлт

$$\sigma_\partial = \sqrt{\sigma_\partial^2} = \sqrt{347.35} = 18.63 \quad \text{эрч/м}$$

г/. Вариацийн коэффициент

$$V = \frac{\sigma_\partial}{M_\partial} 100\% = \frac{18.63}{294.01} 100 = 6.09\%$$
болно.

3.4 Статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлох үржвэрийн арга

Шинж чанарын статистик үзүүлэлтүүдийг энэ аргаар тодорхойлоход дараах томёонуудыг ашиглана.

а/ Дундаж утга

$$\overline{M}_{\partial} = a_0 + \frac{\Delta X}{n} S_1 \qquad (3.20)$$

Энд: a_0 - хамгийн их давтамжтай ангийн дундаж

ΔX- ангийн завсрын утга

n - хэмжилтийн тоо

S -ангийн давтамжийг нөхцөлт хувилбараар үржүүлсэн тооны нийлбэр

б/ Дисперси

$$\sigma_{\partial}^2 = \frac{\Delta X^2}{n}\left(S_2 - \frac{S_1^2}{n}\right) \qquad (3.21)$$

Энд S_2-ангийн давтамжийг нөхцөлт хувилбарын квадратаар үржүүлсэн тооны нийлбэр

в/ Дундаж квадрат хазайлт

$$\sigma_{\partial} = \sqrt{\sigma_{\partial}^2} \qquad (3.22)$$

г / Вариацийн коэффициент

$$V_{\partial} = \frac{\sigma_{\partial}}{M_{\partial}} 100\% \qquad (3.23)$$

д/ Ассиметри

$$A = \frac{\Delta X^3}{n^3 \sigma_{\partial}^3}\left(n^2 S_3 - 3nS_2 S_1 + 2S_1^3\right) \qquad (3.24)$$

Энд S_3 ангийн давтамжийг нөхцөлт хувилбарын кубээр үржүүлсэн тооны нийлбэр:

з/ эксцесс

$$E = \frac{\Delta X^4}{n^4 \sigma_{\partial}^4}\left(n^3 S_4 - 4n^2 S_3 S_1 + 6nS_2 S_1^2 - 3S_1^4\right) - 4 \qquad (3.25)$$

Энд S_4 - ангийн давтамжийг нөхцөлт хувилбарын дөрвөн зэрэгтээр үржүүлсэн тооны нийлбэр

Дээрх томъёонууд орсон S_1; S_2; S_3; S_4 -ийн утгуудыг

$$S_1 = \sum_{i=1}^{n} m_i \alpha_i \tag{3.26}$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{n} m_i \alpha_i^2 \tag{3.27}$$

$$S_3 = \sum_{i=1}^{n} m_i \alpha_i^3 \tag{3.28}$$

$$S_4 = \sum_{i=1}^{n} m_i \alpha_i^4 \tag{3.29}$$

гэж тодорхойлно.

Энд : m_i - ангийн давтамж

б$_i$ - ангийн нөхцөлт хувилбар

$$\alpha_i = \frac{X_i - a_0}{\Delta X} \tag{3.30}$$

гэж тодорхойлно.

Энэ аргаар статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлоход шаардлагатай S_1; S_2; S_3; S_4-ыг олохдоо дараах 3.6-р хүснэгтийг ашиглана.

3.6-рхүснэгт

Үржвэрийн аргын үед S_1; S_2; S_3; S_4 нийлбэрийг тодорхойлох хүснэгт

анги	ангийн дундаж $\bar{X}_i$	Давтамж m_i	α_i	$m_i\alpha_i$	$m_i\alpha_i^2$	$m_i\alpha_i^3$	$m_i\alpha_i^4$
$A_1=X_{min}$ч ΔX	$\bar{X}_1$	m_1	-3	$-3m_1$	$9m_1$	$-27m_1$	$81m_1$
$A_2=A_1max$ч $A_1max+\Delta X$	$\bar{X}_2$	m_2	-2	$-2m_2$	$4m_2$	$-8m_2$	$16m_3$
$A_3=A_2max$ч $A_2max+\Delta X$	$\bar{X}_3$	m_3	-1	$-m_3$	m_3	$-m_3$	m_3
$A_4=A_3max$ч $A_3max+\Delta X$	$\bar{X}_4$	m_4	0	0	0	0	0
$A_5=A_4max$ч $A_4max+\Delta X$	$\bar{X}_5$	m_5	1	m_5	m_5	m_5	m_5
$A_6=A_5max$ч $A_5max+\Delta X$	$\bar{X}_6$	m_6	2	$2m_6$	$4m_6$	$8m_6$	$16m_6$
$A_7=A_6max$ч $A_6max+\Delta X$	$\bar{X}_7$	m_7	3	$3m_7$	$9m_7$	$27m_7$	$81m_7$
$A_8=A_7max$ч $A_7max+\Delta X$	$\bar{X}_8$	m_8	4	$4m_8$	$16m_8$	$64m_8$	$256m_8$
		$\sum_{i=1}^{n} m_i = n$		$\sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i$	$\sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i^2$ ml	$\sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i^3$	$\sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i^4$

Хүснэгтийг дараах үйлдлүүдээр зохионо. Үүнд:

1. Хүснэгтийн 1.2.3-р баганыг нийлбэрийн аргын адил үйлдлүүдээр эхний найман үйлдлийг давтан явуулна.

2. Нөхцөлт дундаж ангийг (гол төлөв хамгийн их давтамжтай анги) сонгож авсныхаа дараа 4-р баганын энэ ангийн эсрэг харгалзсан мөрөнд "О"-ыг түүнээс дээшхи мөрүүдэд хасах (-) тэмдэгтэй, доошхи мөрүүдэд (+) тэмдэгтэй натураль тоонуудыг дараалуулан тавина. Бидний жишээн дээр A_4 ангийн давтамж хамгийн их ($m_4 = \max$) бол $\overline{X}_4 = a_0$ болно.

Энэ ангийн хувьд $\overline{X}_4 = a_0$ учир $\alpha_4 = \dfrac{\overline{X}_4 - a_0}{\Delta X} = 0$ болно. Эндээс

$\overline{X}_i - a_0$ нь ΔX –д ямагт бүхэл тоогоор хуваагддаг учир нь

$$\alpha_i = \frac{\overline{X}i - a_0}{\Delta X}$$ натураль тоон цуваа үүсгэдэг.

Хэрэв $\overline{X}_i < a_0$ бол α_1 хасах тэмдэгтэй, $X_i > a_0$ бол α_1 нэмэх тэмдэгтэй гарна.

3. Анги тус бүрийн давтамж m_i-ийг түүний нөхцөлт хувилбар $б_i$-ын харгалзсан зэрэгт утгаар үржүүлж хүснэгтийн 5.6.7.8-р баганын утгуудыг олно.

4. Эдгээр баганын мөрүүдэд байгаа тоонуудыг нэмснээр S_1; S_2; S_3; S_4-ын утгыг олно.

5. Эндээс олсон S_1; S_2; S_3; S_4-ыг статистик үзүүлэлтийн томъёо (3.20-3.25)-д орлуулж тэдгээрийн тоон утгуудыг тодорхойлно. Жишээ 2.4-т авсан утасны эрчийн статистик үзүүлэлтүүдийг үржвэрийн аргаар тодорхойлъё.

1. Энэ аргаар статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлохдоо нийлбэрийн аргын эхний найман үйлдлийг яг ижил хийж 3.7-р хүснэгт 1.2.3-р баганад бичнэ.

3.7-р хүснэгт

S_1; S_2; S_3; S_4-нийлбэрийг тодорхойлсон хүснэгт

Анги	Ангийн дундаж X,	Дав-тамж m_i	α_i	$m_i.\alpha_i$	$m_i\,\alpha^2$	$m_i\,\alpha^3$	$m_i\,\alpha^4$
A_1=200+212	206	2	-7	-14	98	-686	4802
A_2=212,1+224	218	0	-6	0	0	0	0
A_3=224,1+236	230	3	-5	-15	75	-375	1875

A_4=236,1+248	242	0	-4	0	0	0	0
A_5=248,1+260	254	0	-3	0	0	0	0
A_6=260.1+272	266	0	-2	0	0	0	0
A_7=272.1+284	278	3	-1	3	3	-3	3
A_8=284,1+296	290	36	0	0	0	0	0
A_9=296,1+308	302	47	1	47	47	47	47
A_{10}=308.1+320	314	9	2	18	36	72	144
		Σ=100		Σ=33	Σ=259	Σ=945	Σ=6871

2. Нөхцөлт дунджийн ангиар m_8=36 давтамжтай A_8 ангийг сонгон авъя. Ингэхлээр X_8=290= a_0 болно. Иймд ангиудын нөхцөлт хувилбар нь дараах байдлаар тодорхойлогдоно. Үүнд:

$$\alpha_1 = \frac{206-290}{12} = -7; \quad \alpha_6 = \frac{266-290}{12} = -2;$$

$$\alpha_2 = \frac{218-290}{12} = -6; \quad \alpha_7 = \frac{278-290}{12} = -1;$$

$$\alpha_3 = \frac{230-290}{12} = -5; \quad \alpha_8 = \frac{290-290}{12} = 0;$$

$$\alpha_4 = \frac{242-290}{12} = -4; \quad \alpha_9 = \frac{302-290}{12} = 1;$$

$$\alpha_5 = \frac{254-290}{12} = -3; \quad \alpha_{10} = \frac{314-290}{12} = 2;$$

Дараа нь хүснэгтээ ашиглан S_1; S_2; S_3; S_4 олвол

$$S_1 = \sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i = (-14)+0+(-15)+0+0+0+(-3)+0+47+18=33$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i^2 = 98+0+75+0+0+0+3+0+47+36=259$$

$$S_3 = \sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i^3 = (-686)+0+(-375)+0+0+0+(-3)+0+47+72=-945$$

$$S_4 = \sum_{i=1}^{n} m_i\alpha_i^4 = 4802+0+1875+0+0+0+3+0+47+144=6871$$

эдгээр олсон утгуудаа ашиглан шинжилгээнд авсан утасны эрчийн статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлъё.

а / Дундаж утга

$$\bar{M}_{\partial} = 290 + \frac{12}{100} \cdot 33 = 294.01 \text{ эрч/м}$$

б/Дисперси: σ_{∂}^2

$$\sigma_{\partial}^2 = \frac{12^2}{100}\left(259 - \frac{33^2}{100}\right) = 347.35 \text{ эрч}^2\text{/м}$$

в / Дундаж квадрат хазайлт

$$\sigma_{\partial} = \sqrt{347.35} = 18.63 \text{ эрч/м}$$

г/ Вариацийн коэффициент

$$V_{\partial} = \frac{18.63}{294.01} 100\% = 6.0\%$$

д/ Ассиметри-А

$$A = \frac{12^2}{100^2 \cdot (18.63)^3}\left(100^2 \cdot (-945) - 3 \cdot 100 \cdot 259 \cdot 33 + 2 \cdot 33^2\right) = 0.03$$

е / Эксцесси – Е

$$E = \frac{\Delta X^4}{n^4 \sigma_{\partial}^4}\left(n^3 S_4 - 4n^2 S_3 S_1 + 6nS_2 S_1^2 - 3S_1^4\right) - 3 = \frac{12^4}{100^4 \cdot (18.63)^4} \cdot$$

$$\cdot \left[100^3 \cdot 6781 - 4 \cdot 100^2 (-945) \cdot 33 + 6 \cdot 100 \cdot 259 \cdot (33)^2 - 3 \cdot (33)^4\right] - 3 = -0.01$$

Туршилт, хэмжилтээр гарсан дээжний шинж чанарын статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлох аргуудтай бид танилцлаа. Эндээс дараах дүгнэлтийг хийж болно. Үүнд:

1. Дээжнээс авсан сорьцны хэмжилтийн тоо эсвэл туршилтын тоо бага байхад статистик үзүүлэлтүүдийг томъёоны аргаар тодорхойлно.

2. Хэмжилтийн тоо олон байхад статистик үзүүлэлтүүдийг нийлбэрийн ба үржвэрийн аргаар олно. Энэ хоёр аргаар олсон үзүүлэлтүүдийн утга ижил байх ёстой.

3. Нийлбэрийн арга нь үржвэрийн аргаасаа хялбар боловч ассиметри, эксцессийг тодорхойлдоггүй. Ийм учир нийлбэрийн аргыг өдөр тутам хийгддэг үйлдвэрийн лабораторийн шинжилгээнд, харин үржвэрийн аргыг эрдэм шинжилгээний ажилд ашиглахад зохимжтой байдаг.

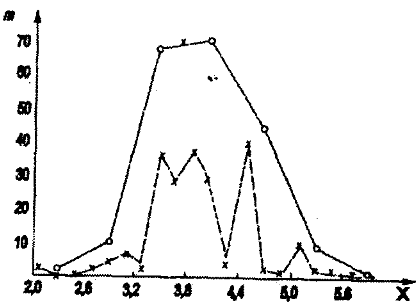
3.5 Тархалтын полигон, гистограмм байгуулах, түүнийг муруй шугамын графикт шилжүүлэх

Полигон: Туршилт судалгааны үр дүнгээр гаргаж авсан үзүүлэлтүүдээр олонлогийг үнэлэх, түүний үзүүлэлтүүдийн тархалтын жигдлэг байдлыг график хэлбэрээр илэрхийлэхийн тулд полигон, гистограммыг өргөн ашигладаг.

Хэрэв хэвтээ тэнхлэгийн дагуу шинж чанарын үзүүлэлтийн утгыг, босоо тэнхлэгийн дагуу тухайн үзүүлэлтийн давтамжийн тоо n буюу давтамж m-ийг авснаар дараалсан цэгүүдийг тэмдэглэнэ. Эдгээр цэгүүдийг холбоход гаргаж авсан хугаралттай шугамыг ***давталтын буюу давтамжийн полигон*** гэнэ.

Тасралтгүй өөрчлөгдөх шинж чанарын үед полигон босоо тэнхлэгийн дагуу нэг ангид ноогдох давтамжийг, хэвтээ тэнхлэгийн дагуу тухайн ангийн дундажийг авна.

Жишээ 3.6. Эрэх машин баригч (ээрэгч) уг машин дээр үүсэх утасны тасралтыг арилгахад зарцуулах хугацааг n=200 удаа хэмжив. Энэ хугацаа 2-6 секунд үргэлжилж байв. Хэмжилтийн тоог 20 бүлэг ангид хуваавал бүлэг бүрийн завсрын утга $\Delta x = \frac{4}{20} = 0.2$ болох бөгөөд тэдгээрийн тархалтыг 3-8-р хүснэгт, 3.1-р зурагт үзүүлэв. (3.1-р зураг, тасархай шугам).



3.1 - р хүснэгт Полигон

Хүснэгт графикаас харахад ангиудын давталтын тоо ихсэж багассан учир график "цөмрөн орсон" байдалтай байна. Ийм тохиолдолд ангийн хүрээг ихэсгэх шаардлагатай. Хэсэгчилсэн ангиудыг гурав, гурваар нь бүлэглэн давталтын тоог нэмж 7 бүлэг болгоход (3.9-р хүснэгт) тэдгээрийн тархалтын байдал тодорхой илэрхийлэгдэж байна.

Тархалтын шинэ хүснэгтэд зохицуулан ерөнхий байдлыг илэрхийлэх полигон (3.1-р зураг, тодоор) байгуулав. Гэхдээ ангийн тоог хэт багасгавал тархалтын дүр зураг бүдгэрнэ. Иймээс хэмжилтийн тооноос ангийн тоог хамааруулж сонгоно.

Гистограмм. Математик статистикийн аргын зорилго нь дээжнээс хэмжсэн хэмжилтийн тархалтаар эх олонлогийн шинж чанарын тархалтыг судлах явдал байдаг.

Зарим үед хэмжилтийн болон ангийн тоог нэмэгдүүлэн уг эх олонлогийн тархалтын графикийг полигоны ойролцоо хэлбэлзэх муруйн хэлбэрээр илэрхийлж болохгүй юу гэсэн асуулт гарч ирдэг.

$\Delta x = 0.2$ сек	m
2.0-2.2	1
2.2-2.4	0
2.4-2.6	0
2.6-2.8	1
2.8-3.0	3
3.0-3.2	6
3-2-3.4	4
3.4-3.6	35
3.6-3.8	28
38-4.0	35
4.0-4.2	28
4.2-4.4	5
4.4-4.6	42
4.6-4.8	2
4.8-5.0	0
5.0-5.2	8
5.2-5.4	1
5.4-5.6	0
5.6-5.8	0
5.8-6.0	1
	$n = \sum m = 200$

3.8-р хүснэгт

$\Delta x = 0.6$ сек	m
2.0-2.6	1
2.6-2.3	10
3.2-3.8	67
3.8-4.4	68
4.4-5.0	44
5.0-5.6	9
5.6-6.0	1
	$n = \sum m = 200$

3.9-р хүснэгт

Полигоноор үүнийг хийх боломжгүй, Учир нь бүлгийн тоог нэмэгдүүлж. завсрыг нь багасгаснаар эх олонлогийн тархалтын ерөнхий шинж чанар алдагддаг.

Энд тэмдэглэсэн дутагдлыг агуулахгүйгээр тасралтгүй байдлаар өөрчлөгдөх шинж чанарын тархалтыг илэрхийлэх график арга бол гистограмм юм.

Давтамжийн гистограмм гэдэг нь тэгш өнцөгтүүд шаталж байрласан график бөгөөд тэгш өнцгийн суурь нь хэвтээ тэнхлэг дээрх бүлгийн завсар Δx_i талбай нь түүнд ногдох давтамж (w_i)-тэй тэнцүү байдаг. Эндээс (давтамж $w = \frac{m}{n}$)

$$w = y_i \cdot \Delta x \qquad (3.31)$$

Энд: y_i-тэгш өнцөгтийн өндөр болно. $y_i = \frac{w_i}{\Delta x_i}$ - илэрхийллийг ***давтамжийн нягт*** гэнэ.

Жишээ 3.7. Т=16 текс шугаман нягттай ээрмэлийн бөх батыг 50 удаа хэмжив (3.10-р хүснэгт).

3.10-р хүснэгт

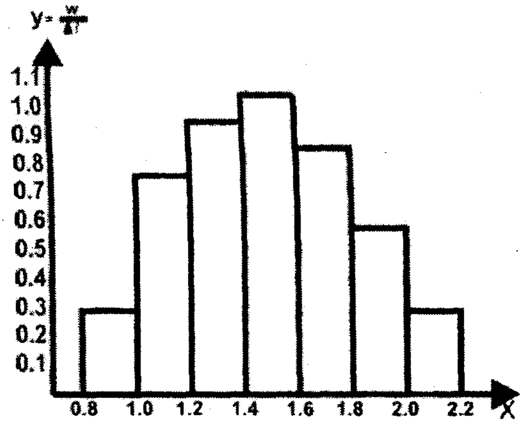
Ээрмэлийн бөх батын үзүүлэлт

1.32	0.81	1.46	1.84	1.29	1.82	1.59	1.16	1.51	1.19
1.34	1.48	1.42	1.61	1.93	1.81	1.98	1.26	2.20	1.07
1.47	1.36	1.88	1.71	1.43	1.21	1.20	1.49	1.43	1.52
1.01	1.75	1.37	1.28	1.65	1.43	1.69	0.92	1.54	1.56
0.88	1.39	1.80	1.64	2.06	1.03	1.65	2.16	1.67	1.12

Энэ хэмжилтийн утгууд 0.8-2.2 дан хооронд хэлбэлзэж байгаа бөгөөд ерөнхий далайц нь $\Delta x = 2.2 - 0.8 = 1.4$ дан, тэдгээрийг 7 бүлэгт

хувааж үзвэл $\Delta x = \frac{1.4}{7} = 0.20$ дан болно. Холбогдох үйлдлүүдийг хийж

3.10-р хүснэгтийг гарган авлаа. Хүснэгтийн 5 дахь баганад байгаа утгаар байгуулсан гистограммыг 3.2-р зурагт үзүүлэв.



3.2-р зураг

Практикт нэг максимумтай гистограмм хамгийн өргөн тохиолддог. Иймээс хамгийн олон давтамжийг агуулсан тодорхой бүлэг (завсар)-ийг ***модаль завсар*** гэнэ. Бидний авч үзэж буй жишээнд 1.4-1.6 хоорондын завсар модаль завсар болно. Энэ завсрын ойролцоо бусад завсрууд дахь давтамж төвлөрдөг.

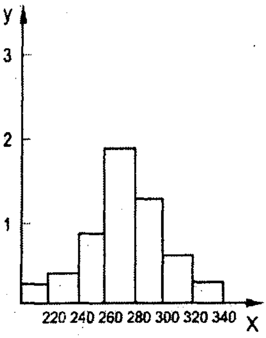
Үүнээс гадна гистограмм нь өөр хоорондоо "огцом өргөгдсөн" байдлаараа ялгагддаг. Гистограмм хэдий чинээ эгц өндөр өргөгдсөн, модаль бүлгийн ойролцоо хэдий чинээ их төвлөрсөн байна шинж чанарын үзүүлэлтийн сарнилт бага, жигдлэг чанартай гэж үзнэ.

Хэрэв хоёр эх олонлогоос ижил хэмжээгээр авсан үзүүлэлтүүдээр байгуулсан хоёр гистограмм ижил модаль завсартай байвал аль өндөр огцом өргөгдсөн гистограммаар илэрхийлэгдэх олонлогийг сарнилт багатай гэж үнэлнэ.

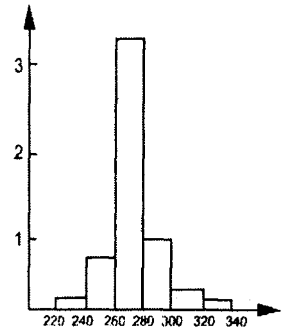
Жишээ 3.8. Хоёр өөр ээрэх машин дээр үйлдвэрлэсэн Т=25 текс шугаман нягттай хөндлөн утаснаас тус бүрээс 100 хэмжилт авч бөх батыг нь хэмжсэн байна. Энэ хэмжилтийн дүнг 3.11-р хүснэгтэд үзүүлжээ. Аль машин дээр үйлдвэрлэсэн ээрмэлийн чанар өндөр болохыг гистограмм байгуулан тайлбарла.

нэгдүгээр машин			хоёрдугаар машин		
$\Delta x = 20$	W(%)	$y = \frac{w}{\Delta x}$	$\Delta x = 20$	W(%)	$y = \frac{w}{\Delta x}$
200-220	4	0.20	200-220	0	0
220-240	6	030	220-240	2	0.10
240-260	16	0.80	240-260	12	0.60
260-280	36	1.80	260-280	64	3.20
28-300	24	1.20	280-300	16	0.80
300-320	10	0,50	300-320	4	0.20
320-340	4	0.20	320-340	2	0.10
	n=100			n=100	

Хэмжилтийн үр дүнгээр байгуулсан гистограммыг 3.3, 3.4-р зурагт үзүүлэв. Эдгээр гистограммуудын талбай ижил утасны бөх батын дундаж үзүүлэлт 270 см орчим байна. Гэвч хоёр дахь гистограмм эхнийхээсээ огцом өргөгдсөн байна. Энэ нь хоёр дахь машин дээр үйлдвэрлэсэн ээрмэлийн бөх батын үзүүлэлтийн сарнилт бага болохыг харуулж байна. Иймээс хоёр дахь машинаас авсан ээрмэл жигд сайн уг машин илүү сайн ажиллаж байна гэж үзнэ.



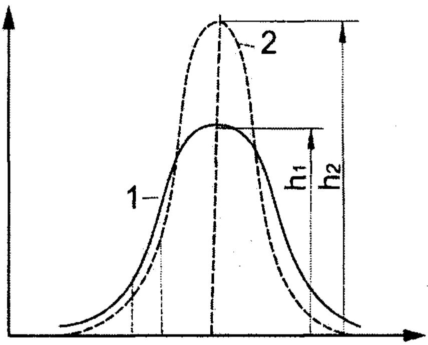
3.3-рзураг



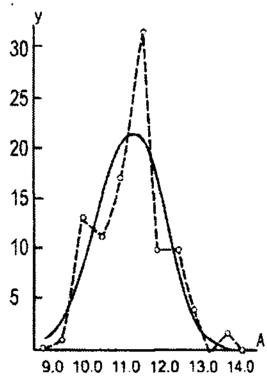
3.4-рзураг

Гистограммыг муруй шугамын графикт шилжүүлэх. Материалын судалж буй шинж чанарын тоон үзүүлэлтүүдийн шинжилгээний дүнд гаргаж авсан өгөгдөл нь график байдлаар илэрхийлэгдэж болох бөгөөд энэ нь түүний тархалт, өөрчлөлтийн төв болон жигд бус байдлын талаархи төсөөллийг илэрхийлдэг.

Ийм графикийг байгуулахын тулд (гистограммыг ашиглаж болно) гистограмм байгуулдагийн адил хэвтээ тэнхлэгийн дагуу хэмжиж буй шинж чанарын утгыг өсөх дараалаар нь босоо тэнхлэгийн дагуу түүний давтамж буюу ижил үзүүлэлтүүдийн тохиолдлын тоо, эсвэл тодорхой хязгаарт өөрчлөгдөх тоон утгуудын тоо хэмжээг авна. Байгуулсан цэгүүдийг шугамаар холбосноор тархалтын диаграммыг бий болно. (3.5-р зураг) Энэ диаграммыг 3.12-р хүснэгтэнд өгөгдсөн өгөгдлөөр байгуулав.



3.5-рзураг



3.6-рзураг

Жишээ 3.9. Хэмжилтээр 30мм хүртэл урттай цувималын жингийн жигд бишийг тодорхойлов. Тархалтыг 3.12-р хүснэгтийн өгөгдлөөр байгуулав.

3.12-р хүснэгт

30 мм урттай цувимлын жин

12.7	11.0	10.2	10.9	9.5	10.5	13.6	12.9	11.0	12.6
12.3	12.0	10.1	11.1	11.1	11.5	10.9	11.2	12.0	11.9
11.2	10.8	11.5	9.8	11.2	10.7	11.1	11.2	12.0	10.1
11.8	10.4	11.6	11.4	9.6	12.1	11.6	11.4	10.8	9.5
11.5	10.9	9.8	11.1	11.3	10.3	11.0	11.1	11.7	9.7
10.1	11.2	11.1	9.9	10.8	11.3	11.4	11.2	12.1	9.5
11.2	10.5	11.2	12.5	11.1	11.6	10.6	11.5	10.3	9.2
10.5	10.5	9.8	10.5	12.3	12.1	10.4	10.1	11.1	9.8
11.2	10.4	10.9	11.3	11.0	10.8	11.3	11.1	10.2	9.9
12.0	11.2	12.0	10.9	13.9	10.9	9.6	11.3	11.2	9.8

Хэмжилтийн тоо олон байх тохиолдолд нэхмэлийн ихэнх материалын чанарын үзүүлэлтүүдийн тархалт нь тэгш хэмт хэлбэртэй хэвийн тархалттай бараг давхцаж байдаг. (3.6-р зураг). Тасралтгүй өөрчлөгдөх шинжийн хувьд x-ээс $x+\Delta x_i$ завсарт (ангид) ноогдох давтамжийг түүний утгад Δx-д харьцуулсан харьцааг давтамжийн нягт

$y=\dfrac{w}{\Delta x}$ гэдгийг бид өмнө үзсэн. Эндээс:

$$y=\Delta x n Y \tag{3.32*}$$

болно. Хэвийн тархалтын хууль дараах тэгшитгэлээр илэрхийлэгддэг.

$$Y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{\left(x-\overline{M}g\right)^2}{2\sigma^2}} \qquad 3.33^{**})$$

Энд: y -давтамжийн нягт

σ -дундаж квадрат хэлбийлт

$\overline{M}_g$ -дээжний арифметик дундаж

Натураль логарифмын суурь (e=2.718)

Хэрэв хэвийн тархалтын муруйг байгуулах үедээ хэвтээ тэнхлэгийн дагуу дундаж үзүүлэлтээс хазайх хэлбэлзлийн утгыг $x=X-\overline{M}$ гэж авбал дээрх тэгшитгэл (3.33**) дараах хэлбэрээр бичигдэнэ.

$$Y=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}=\frac{Y_0}{\sigma} \qquad (3.33^{i})$$

Энэ тохиолдолд координатын эхлэл $X = \overline{M}$ болно. Тооцоог хялбар болгохын тулд Y_0-ийн утгыг 1-р хавсралтаас авна.

Хэвийн тархалтын муруйн хэлбэр нь түүгээр илэрхийлэгдэх эх олонлогийн тодорхойлогч болдог. Муруйн босоо тэнхлэгийн өндөр нь материалын шинж чанарын жигдлэг чанарын үзүүлэлт болдог.

Хэрэв $h_2 > h_1$ (3.6-р зураг) бол муруй 2-оор илэрхийлэгдсэн материалын тухайн шинж чанар илүү жигдлэг байна. Мөн хэвтээ тэнхлэгийн буусан муруйн хэмжээ буюу дундаж квадрат хазайлтын утгаар жигдлэг чанарыг үнэлж болно.

Материал жигдлэг чанартай буюу тархалтын муруй хэвийн тархалттай байна гэдэг нь хэмжилтийн тоон утгууд дундаж утгаасаа хоёр тийш жигд сарнин тархсан байна гэсэн үг юм. Гэхдээ сарнилт их бол түүнийг хязгаарлаж,өөрөөр хэлбэл дундаж утгаасаа их хэмжээгээр хазайсан $\pm 3\sigma$-аас илүү хазайлтыг орхиж тооцоог хийнэ.

Байгаль ертөнцөд аливаа нэгэн төрлийн зүйл,тэр битгий хэл нэг машин дээр үйлдвэрлэсэн бүтээгдэхүүн шинж чанар, хэмжээний хувьд нэг нь нөгөөгөөсөө ямар нэгэн байдлаар ялгагдах учраас тэдгээрийн дундаж утгыг аль болохоор үнэн зөв авах нь математик статистикийн аргыг зөв эзэмшиж, хэмжилтийг аль болох нэг багажаар, нэг судлаач хэмжих хэрэгтэй байдаг.

Нэг төрлийн бүтээгдэхүүнийг хоёр өөр машин, тоног төхөөрөмжөөр үйлдвэрлэх эсхүл өөр өөр орчин нөхцөлд өөр өөр аргачлалаар хэмжилт авснаас дундаж утга, түүнээс хоёр тийш хазайсан хэмжээ өөрчлөгдөж байх боловч дисперси, квадрат дундаж хэлбийлт (хазайлт), вариацийн коэффициент зэрэг статистикийн үзүүлэлтүүд тархалтын утга жигдлэг байдлыг үнэн зөв илэрхийлж чадна.

Хэвийн тархалтын муруйг зарим үед нормчилж стандартын тархалт гэж нэрлэдэг тухай 2-р бүлэгт тодорхой үзсэн билээ. Судалгаа шинжилгээний үед Гауссын хэвийн тархалттай, бодит тархалтыг харьцуулан үзэж үнэлэлт дүгнэлт өгнө.

Стандартын тархалт гэдэг нь дундаж утгаас хазайсан $\pm\sigma$ зайд бүх хэмжилтийн утгыг 68, 26%, $\pm 2\sigma$ зайд 95,46%,зайд 99,73% тархаж байхыг хэлдэг тухай дээр дурьдсан бөгөөд хэрэв энэ хэмжээ алдагдвал $\pm 3\sigma$ эксцесс, ассимметрийн үзүүлэлтээр тархалтын төрхийг илэрхийлж, шаардлагатай үед хэвийн тархалтад шилжүүлж, тархалтын давталтын утгыг шинээр тогтоон авч судалгааг үргэлжлүүлэн хийж болно. Ингэж хийх нь бүтээгдэхүүний жигдлэгийг дээшлүүлнэ гэсэн хэрэг юм.

Авч үзэж буй хоёр муруйн хувьд $\sigma_1 \rangle \sigma_2$ байгаа учир хоёр дахь муруйгаар илэрхийлэгдсэн материалын шинж чанар илүү жигдлэг байна гэж үзнэ. Дээрх жишээнд (3.12-р хүснэгт) өгөдсөн өгөдлүүдийг 3.13-р хүснэгтэд бичив.

Энд хэмжигдэхүүнүүдийн утгыг буурах дараалаар нь бичиж анги болгон хувааж тэдгээрт ноогдох давтамжийг (m) харгалзуулан авлаа. Мөн энэ хүснэгтэд анги бүрийн дундаж утга, X_i энэ дундаж ба ерөнхий

дундажийн хэлбэлзлийн утга $x = Xi - \overline{X}$ харьцаа $\frac{X}{\sigma_g}$ зэргийг тус тусад

нь олж холбогдох багананд бичлээ. Тооцоог 0,01-ийн нарийвчлалаар гүйцэтгэв.

Бидний авч үзэж буй жишээнд n=100, X=11мг, σ_g=0.9мг болно.

Цаашид $\frac{X}{\sigma_g}$-ийн харьцааны утгаар 1-р хавсралтаас Y_0 функцийн

утгыг олж 13-р хүснэгтэнд бичнэ. Онолын үнэмлэхүй давтамжийн утгыг дараах томъёогоор олно.

$$Y_i = Y_0 \frac{\Delta x \cdot n}{\sigma g} = Y_0 \cdot H \qquad (3.34)$$

Энд: $H = \frac{\Delta x \cdot n}{\sigma_g}$ болно.

Манай жишээнд $H = \frac{0.5 \cdot 100}{0.9} = 55.6$ болно.

3.13-р хүснэгт

Тархалтын муруйн ординатын тооцоо

анги	m	X_i	$\chi = X_i - \overline{X}$	$\frac{\chi}{\sigma_g}$	Y_0	$Y_i = Y_0 H$
13.5-13.9	2	13.7	2.7	3.00	0.0044	0.24
13.0-13.4	0	13.2	2.2	2.44	0.0203	1.13
12.5-12.9	4	12.7	1.7	1.89	0.0669	3.63
12.0-12.4	10	12.2	1.2	1.33	0.1647	9.1
11.5-11.9	10	11.7	0.7	0.78	0.2943	16.4
11.0-11.4	32	11.2	0.2	0.22	0.3894	21.6
10.5-10.9	17	10.7	-0.3	-0.33	0.3778	21.0
10.0-10.4	11	10.2	-0.8	-0.89	0.2685	14.9
9.5-9.9	13	9.7	-1.3	-1.44	0.1415	7.9
9.0-9.4	1	9.2	-1.8	-2.00	0.0540	3.0

Энэ олдсон давтамжийн (Y_i) утгаар олдсон тархалтын муруйг 3,5-р зурагт үзүүлэв (тодоор).

3.6.Чанарын өөрчлөлтийн статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлох

Технологийн үйл ажиллагааны явцад үйлдвэрлэж байгаа бүтээгдэхүүн, лабораторийн судалгаа шинжилгээний үед судалж байгаа зүйл(объект)-ийн хувьд тоо хэмжээний өөрчлөлт гарахаас гадна чанарын өөрчлөлт байнга гарч байдаг. Тухайлбал сүлжмэл, ноосон эдлэл, гутал, хувцас болон машин техникийн эд ангиудыг үйлдвэрлэхэд хэмжээний алдаанаас гадна үндсэн материалын чанар, өнгө үзэмж, хэлбэр загвар, ажилчны мэргэшлийн түвшин, ажлын дадлага туршлагаас хамаарч чанар өөр өөр байх явдал гарах бөгөөд эдийн засгийн тооцоо судалгаанд түүнийг заавал тусгаж тооцох шаардлага гардаг. Чанарын үзүүлэлтээс хамааруулан тоо хэмжээний хувьд өөрчлөлттэй цувааны нэгэн адил өгөгдлийг хэсэгчлэн хувааж статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойлно. Статистик үзүүлэлтэнд чанарын хувьд ялгаатай хэсэг (доля признака), өөрчлөлтийн үзүүлэлт, вариацийн коэффициент, шинж чанарын өөрчлөлтөөр нь ялгаж авсан хэсгийн алдаа гэсэн үзүүлэлтүүд багтана.

Шинж чанарын ялгаатай хэсгийн харьцангуй хэмжээг P_1, P_2, P_3... Pn гэх мэт нэгжийн хэсэг юм уу хувиар тэмдэглэгдэг. Хэрвээ нийт хэмжиж судалсан зүйлийн тоо-n, чанарын хувьд ялгаатай хэсгүүд n_1, n_2, n_3........n_i бол тэдгээрийн харьцангуй хэмжээг

$$P_1 \approx \frac{n_1}{n};\ P_2 \approx \frac{n_2}{n};\ P_3 \approx \frac{n_3}{n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots P_i \approx \frac{n_i}{n}$$

гэж олно. Энд $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots\ldots + n_i = n$ болно.

Хэрэв судлаж байгаа зүйл чанарын хувьд хоёр хэсэгт хуваагдаж нэгнийх нь хэмжээ P,нөгөөгийх нь хэмжээ q бол P+q=1.0 (100%) болно.

Чанарын өөрчлөлтийн үзүүлэлт гэдэг нь өөрчлөлттэй хэсэг тус бүрийн өөрчлөлтийг хооронд нь харьцуулсан хэмжээ нь хэмжилтийн утга тоон хэмжигдэхүүнээр өгөгдсөн үеийн квадрат дундаж хэлбийлтийн утгатай нэгэн адил утгыг агуулна. Чанарын өөрчлөлтийн утгыг σ -үсгээр тэмдэглэх бөгөөд тэрээр:

$$\sigma_{S_r} = \sqrt[R]{P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \ldots P_R} \qquad (3.36)$$

томъёогоор тодорхойлогдоно.

Энд: $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots\ldots P_R$ чанарын хувьд ялгаатай хэсгүүдийн эзлэх хувь.R-чанарын хувьд ялгасан тоо (число градаций)

Хэрэв R>2 бол чанарын өөрчлөлтийн үзүүлэлтийг логарифмчлах нь бодолтыг хялбар болгоно.

$$\lg\sigma = \frac{\lg P_1 + \lg P_2 + \lg P_3 + \ldots + \lg P_R}{R} \qquad (3.36')$$

Хэрэв чанар хоёр хэсэгт хуваагдаж байвал:

$$\sigma = \sqrt{Pq} \qquad (3.36'')$$

Жишээ: P=0.5, q=0.5 бол $\sigma = \sqrt{Pq} = \sqrt{0.5 \cdot 0.5} = 0.5$ буюу 50% гэж олдоно.

Чанарын өөрчлөлтийн хамгийн их утга хэсэгчилсэн хуваалтын тоо янз бүр байхад дараах хэмжээтэй байдаг.(3.14-р хүснэгт)

3.14-р хүснэгт

Чанарын өөрчлөлтөөр хуваасан тоо	σ_{max}	Чанарын өөрчлөлтөөр хуваасан тоо	σ_{max}
2	0.500 (50.0%)	5	0.200 (20.0%)
3	0.333 (33.3%)	6	0.167 (16.7%)
4	0.250 (25.0%)	7	0.143(14.3%)

Энэхүү σ_{max} утгыг ашиглан чанарын өөрчлөлтийн вариацийн коэффициентийг олдог.

Чанарын өөрчлөлтийн вариацийн коэффициент нь өөрчлөлтийн үзүүлэлтийг түүний өөрчлөгдөж болох хамгийн их хэмжээнд харьцуулсан харьцаагаар тодорхойлогдох бөгөөд түүнийг V_r үсгээр тэмдэглэнэ.

$$\nu_{\bar{r}} = \frac{\sigma}{\sigma_{max}} \cdot 100\% \tag{3.37}$$

Сонгож авсан хэсгийн алдаа нь S_r нь чанарын хувьд өөрчлөлттэй байгаа нийт хэмжээ сонгож авсан хэсгээс хэрхэн хэлбэлзэж байгааг заана.

$$S_r = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{3.38}$$

Хэрэв чанарын өөрчлөлтийг P,q гэсэн хоёр хэсэгт хуваасан бол

$$s_r = \sqrt{\frac{Pq}{n}} \tag{3.38'}$$

гэж олно. Шинж чанарын ялгаатай хэсгийн алдааны магадлал $P_i \pm t_{0.5} S_{\bar{r}}$ нь 68%, $P \pm 2S_{\bar{r}}$ нь 95%, $P \pm 3S_{\bar{r}}$ нь 99% байдаг. Энэ үзүүлэлт хэмжилтийн утга тоон хэмжигдэхүүнээр өгөдсөн үед мөн л ингэж тодорхойлогдоно.

Жишээ 3.10 Үйлдвэрлэсэн 500 хос гутлын чанарыг шалгаж үзэхэд 50 хос гутлын өсгий хазгай хадагдсан байв. $P_D = 95$ магадлалын үнэмшлийн хязгаарт өсгий нь хазгай хадагдсан байх хэмжээг ол.

Бодолт: $n_1 = 50, n_2 = n - n_1 = 500 - 50 = 450$

а/ Шинж чанарын ялгаатай хэсэг

$$P = \frac{n_1}{n} = \frac{50}{500} = 0.1 \quad \text{буюу } 10\%$$

$$q = 1 - p = 1 - 0.1 = 0.9 \quad \text{буюу } 90\%$$

б/ Өөрчлөлттэй хэсгийн стандартын хэлбийлт буюу чанарын өөрчлөлтийн үзүүлэлт

$$S_r = \sqrt{pq} = \sqrt{0.1 \cdot 0.9} = 0.30 \quad \text{буюу } 30\%$$

в/ Вариацийн коэффициент k=2, σ_{max}=0.50 үед

$$Y_r = \frac{\sigma \cdot 100}{\sigma_{max}} = \frac{0.30}{0.50} \cdot 100\% = 60\%$$

г/ Сонгож авсан хэсгийн алдаа

$$S_r = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0.1 \cdot 0.9}{500}} = 0.013 \quad \text{буюу } 1.3\%$$

үед $P \pm t_{0.5} \cdot S_r = 0.01 \pm 1.96 \cdot 0.013 = 0.10 \pm 0.025$

$(0.075 \div 0.125)$ буюу $7.5 \div 12.5\%$

Жишээ 3.11 Оёдлын үйлдвэрт оёсон 820 бүтээгдэхүүнд чанарын үзлэг хийхэд чанарт бүрэн тэнцсэн 658, товч нь хадагдаагүй 102, захыг нь хазгай оёсон 60 хувцас байв. Чанарын өөрчлөлтийн статистик үзүүлэлтүүдийг тодорхойл.

Бодолт:

$$n = n_1 + n_2 + n_3 = 658 + 102 + 60 = 820$$

а/ шинж чанарын ялгаатай хэсгийн харьцангуй хэмжээ

$$P_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{658}{820} = 0.80 \quad \text{буюу } 80\%$$

$$P_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{102}{820} = 0.12 \quad \text{буюу } 12\%$$

$$P_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{60}{820} = 0.08 \quad \text{буюу } 8\%$$

б/ Стандарт хэлбийлт буюу чанарын өөрчлөлтийн үзүүлэлт:

$$Lg\sigma = \frac{LgP_1 + LgP_2 + LgP_3}{R} = \frac{Lg0.80 + Lg0.12 + Lg0.08}{3} = \frac{\bar{1}.9031 + \bar{1}.0792 + \bar{2}.9031}{3} = \frac{\bar{3}.8854}{3} = \bar{1}.2951$$

$\sigma = antiLg\bar{1}.2951 = 0.1979 \approx 0.198$ буюу 19.8%

в/ Вариацийн коэффициент k=3, $\sigma_{max} = 0.33$ үед

$$Y = \frac{\sigma}{\sigma_{max}} 100\% = \frac{0.198}{0.333} 100\% = 61.3\%$$

г/Сонгож авсан хэсгийн алдаа:

$$S_{\bar{r}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.198}{\sqrt{820}} = 0.0069 \approx 0.007 \text{ буюу } 0.7\%$$

д/ Үнэмшилт хүрээ

$P_d = 0.99$ үед $t_{0.1} = 2.58$, f =n-1=81.9 болох ба

$P_1 \pm t_{0.1} S_{\bar{r}} = 0.80 \pm 2.58 \cdot 0.007 = 0.80 \pm 0.018 (0.782 \div 0.818)$

буюу $78.2 \div 81.8\%$

$P_2 \pm t_{0.1} S_{\bar{r}} = 0.12 \pm 0.018 (0.102 \div 0.138)$

буюу $10.2 \div 13.8\ \%$

$P_3 \pm t_{0.1} S_{\bar{r}} = 0.08 \pm 2.58 \cdot 0.007 = 0.08 \pm 0.018 (0.062 \div 0.098)$

буюу $6.2 \div 9.8\%$

3.7 Өөрчлөлтийн шинж чанарын статистик үзүүлэлтийн үнэлгээний алдаа

Технологи ажиллагааны параметр буюу бүтээгдэхүүний шинж чанарыг хэмжиж тодорхойлох явцад янз бүрийн шалтгаанаас болж алдаа гардаг тухай урд бид үзсэн. Тухайн үзүүлэлтйн хэмжилтээр гарсан Y_i утга, түүний байх ёстой бодит утга Y_δ хоёрын хоорондын ялгааг үнэмлэхүй алдаа $|E_i|$ гэж нэрлэх бөгөөд

$$E_i = Y_i - Y_\delta \qquad (3.39)$$

томьёогоор тодорхойлно.

Үнэмлэхүй алдаа E_i -г хэмжилтийн утга Y_i -д харьцуулсан харьцааг харьцангуй алдаа гэж нэрлээд

$$\delta_i = \frac{E_i}{Y_i} \qquad (3.40)$$

гэсэн томьёогоор олно. Туршилт хэмжилтийн үед гарч буй алдааг түүний үүсч буй чанараас нь хамааруулж:

а/ тогтмол гарах алдаа- E_T

б/ санамсаргүй гарах алдаа - E_c гэж хуваана. Иймээс нийт алдаа нь

$$E = E_T + E_c$$

эж тодорхойлогдоно. Ямар ч аргаар аль ч хэмжих төхөөрөмж дээр хэмжсэн уг алдаа өөрчлөгдөхгүй, эсвэл тодорхой хуулиар өөрчлөгдөж байвал уг алдааг **тогтмол алдаа** гэнэ. Харин санамсаргүй байдлаар гэнэт гарч ирсэн алдааг **санамсаргүй алдаа** гэнэ. Энэ алдаа нь урьдчилан тооцоогүй гэнэтийн хүчин зүйлсийн нөлөөгөөр үүснэ. Хэрэв тогтмол алдааны өөрчлөлтийн шинж чанар мэдэгдэж байвал хэмжилтийн үр дүнг тодорхой утгаар өөрчлөн засварлаж болно. Туршилт, хэмжилтийн дүнг боловсруулах явцад санамсаргүй алдааны хэмжээг үнэлж болно. Хэмжилт туршилтын тоо хэдий чинээ их байна, гарган авч байгаа үзүүлэлт төдий чинээ их үнэмшил, магадлалтай байна. Судалгаа хийж байгаа хүн бүр тодорхойлж байгаа хэмжигдэхүүн бүрийнхээ үнэлгээний нарийн найдварт байдлыг мэдэж байх нь чухал, уг хэмжигдэхүүн хэдий чинээ нарийн найдвартай байна, үнэмшил төдий чинээ их байх ёстой. Бидний үзсэн томьёо, аргачлалаар тодорхойлсон статистикийн үзүүлэлт бол зөвхөн тухайн дээж, сорьцын үзүүлэлт юм. Хэрэв хэмжилтийн нарийвчлал бага /алдаа их/ бол эдгээр үзүүлэлтээр нийт эх олонлогийн шинж чанарыг үнэлэх нь учир дутагдалтай. Ийм үед эх олонлогийн статистикийн үзүүлэлтүүдийг дараах томьёогоор тодорхойлно. Үүнд:

а/ эх олонлогийн шинж чанарын дундаж утга

$$\overline{M_{эо}} = \bar{M}_{д} \pm E_{\bar{M}} \qquad (3.41)$$

б/ эх олонлогийн шинж чанарын дундаж квадрат хэлбэлзэл

$$\sigma_{эо} = \frac{V_д}{a_n}\sqrt{\frac{n}{n-1}} \pm E_\sigma \qquad (3.42)$$

в/ эх олонлогийн шинж чанарын вариацын коэффициент

$$V_{эо} = \frac{V_д}{a_n}\sqrt{\frac{n}{n-1}} \pm E_c \qquad (3.43)$$

Энд: $M_д, \sigma_д, V_д$ -дээжний статистик үзүүлэлт

$E_{\bar{M}}$ -дундажийн үнэмлэхүй алдаа

E_σ -дундаж квадрат хэлбэлзлийн үнэмлэхүй алдаа

E_v - вариацийн коэффициентийн үнэмлэхүй алдаа

n -хэмжилтийн тоо

a_n - хэмжилтийн тооноос хамаарах коэффициент, хүснэгтээр тодорхойлогдоно (3.15-р хүснэгт).

3.15-р хүснэгт

a_n - Коэффициентийн утгыг тодорхойлох хүснэгт

N	2	3	4	5	10	15	20	25	30<
a_n	0.786	0.886	0.992	0.940	0.973	0.982	0.985	0.99	1

Статистик үзүүлэлтүүдийн үнэмлэхүй алдааг тодорхойлохдоо дараах томъёонуудыг ашиглана.

а/ Дундаж үзүүлэлтийн үнэмлэхүй алдаа

$$E_{\bar{M}} = \frac{t \cdot \sigma_{\partial}}{\sqrt{n}} \qquad (3.44)$$

б/Дундаж квадрат хазайлтын үнэмлэхүй алдаа

$$E_{\sigma} = \frac{t \cdot \sigma_{\partial}}{\sqrt{2n}} \qquad (3.45)$$

в /Вариацийн коэффициентийн үнэмлэхүй алдаа

$$E_v = \frac{t \cdot V_{\partial}\sqrt{1+2V_{\partial}^2}}{\sqrt{2n}} \qquad (3.46)$$

Энд: t-хэмжилтийн тооноос хамаарах коэффициент

3.16-р хүснэгт

t-коэффициент тодорхойлох хүснэгт

n	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	30<
t	4.5	3.3	2.9	2.6	2.4	2.3	2.3	2.2	2.2	2.2	2.1	2.0

Статистик үзүүлэлтүүдийн харьцангуй алдааг тодорхойлъё.

А) дундаж үзүүлэлтийн харьцангуй алдаа

$$\sigma_{\bar{m}} = \frac{E_{\bar{M}}}{\bar{M}} 100\% = \frac{t \cdot V_{\partial}}{\sqrt{n}} \qquad (3.47)$$

Б) дундаж квадрат хазайлтын харьцангуй алдаа

$$\delta_{\sigma} = \frac{E_v}{V_{\partial}} 100\% = \frac{t \cdot 100\%}{\sqrt{2n}} \qquad (3.48)$$

В) вариацийн коэффициентийн харьцангуй алдаа

$$\delta_c = \frac{E_v}{V_{\hat{c}}}100\% = \frac{t\cdot\sqrt{1+2V_{\hat{c}}^2}}{\sqrt{2n}}100\% \quad (3.49)$$

Судалгааны үед туршилтын шинж чанарын үзүүлэлтийн харьцангуй алдаа $\delta_i \le 5\%$ байх ёстой. (P_{II}=0.954үед) Хэрэв алдаа нь 5%-аас их бол туршилт, хэмжилтийн дүнг үнэмшилтэй гэж үзэхгүй. Ийм учир хэрэв $\delta_i > 5\%$ гарвал хэмжилтийн тоог ихэсгэх хэрэгтэй.

Өөрөөр хэлбэл шинж чанарын тухайн Т үзүүлэлтийг тодорхойлох үнэлгээний харьцангуй алдаа $\delta_i < 5\%$ байх тохиолдолд хэдэн хэмжилт хийх вэ гэдгийг тооцож болно.Тооцоонд үзүүлэлт бүр дээр дараах томъёог ашиглана.

А/ дундаж үзүүлэлтийг тодорхойлох итгэмжлэх хэмжилтийн тоо

$$m_{\bar{M}} = \left(\frac{2V_{\partial}}{\delta_{\bar{M}}}\right)^2 \quad (3.50)$$

Хэдэн хэмжилт туршилт хийх вэ гэдэг нь тухайн хэмжилтэд тавигдах нарийвчлалын утгаас хамаарна.Үйлдвэрийн ердийн ажиллагааны үеийн хэмжилтээр алдаа $\delta_i = 5\%$ байхыг зөвшөөрдөг бол эрдэм шинжилгээний ажилд $\delta_i = 2\%$ байх ёстой. Ийм учир эдгээр судалгаанд хэмжилтийн тоо өөр өөр байна.

Жишээ 3.12 Утасны тасрхалтын үеийн бөх батын үзүүлэлтийг тодорхойлох хэмжилтийн үеийн алдаа $\delta_{\bar{m}} = 7\%$. Вариацийн коффициент С=15%, хэмжилтийн тоо n=20 байжээ.Алдааг багасгахын тулд хэмжилтийн тоог хэрхэн өөрчлөхийг олъё.

1. Үйлдвэрлэлийн шинжилгээний үед

$$m_{\bar{M}} = \left(\frac{2V_{\hat{c}}}{\delta_{\bar{M}}}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 15}{5}\right)^5 = 36$$ удаа

2. Эрдэм шинжилгээний ажлын үед

$$m_{\bar{M}} = \left(\frac{2V_{\hat{c}}}{\delta_{\bar{M}}}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 15}{2}\right)^2 = 225$$ удаа

б/дундаж квадрат хазайлтын үзүүлэлтийг тодорхойлох итгэмжлэх тоо

$$m_\sigma = 2\left(\frac{100}{\delta_\sigma}\right)^2 \qquad (3.51)$$

в/ вариацийн коэффициенийн итгэмжлэх хэмжилтийн тоо

$$m_c = \frac{2\cdot 100^2}{\delta_c^2}\cdot\sqrt{1+2V_\delta^2}$$

Эдгээр үзүүлэлтүүд (E,δ,m)-ийн тооцоог урьд үзсэн утасны эрчийн жишээн дээр авч үзье.Утасны эрчийн статистик үзүүлэлтүүдийг нийлбэрийн ба үржвэрийн аргаар олсон жишээнд:

Утасны эрчийн дундаж үзүүлэлт - $\overline{M} = 294.01$ эрч/м

Дундаж квадрат хазайлт - б=18.63эрч/м

Вариацийн коэцффициент - V=6%

Үнэмлэхүйн алдаа: /хэмжилтийн тоо n=100тул t=2 болно/

а) Дундаж үзүүлэлтийн

$$E_{\overline{M}} = \frac{2\cdot 18.63}{\sqrt{200}} = 3.73 \text{ эрч/м}$$

б) Дундаж квадрат хазайлтын

$$E_\sigma = \frac{2\cdot 18.63}{\sqrt{2\cdot 100}} = 2.62 \text{ эрч/м}$$

в) Вариацийн коэффициент

$$E_V = \frac{2\cdot 6\sqrt{1+2\cdot 6^2}}{\sqrt{2\cdot 100}} = 69.2\%$$

Харьцангуй алдаа:

А) Дундаж үзүүлэлтийн

$$\delta_{\overline{M}} = \frac{3.73}{294.01}100\% = 1.2\% \text{ эсвэл } \qquad \delta_{\overline{M}} = \frac{2\cdot 6}{\sqrt{100}} = 1.2\%$$

Б) Дундаж квадрат хазайлт

$$\delta_\sigma = \frac{2.62}{18.63}100\% = 14.06\% \text{ эсвэл } \qquad \delta_\sigma = \frac{2\cdot 100}{\sqrt{200}} = 14.14\%$$

В) Вариацийн коэффициент

$$\delta_V = \frac{2\cdot\sqrt{1+2\cdot 6^2}}{\sqrt{2\cdot 100}}100\% = 120.8\%$$

3.8 Статистик таамаглал болон үнэлгээний шинжүүрийн тухай ойлголт

Туршилт, хэмжилтийн өгөгдлүүдийг боловсруулах үед θ_1 ба θ_2 тоон үзүүлэлтүүдийн өөрөөр хэлбэл дээж болон эх олонлогийн дундаж $\overline{X_1}$ ба $\overline{X_2}$, дисперси δ_1^2 δ_2^2, вариацийн коэффициент C_1 ба C_2 болон бусад үзүүлэлтүүдийн хоорондын ялгааны утгыг тодорхойлох асуудал гарч ирдэг. Ийм асуудал дараах тохиолдлуудад дэвшигдэн тавигддаг. Тухайлбал:

1. Технологийн болон бүтээгдэхүүний чанарын үзүүлэлтэд хүчин зүйлийн утгын өөрчлөлтийн нөлөөллийг үнэлэх үед. Жишээ нь: эрчийн коэффициентийг 10 нэгжээр өөрчлөх үед (130ын оронд 120 болгох) ээрмэлийн бөх батад мэдэгдэхүйц ялгаа гарах уу; эсвэл сүүрь утасны таталтыг 10%-р ихэсгэхэд даавууны хөндлөн чиглэлийн нягт өөрчлөгдөх үү, утасны нугаларалтын гүнийг 0.5мм-р нэмэгдүүлэхэд сүлжмэлийн тууш чиглэлийн нягт өөрчлөгдөх үү г.м.

2. Хоёр өөр үүлдрийн малын ноос, ноолуур сортын хөвөн болон тэдгээрээр үйлдвэрлэсэн бэлэн бүтээгдэхүүний шинж чанарыг хооронд нь харьцуулах үед . Жишээ нь: Баяндэлгэрийн улаан болон нутгийн монгол ямааны ноолуурын хооронд ялгаа байна уу, эсвэл өөр өөр хугацаанд самнаж эсвэл хяргаж авсан ноолуур, ноосны шинж чанар ялгаатай юу г.м.

3. Өөр өөр хийц бүтэцтэй машин тоног төхөөрөмж, технологи ажиллагааг хооронд нь харьцуулах үед. Тухайлбал: 2 өөр төрлийн хялгас ялгах машин дээр ялгагдсан ноолууран ширхэгтийн уртын өөрчлөлтийн зэрэг эсвэл ялгах ажиллагааны үр дүнд ялгаа байна уу, хоёр өөр төрлийн самнах машин дээр

самнагдсан зулхайн ширхэгтийн шулуудалт болон цэвэршилийн зэрэгт мэдэгдэхүйц ялгаа байна уу үгүй юу г.м.

4. Өөр өөр бүтэц, орцтой бүтээгдэхүүн эсвэл өөр өөр үйлдвэрлэлийн бүтээгдэхүүний шинж чанарыг харьцуулах үед.

5. Бүтээгдэхүүний шинж чанарыг тодорхойлох хоёр өөр арга, эсвэл хоёр өөр машины ажиллагааны үр дүнг хооронд нь харьцуулах үед тоон үзүүлэлтүүдийг харьцуулж дүгнэлт гаргах асуудал гарч ирдэг.

Ийм асуудлууд нь зөвхөн статистик өгөгдөлүүд болон статистик таамаглал (гипотез)-ын шинжилгээний үндсэн дээр шийдвэрлэгдэнэ. Хоёр төрлийн статистик таамаглал байна. Эх олонлогийнн тоон үзүүлэлтийн тухай таамаглал (энэ тохиолдолд эх олонлогийн тархалтын хэлбэр, төрөл мэдэгдэнэ), тархалтын хэлбэрийн тухай таамаглал (энэ тохиолдолд судлаж буй хувьсах хэмжигдэхүүний талаар юу ч мэдэгдэхгүй байна).

Эхлээд дэвшүүлсэн таамаглалаа үндсэн буюу анхдагч тэг таамаглал гэж нэрлээд H_0 -ээр тэмдэглэнэ. Үндсэн таамаглалтай зөрчилдөх таамаглалыг өрсөлдөгч таамаглал (альтернатив) гэж нэрлээд H_1 -ээр тэмдэглэнэ. Жишээ нь: “ θ_1 ба θ_2 тоон үзүүлэлт тэнцүү” гэсэн үндсэн таамаглалын өрсөлдөгч таамаглал нь θ_1 ба θ_2 тоон үзүүлэлт тэнцүү биш $\theta_1 \neq \theta_2$ болно.

Хэдийгээр таамаглалыг шалгах үед эх олонлогийн үнэлгээний талаархи асуудал яригдаж байгаа боловч түүвэр үзүүлэтүүдийг авч үзэж байгаа учир үр дүн нь санамсаргүй шинж чанартай болохыг тооцоолох нь зүйтэй. Таамаглалын зөв бурууг шалгах үүрэгтэй санамсаргүй хэмжигдэхүүнийг **статистик шинжүүр** гэнэ.

Математик статистикт үндсэн таамаглал H_0 -ыг шалгахад параметрийн ба параметрийн бус гэсэн хоёр бүлэг шинжүүрийг хэрэглэдэг.

Эхний бүлэг шинжүүрийг хэрэглэхэд үзүүлэлтүүдийн тоон утга харилцан хамааралгүй мөн нормаль тархалтын хуульд захирагдсан байх ёстой гэсэн зайлшгүй нөхцөл шаардагддаг. Эдгээр нөхцөл биелэгдэх үед параметрийн шинжүүрийн чадвар өндөр байна. Харин тэдгээр нь биелэгдээгүй үед үнэн хэрэгтээ үнэмшилгүй зүйл дээр анхдагч шинжүүрийг хүлээн авах магадлал өндөрссөнөөр буруу дүгнэлтэнд хүрэх болно.

Хоёр дахь бүлэг шинжүүр нь хэрэглэхэд ямар нэг нэмэлт нөхцөл шаардахгүй, тооцоолоход хялбар. Энэ үндсэн дээр энэ бүлэг шалгуурыг практикт өргөн хэрэглэдэг бөгөөд зарим тохиолдолд цорын ганц боломжтой нь ч гэж үзэх талтай.

Таамаглалыг хүлээн авах. Хэрэв шалгаж буй таамаглал нь 5% ба түүнээс дээш утгын түвшинтэй шалгагдвал таамаглалыг эргэлзэх зүйлгүй хүлээн авна. Хэрэв шалгаж буй таамаглал нь 5%-оос бага 1%-оос их утгын түвшинтэй шалгагдвал таамаглалыг хүлээн авах асуудлыг эргэлзээтэй гэж зүнэ. Энэ тохиолдол өгөгдлүүдийг гарган авах туршилтыг давтан хийж болно.

Шалгуурыг 1%-с бага утгын түвшинтэй үед таамаглалыг хүлээн авахаас зайлсхийх нь чухал. Таамаглалыг шалгахад 2 төрлийн алдаа гарч болно. Хэрэв үнэн зөв H_0 таамаглалыг буруутгаж няцаасан бол I төрлийн алдаа, үнэн зөв биш таамаглалыг үнэн зөв гэж зөвшөөрсөн бол II төрлийн алдаа гэнэ.

I төрлийн алдаа гарах магадлалыг зөвшөөрсөн түвшин нь , II төрлийн алдаа гарах магадлалыг, харин “1-” хэмжигдэхүүнийг шинжүүлийн чадал гэнэ. Хэмжилтийн тоон утга их байх үед нэг ба хоёрдугаар төрлийн алдаа гарах магадлал бага байна. Статистик таамаглалыг шалгах үндсэн зарчим нь хэрэв шалгуур нь эргэлзээтэй мужид харъяалагдах бол -ийг няцаах, хэрэв нь шинжүүрийн авах мужид харъяалагдах бол тэг таамаглал -ийг хүлээн зөвшөөрөхөд оршино.

Статистик шалгуураар шалгах дараалал

1. Шалгах тэг таамаглал, болон өрсөлдөгч таамаглалыг томъёолох.

2. Анхдагч таамаглалыг шалгах зориулалттай шинжүүр болон статистик үзүүлэлтүүдийг сонгох

3. Зөвшөөрөх түвшингийн утгыг сонгох

4. Анхдагч таамаглалыг шалгах практик хүрээг тодорхойлох

5. Түүврийн өгөгдлөөр шинжүүдийг тооцоолох

6. Шинжүүрийн тооцооны утгыг шинжүүрийн хүрээгээр тодорхойлогдох хүснэгтийн утгатай харьцуулах зэрэг болно.

Нормаль тархалттай эх олонлогийн хоёр дисперсийн харьцуулалт: Янз бүрийн технологийн объектыг үйл ажиллагааных нь тогтвортой байдлаар харьцуулах, технологийн параметрийг болон бүтээгдэхүүний шинж чанаргыг хэмжих аргыг сонгох үед дисперсийн харьцуулалтын аргыг хэрэглэнэ. Мөн хоёр хэсэг хэмжилтийн дунджийн хоорондын ялгааг тодорхойлоход энэ харьцуулалтыг ашиглаж болно. Нормаль тархалттай хоёр эх олонлогийн S_1^2 ба S_2^2 үнэлгээ өгөгдсөн байна гэж үзнэ. Энэ хоёр хэсгийн хэмжилтүүд тэнцүү байна гэсэн $\mathrm{H}_0 : \delta_1^2 = \delta_2^2$ анхдагч таамаглалыг өрсөлдөгч $\mathrm{H}_1 : \delta_1^2 \neq \delta_2^2$, $\mathrm{H}_2 : \delta_1^2 > \delta_2^2$, $\mathrm{H}_2 : \delta_1^2 < \delta_2^2$ гэсэн гурван таамаглалаар шалгана.

Хоёр хэсэг хэмжилтийн Y_1 ба Y_2 санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд нормаль тархалттай. Иймээс тэдгээрийн дисперсийг харьцуулах шинжүүрт эх олонлогийн дисперсийн үнэлгээний харьцааг $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ авч болно.

Энд хүртвэрт нь аль их тоон утгатай үзүүлэлтийг авснаар $F > 1$ болно.

Итгэлтэй H_0 таамаглалын үед дисперсийн харьцаа болох статистик үзүүлэлт нь (m_1-1) ба (m_2-1) чөлөөний зэрэгтэй Фишерийн тархалттай болох нь батлагдсан байдаг.

Фишерийн шалгуурын тооцооны утга дараах томъёогоор тодорхойлогдоно.

$$F_T = \frac{S_1^2\{\mathrm{Y}\}}{S_2^2\{\mathrm{Y}\}} = \frac{\frac{1}{m_1 - 1}\sum_{\upsilon=1}^{m_1}\left(\mathrm{Y}_{\upsilon 1} - \overline{\mathrm{Y}_1}\right)^2}{\frac{1}{m_2 - 1}\sum_{\upsilon=1}^{m_2}\left(\mathrm{Y}_{\upsilon 2} - \overline{\mathrm{Y}_2}\right)^2}$$

Фишерийн шалгуурын тооцооны утгыг түүний итгэмжлэлийн түвшин α, чөлөөний зэрэг $f(S_1^2)$, $f(S_2^2)$-ийн өгөгдсөн утгууд дахь хүснэгтийн F_X утгатай харьцуулна.

Хэрэв $F_T < F_X\left[1-\alpha,\ f(S_1^2)=m_1-1;\ \ f(S_2^2)=m_2-1\right]$ нөхцөл биелвэл хоёр эх олонлогийн хэмжилтийн утгууд тэнцүү болно.

Жишээ нь: Технологи ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйлийн нэг утгын үед уг ажиллагааны үзүүлэлтийн дисперси $S_{1\{Y\}}^2 = 2.8$ чөлөөний зэрэг $f = 2$ (хэмжилтийн тоо 3), 2 дахь утгын үед дисперси нь $S_2^2\{y\} = 1.6$; чөлөөний зэрэг $f = 12$ байжээ. Хүчин зүйлийн өөр өөр утгад харгалзсан үзүүлэлтүүдийн дисперси тэнцүү гэсэн анхдагч таамаглал $H_0 : \delta_1^2 = \delta_2^2$ -ыг шалгая.

Өрсөлдөгч шалгуур нь $H_2 : \delta_1^2 > \delta_2^2$ болно. Итгэмжлэх магадлал $P_Д = 0.95$ үед Фишерийн шалгуурын хүснэгтийн утгыг 4-р хавсралтаас олно. $F_X[P_2 = 0.95; f_1 = 2; f_2 = 12] = 3.885$

Фишерийн шалгуурын тооцооны утга $F_T = \dfrac{2.8}{1.6} = 1.75$. $F_T = 1.75 < F_X = 3.885$ тул дээрх үзүүлэлтүүдийн дисперси болон хэмжилтийн утгууд ижил болно.

Хоёр дисперси болон, дундажийг харьцуулах параметрийн бус шинжүүрүүд

Хэрэв судлаачид судлаж буй үзүүлэлтүүдийн тархалтын хууль мэдэгдэхгүй байх үед тэдгээрийн дисперсийг харьцуулахдаа параметрийн бус шинжүүрийг ашиглана. Параметрийн бус шинжүүр нь сонгосон хоёр түүврийн нэгэн төрлийн болохыг, өөрөөр хэлбэл тэдгээрийг хооронд нь нэгтгэх боломжийг шалгахад хэрэглэгддэг.

Колмогоров – Смирновын болон Пирсоны χ^2 – квадрат шинжүүрүүдийн тооцооллын нарийвчлал өндөр бөгөөд хоёр хэсэг хэмжилтийн зөвхөн дундаж төдийгүй дисперси нь ялгаатай үед ч тэдгээрийг хооронд нийлүүлж болохыг шалгахад ашиглагддаг. Пирсоны χ^2 – квадрат шалгуурыг туршилтын өгөгдлийн тархалтын хэлбэрийг тодорхойлох хэсэгт үзсэн болно.

Медианы шинжүүр. Энэ шинжүүр нь хоёр дээжний үзүүлэлтүүдийг дундажаар нь харьцуулахад хэрэглэгддэг бөгөөд тэдгээрийг урьдчилан эрэмблэж боловсруулахад үндэслэгддэг. Уг шинжүүрийг хэрэглэхэд судлаач дараах үйлдлүүдийг гүйцэтгэнэ.

1. Сонгосон дээжүүдийн m_1 ба m_2 тооны хэмжилттэй Y_{1n} ба Y_2 өгөгдлүүдийг өсөх дараалаар нь нэг эгнээнд байрлуулна.
2. Нийт $m = m_1 + m_2$ хэмжилттэй үзүүлэлтүүдийн медиан $M_e\{Y\}$-ийг олно. үүний тулд дараах дүрмийг баримтална.

a) Хэрэв хэмжилтийн тоо $m = 2R+1 \quad (R = 0,1,2...)$ буюу сондгой тоотой бол медиан $M_e\{Y\}$ нь $r\{Y_v\} = \dfrac{m+1}{2} - m$ байгаа үзүүлэлтийн утгатай тэнцүү, өөрөөр хэлбэл $M_e\{Y\} = Y_v$;

b) Хэрэв хэмжилтийн тоо нь $m = 2R \quad (R = 0,1,2...)$ буюу тэгш тоотой бол медиан нь $r\{Y_r\} = \dfrac{1}{2}(Y_v + Y_{v+1})$ болно. Энд:

Y_v, Y_{v+1} нь $r\{Y_v\} = \dfrac{m}{2}$ буюу $r\{Y_{v+1}\} = \dfrac{m}{2}+1$ дугаарт харгалзах үзүүлэлтийн утгууд болно.

3. Дараахь матрицыг үүсгэнэ.

$$\begin{vmatrix} m_{1u} & m_{2u} \\ m_{1\delta} & m_{2\delta} \end{vmatrix}$$

Энд: m_{1u} m_{1u} - нэгдүгээр хэсгийн хэмжилтэн дэхь медиан $M_e\{Y\}$-ээс бага m_u ба m_u их үзүүлэлттэй хэмжилтийн тоо

m_{1u} m_{2u} - хоёрдугаархи хэсгийн хэмжилтэн дээрх медианы үзүүлэлтүүдээс их ба бага утгуудын тоо болно.

$$m_{1u} + m_{1\delta} = m_1$$
$$m_{1u} + m_{2\delta} = m_2$$

4. Дараа нь χ_R^2 шинжүүрийн тооцооны утгыг тодорхойлно. Хэрэв нийт хэмжилтийн тоо $m \geq 40$, хэмжилтийн $m_{1u}, m_{1\delta}$; $m_{1u}, m_{2\delta}$ -ийн утга 5-аас багагүй өөрөөр хэлбэл $\min\{m_{1u}; m_{1\delta}; m_{2u}; m_{2\delta}\} \geq 5$ бол шалгуурын тоон утга

$$\chi_m^2 = \frac{m\left(\left|m_{1\delta} \cdot m_{2I} - m_{2\delta} \cdot m_{1Y}\right| - \frac{m}{2}\right)^2}{(m_{1\delta} + m_{2\delta}) \cdot (m_{1Y} + m_{2Y}) m_1 m_2} \qquad (3.52^*)$$

томъёогоор тодорхойлно.

5. Шалгуурын χ_T^2 тооцооны утгыг хүснэгтийн $\chi_X [\mathrm{P}, f = 1]$ утгатай харьцуулна. Хэрэв

$\chi_T^2 > \chi_x^2 \quad [\mathrm{P}_Д = 0.95,\ f = 1]$ бол анхдагч таамаглалыг хэрэгсэхгүй, өөрөөр хэлбэл хэмжилтийн дундажийн утгуудын хооронд ялгаа их байна гэж үзнэ.

Жишээ нь. Самнах машин дээр үйлдвэрлэсэн хоёр хувин дахь туузны үзүүлэлтүүд хоорондоо тэнцүү гэсэн анхдагч H_0 таамаглалыг дэвшүүлье. Өөрөөр хэлбэл хоёр хэсэг хэмжилтийн өгөгдлүүд хоорондоо ялгаатай эсэхийг медианы шинжүүрээр шалгая.

Үүний тулд хувин бүрээс 3см-ийн урттай 20 хэрчим туузны жинг тус бүрд нь хэмжинэ. (3.17-р хүснэгт)

3.17-р хүснэгт

$Y_{1и}$	89	94	97	90	97	92.5	102.5	92.5	95	92
$Y_{2и}$	96	105	102.5	100.5	95	108	102	97.5	92.5	102
$Y_{1и}$	100	94	108	96	96	104.5	96	91	94.5	106
$Y_{2и}$	104	97.5	111.5	100	92.5	104.5	101.5	103	98	91

1. Хоёр хэмжилтийн өгөгдлүүдийг нэгтгэн өсөх эрэмбээр байрлуулна 3.18-р хүснэгт

2. Медианыг тодорхойлоно. Бидний хэмжилтийн тоо $m = 40$

учир $r\{Y_\upsilon\} = \frac{40}{2} = 20$, $r\{Y_{\upsilon+1}\} = 20 + 1 = 21$, тэдгээрийн

харгалзах үзүүлэлтүүдийн утга $Y_\upsilon = 97$, $Y_{\upsilon+1} = 97.5$ ба медиан

нь $Me\{Y\} = \frac{1}{2}(97 + 97.5) = 97.25$ болно.

3. Матриц дахь элементүүдийг 3.18-р хүснэгтийг ашиглан тодорхойлно $m_{1и} = 5; \quad m_{1б} = 15; \quad m_{2и} = 15; \quad m_{2б} = 5$

Хүснэгтэнд медианаас бага утгуудыг авсан болно.

4. Шинжүүрийн тооцооны утгыг (3.53*) томъёог ашиглан тодорхойлно

$$\chi_T^2 = \frac{40\left(|5\cdot5-15\cdot15|-\dfrac{40}{2}\right)^2}{(5+15)(15+5)\cdot20\cdot20} = 8.1 \qquad (3.53)$$

5. Шинжүүрийн хүснэгтийн утгыг 4-р хавсралтаас авна. $\chi_T^2[0.05; \quad f=1] = 3.84$ Эндээс $\chi_T^2 > \chi_X^2$ учир хэмжилтийн өгөгдлүүд болон тэдгээрийн дундажуудын хооронд ялгаа их учир анхдагч таамаглалыг хэрэгсэхгүй.

3.18-р хүснэгт

$Y_{1и}$	89	90	91	-	92	92.5	92.5	-	-	94
$Y_{2и}$	-	-	-	91	-	-	-	92.5	92.5	-
$r\{Y_{1и}\}$	1	2	3	-	5	6	7	-	-	10
$r\{Y_{2и}\}$	-	-	-	4	-	-	-	8	9	-

$Y_{1и}$	94	94.5	95	-	96	96	96	-	97	97
$Y_{2и}$	-	-	-	95	-	-	-	96	-	-
$r\{Y_{1и}\}$	11	12	13	-	15	16	17	-	19	20
$r\{Y_{2и}\}$	-	-	-	14	-	-	-	18	-	

Дөрөвдүгээр бүлэг
ТЕХНОЛОГИ АЖИЛЛАГААНЫ МАТЕМАТИК БИЧЛЭГ, МАТЕМАТИК ЗАГВАРЫН ТУХАЙ

4.1. Ерөнхий ойлголт

Аль ч үйлдвэрийн ихэнх технологи ажиллагаа нь харилцан холбоотой олон хүчин зүйлээр тодорхойлогддог нарийн технологид хамаардаг. Мөн санамсаргүй өөрчлөгддөг олон хүчин зүйлийн улмаас шинж чанар нь үргэлж өөрчлөгдөж байдаг. Үүнтэй уялдан технологи ажиллагааг судлах ажил нь:

а/ тухайн технологи ажиллагааны мөн чанарыг нээн илрүүлэх

б/ бүтээгдэхүүний чанар, тоног төхөөрөмжийн бүтээмжийг дээшлүүлэх зорилгоор технологийн оновчтой горим тогтоох:

в/ уг ажиллагааны статик, динамик шинж чанарыг тодорхойлох чиглэлээр явагддаг.

Судалгааны ажлын эцсийн үр дүнг хүснэгт, график, тэгшитгэлийн хэлбэрээр илэрхийлнэ. Энэ нь технологи ажиллагааны **математик бичлэг** болно.

Орчин үед технологи ажиллагааг оновчлох, автомажуулах явдал өргөн цар хүрээтэй болсонтой уялдан технологи ажиллагааны явцыг математикчлах асуудалд онцгой анхаарах боллоо.

Технологи ажиллагааг математикчлах гэдэг нь тухайн ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн үзүүлэлт, үйлдвэрлэх бүтээгдэхүүн, уг ажиллагааны техник эдийн засгийн үзүүлэлтүүдийн хоорондын хамаарлыг илэрхийлсэн математик илэрхийлэл гаргаж авахад оршино. Энэ илэрхийллийг **математик загвар** гэнэ. Ер нь аливаа юмны загвар гэдэг нь түүнтэй адил төстэй, түүний шинж чанар, байр байдлыг илэрхийлсэн зүйлийг хэлдэг. Ямар нэгэн шинэ байшин барилга барих, машин техник зохион бүтээхэд эхлээд түүнтэй ижилхэн жижиг загвар бүтээдэг. Энэ загвар бүх шинжээрээ тэр байшин, машиныг төсөөлөхөөр байх ёстой. Ийм учир бидний судлах технологи ажиллагааны математик загвар нь уг ажиллагааны ямар нэгэн илэрхийлэл байх ёстой. Өөрөөр хэлбэл технологи ажиллагаанд ямар хүчин зүйлүүд хэрхэн нөлөөлөхийг бүрэн тусгасан байвал зохино.

Математик загварын ерөнхий хэлбэрийн математик бичлэг

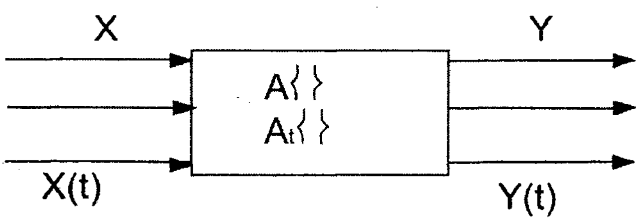
$$Y = A\{X\} \qquad (4.1)$$

хэлбэртэй байна.

Энд: Y - тухайн ажиллагаанаас гарах үзүүлэлт. Энэ нь бүтээгдэхүүний физик, механик, химийн шинж чанар, уг ажиллагааны техник эдийн засгийн үзүүлэлтүүд. Энэ үзүүлэлтүүдийг гарах үзүүлэлт, параметр, зорилгын функц, оновчлолын параметр гэж янз янзаар нэрлэдэг.

X - тухайн ажиллагаанд орлцох хүчин зүйл буюу өгөгдөл. Энэ нь түүхийн эдийн шинж чанар, уг ажиллагаанд нөлөөлөх технологийн бүх хүчин зүйлүүд болно. Энэ үзүүлэлтийг гол төлөв аргумент (хувьсагч) байгаа буюу нөлөөлөх хүчин зүйл (фактор) буюу гадны хүчин зүйл гэж нэрлэдэг.

А - орж байгаа хүчин зүйл X_i гарч буй хүчин Y_i -д шилжих математик үйлдлийг өөрөөр хэлбэл математик загварыг тодорхойлсон томъёо (оператор) юм. Судалж байгаа зүйл (технологи ажиллагаа)-ийн математик загварыг дараах бүдүүвч (блок-схем)хэлбэрээр дүрсэлнэ.(4.1-р зураг)



4.1-р зураг. Судлахууны ерөнхийлсөн загвар

Зурагт тэгш өнцөгтөөр уг судлах зүйл (объект)-ийг $X_1 .....X_l$ сумаар түүнд нөлөөлөх үйлчлэл буюу орж байгаа хүчин зүйлүүдийг, $Y_1 ....Y_l$ сумаар уг ажиллагаанаас гарч байгаа үзүүлэлт (параметр)-ийг тэмдэглэв.

Тэгш өнцөгт битүү дөрвөлжин (хар) хайрцаг дотор бүх ажиллагаа явагдах учир математик загварыг тодорхойлох операторын хэлбэрээр бичдэг. Судлаж байгаа технологи ажиллагааны математик загварыг гаргаж авснаар үйлдвэрлэн гаргах бүтээгдэхүүний шинж чанарыг урьдчилан тогтоон төсөөлж түүнд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн нөлөөллийн зэргийг үнэлж улмаар технологийн оновчтой хувилбар /горим/-ыг боловсруулдаг. Судлаач математик загварыг нь зохиогоогүй технологи ажиллагааг зөвхөн барагцаалсан баримтлалаар явуулвал энэ нь бүтээгдэхүүний чанарт муугаар нөлөөлдөг.Аль ч үйлдвэрийн олон төрлийн технологи ажиллагаанд түүний явцыг тодорхойлох чанарын хамаарлууд байдаг боловч практикт хэдхэн хамаарлын математик загвараар дүрслэдэг. Иймээс уг ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийг бүрэн тусгаагүй, оновчтой биш загварчлал гарч урьдчилан тогтоосон чанарын үзүүлэлт нь бодит байдалд гарган авч буй бүтээгдэхүүний чанараас зөрүүтэй болдог. Хэрэв тухайн судлаж буй зүйлд нөлөөлөх нэг буюу хэд хэдэн хүчин зүйлийг тодорхойлох хэмжээгээр өөрчлөхөд түүнээс гарах бүтээгдэхүүний шинж чанар, техник эдийн засгийн үзүүлэлтийн өөрчлөлтийг нилээд нарийвчлалттайгаар урьдчилан тусгаж чадсан байвал уг математик загварыг судлаж буй зүйлд төстэй загвар болжээ хэмээн үздэг.

4.2 Математик загварын төрөл

Математик загварыг дараах шинж чанаруудаас хамааруулан ангилна.

1. Технологи ажиллагааны үзүүлэлтүүдийн хамаарах хувьсагчийн тоогоор:

а. Хэрэв технологи ажиллагаа болон судлах зүйлд нөлөөлөх хүчин зүйл X, оператор A $\{\ \}$ нь ямар нэгэн хувьсагчаас хамаарахгүй байвал уг загварыг **статик загвар** гэнэ. Энэ загвар нь гол төлөв

$$Y = f(x_1..........x_n) \tag{4.2}$$

б. Хэрэв технологи ажиллагаа болон судлах зүйлд нөлөөлөх хүчин зүйл X, буюу оператор A $\{\ \}$ нь хувьсагчаас хамаарч байвал уг загварыг динамик загвар гэнэ. Хэрэв нөлөөлөх хүчин зүйл буюу оператор нь зөвхөн ганц хувьсагч (жишээ нь хугацаа X=X(t))-аас хамаарч байвал уг загварыг төвлөрсөн (тогтсон) параметртэй динамик загвар гэж нэрлээд

$$Y_t = A_t\{X_{(t)}\} \tag{4.3}$$

хэмээн бичнэ. Энэ загвар ихэвчлэн 2-р эрэмбийн дифференциал тэгшитгэлийн хэлбэрээр бичигддэг.

В. Хэрэв хамаарах хувьсагчийн тоо нэгээс их (жишээлбэл: хугацаа, орон зайн координатууд) бол загварыг тархсан параметртэй **математик загвар** гэнэ. Уг загвар

$$Y(\alpha,\beta,\gamma) = A_{t,\alpha,\beta,\gamma}\left\{X_{(t,\alpha,\beta,\gamma)}\right\} \qquad (4.4)$$

хэлбэрээр бичигдэнэ. Эдгээр загвар нь тухайн уламжлалт дифференциал тэгшитгэлийн хэлбэрээр бичигдэнэ.

Тэгшитгэл (4.4)-д орж байгаа хүчин зүйл буюу оператор нэгэн төрлийн шинж чанартай байдгийг дурьдах нь зүйтэй. Хэрэв хувьсагч α -ыг ямар нэгэн $\Delta\alpha$ хэмжээгээр өөрчлөхөд нөлөөлөх хүчин зүйл X буюу оператор А$\{\ \}$ өөрчлөгдөхгүй бол уг хүчин зүйл буюу операторыг "α" хувьсагчийн хувьд **нэгэн төрлийн** гэж нэрлэнэ. Өөрөөр хэлбэл

$$\begin{aligned} X(\alpha) &= X(\alpha+\Delta\alpha) \\ \mathrm{A}_{\alpha}\{\ \} &= \mathrm{A}_{\alpha+\Delta\alpha}\{\ \} \end{aligned} \qquad (4.5)$$

хэлбэртэй байна. Эдгээрийн нэгэн төрлийн байх хувьсагч нь хугацаа байх тохиолдолд уг хүчин зүйл буюу операторыг тогтвортой хүчин зүйл буюу эсвэл **тогтвортой оператор** гэж нэрлэнэ. Мөн оператор нь тогтвортой байгаа системийг **тогтонги систем** гэнэ. Операторын нэг төрлийн байх нөхцөл хангагдахгүй байгаа системийг тогтмол биш систем гэнэ.

2.Судлаж буй ажиллагааны мөн чанар (природа)-аас хамааруулан загварыг

а) магадлалт

б) тодорхой бус гэж ангилна.

Магадлалын загварт орж нөлөөлж байгаа хүчин зүйл буюу оператор, гарч байгаа үзүүлэлтүүдийн санамсаргүй хэмжигдэхүүн байх чанарыг тооцдог. Магадлалын загвар хоёр янз байдаг.

а/ Хэрэв тухайн ажиллагаанаас гарч байгаа үзүүлэлт санамсаргүй тоон утгатай, харин орж буй хүчин зүйл санамсаргүй биш хатуу тогтоогдсон утгатай байх математик загварыг **регрессийн загвар** гэнэ. Зарим тооцоогүй хүчин зүйлүүдийн нөлөөгөөр гарч байгаа үзүүлэлтүүд санамсаргүй утгатай байдаг. Регрессийн загварыг томъёолохдоо алгебрийн тэгшитгэлийг ашигладаг. Төрөл бүрийн машин дээр хийсэн туршилтын үр дүнг боловсруулсаны үндсэнд үйлдвэрлэсэн нэхмэлийн утасны таталтын тооцооны томъёо бол регрессийн загвар болдог.

Судлаж байгаа үйл ажиллагааны үзүүлэлтүүд болон түүнд нөлөөлөх хүчин зүйлүүд тодорхой тархалттай санамсаргүй хэмжигдэхүүн байгаад тэдгээрийн хоорондох харилцан хамаарлыг илэрхийлсэн математик **загварыг корреляцийн загвар** гэнэ.

Санамсаргүй хэмжигдэхүүний хамаарлыг тогтоохдоо тэдгээрийн хамаарлын зэргийг судлах асуудал гарч ирэх бөгөөд энэхүү загварыг байгуулахад санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн корреляцийн шинжилгээний аргыг хэрэглэнэ.

Ээрмэл ба даавуу, сүлжмэлийн бат бэхийн тооцооны томъёо нь туршилтаар олдсон санамсаргүй хэмжигдэхүүний харгалзсан утгуудыг боловсруулахад гарсан корреляцийн загвар болно.

б/ Тодорхой бус загварт нөлөөлөх хүчин зүйл ба операторын санамсаргүй утгатай хэмжигдэхүүн байх чанарыг тооцдоггүй. Харин гарах үзүүлэлт нь нөлөөлөх хүчин зүйл операторын нөлөөгөөр ганц утгатай байна. Ийм тохиолдолд уг ажиллагааг судлахад математик статистикийн аргыг хэрэглэдэггүй. Тодорхой бус загвар байгуулахад математикийн сонгодог аргууд болох дифференциал, интеграл, алгебрийн тэгшитгэлийн хэлбэрийг ашигладаг.

Загварын шугаман байх чанар . Хэрэв системийн оператор шугаман байвал математик загварыг **шугаман** гэж нэрлэнэ. Хэрэв А операторын хувьд

$$A\{X+\Delta X\}=A\{X\}+A\{\Delta X\} \qquad (4.6)$$

биелж байвал оператор А$\{\ \}$-г шугаман гэж нэрлэнэ.

Энд: ΔX-орж байгаа хүчин зүйлийн ямар нэгэн өөрчлөлтийн тэмдэглэгээ юм. Хэрэв энэ чанар, тэнцэтгэл биелэгдэхгүй бол загварыг **шугаман биш** загвар гэнэ.

4.3 Математик загвар гаргаж авах арга

Технологи ажиллагааны болон судлах зүйлийн математик бичлэг (загвар) гаргаж авах аргыг онолын ба туршилтын гэж ангилдаг.

Тухайн технологи ажиллагааг илэрхийлэх физикийн ерөнхий хууль эсвэл материалын ба эрчим хүчний балансын тэгшитгэл ашиглан түүний физик мөн чанарыг нягтлан судлахад онолын аргыг хэрэглэх нь нэлээд төвөгтэй байдаг. Энэ нь судлаж байгаа технологи ажиллагааны явц, нөлөөлөх хүчин зүйлийг бүрэн судалж чадахгүйд хүргэдэг. Гэхдээ шинэ технологийг зохиох эрэл хайгуулын судалгааны ажилд энэ аргыг зонхилон ашигласаар иржээ.

Технологи ажиллагааны юм уу өөрөөр хэлбэл судалж байгаа зүйлээ үйлдвэрийн ба лабораторийн тоног төхөөрөмж дээр турших түүний үр дүнг болвсруулахдаа туршилтын аргыг хэрэглэдэг.Тухайн ажиллагааны онолын загвар байхгүй үед түүний удирдлагыг боловсруулах мэдээллийг гарган авах зорилгоор уг аргыг өргөн хэрэглэдэг.

Нарийн технологи ажиллагааны математик загварыг гаргаж авахдаа онол, туршилтын аргыг хослох ба энэ тохиолдолд хамгийн сайн үр дүнд хүрнэ.Уг тохиолдолд судлах зүйл болон бүтээгдэхүүний бүтцийн шинж чанарыг шинжилж тэгшитгэл (загвар)-ийн ерөнхий хэлбэрийг гаргаж авахад онолын аргыг, харин тооцооны хэсэг буюу тэгшитгэлийн коэффициентүүдийн тоон утгыг тодорхойлох, онолын дүгнэлтийг шалгахад туршилтын аргыг тус тус хэрэглэнэ. Технологи ажиллагааны математик загварыг гаргаж авахад туршилтын үр дүн чухал үүрэг гүйцэтгэдэг.Туршилтыг явуулах, түүний үр дүнг боловсруулахад математик загвар статистикийн гол тулгуур болдог.

4.4 Математик загвар гаргаж авах туршилтын төрөл, түүнд бэлтгэх идэвхтэй туршилтын төлөвлөлт

Математик загвар гаргаж авах туршилтыг идэвхтэй (активный) идэвхгүй (пассивный) туршилт гэж дотор нь ангилна.Математик загварыг судалгаа буюу туршилтын дүнд гаргаж авна.Судалгаа гэдэг бол ямар нэгэн юмс үзэгдэл эсвэл технологи ажиллагааг ажиглаж судлах үйл ажиллагаа юм. Судалгааны үед технологи ажиллагааны үзүүлэлтийн мэдээллийг түүнд ямар нэгэн зохиомол үйлчлэл үзүүлэхгүй ердийн ажиллагааг **идэвхгүй туршилт**, эсрэг тохиолдолд **идэвхтэй туршилт** гэж нэрлэдэг.

Идэвхгүй туршилтын өгөгдөлд тоног төхөөрөмжийн ашиглалтын болон технологийн дамжлагын бүтээгдэхүүний ердийн хяналтын бүртгэлийн үзүүлэлтүүд орно. Эдгээр үзүүлэлтүүдийг бүртгэх үед ямар нэгэн алдаа гарч болзошгүй учир маш хянуур гүйцэтгэх нь чухал. Орчин үед өгөгдлийн статистик боловсруулалтад идэвхгүй туршилтын аргыг өргөн хэрэглэж байна. Энэ нь технологи ажиллагааны болон судлах зүйлийн өгөгдлүүд олон янз ч гэсэн харьцангуй хялбар бодолттой, судалгааны хичнээн өгөгдөл байсан ч тэдгээрт боловсруулалт хийхэд тооцоолох боломжийг нэмэгдүүлдэгт оршино.

Идэвхгүй туршилтын аргаар гаргаж авсан математик загвар өндөр нарийвчлалтай байж чадахгүй, зарим тохиолдолд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн утгыг нэлээд хэлбэлзэлтэйгээр авахад уг үйл ажиллагааны адил байж чадахгүй, зарим тохиолдолд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн утгыг нэлээд хэлбэлзэлтэйгээр авахад уг үйл ажиллагааны адил байж чаддаггүй.

Идэвхтэй туршилтын үед технологи ажиллагааны болон бүтээгдэхүүний шинж чанарын үзүүлэлтийн тухай мэдээлэл, түүнд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийг тодорхой зүй тогтол (матриц)-оор аарчлөх замаар гаргаж авдаг.Иймээс идэвхтэй туршилтын арга нь идэвхгүй туршилтын аргаас нэлээд давуу талтай.Гэхдээ тухайн ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийг хамаагүй өөрчилж болохгүй. Ялангуяа үйлдвэрт ажиллаж байгаа тоног төхөөрөмжийн технологийн үзүүлэлтүүдийг их хэмжээгээр өөрчилснөөс түүхий эд, бүтээгдэхүүний чанар өөрчлөгдөх, технологийн хэвийн ажиллагаа алдагдахад хүрдэг.

Идэвхтэй туршилтыг явуулах хамгийн зохимжтой нөхцөл бол технологийн үзүүлэлтүүдийг их хэмжээгээр өөрчилж судалгаа явуулж болох лабораторийн нөхцөл байдаг.

Гаргаж авсан математик загвар нь зөвхөн туршилтын үед хүчин зүйлүүдийн өөрчилсөн утгын хувьд хүчин төгөлдөр байдаг нь энэ хоёр аргын нийтлэг дутагдал юм.

Статистик загвар гаргаж авахад математик статистикийн дараах аргыг ашигладаг.

а/ Идэвхгүй туршилтанд регресс, корряцийн шинжилгээ

б/ Идэвхтэй туршилтанд сонгодог буюу нэг хүчин зүйлт туршилт, олон хүчин зүйлт ортогональ, ротатабель, симплекс төлөвлөлт туршилтын арга хамааргдана.

Динамик загварыг гаргаж авахдаа математик статистикийн дараах аргыг ашигладаг.

a) Идэвхгүй туршилтанд корреляций, спектраль динамик, регрессийн шинжилгээний аргыг,

b) Идэвхтэй туршилтанд судалж байгаа технологийн ажиллагааны шинж чанар, судалгааны зорилт нөхцлийг харгалзан үзнэ.

Олон хүчин зүйлт математик загварыг гаргаж авахад их хэмжээний тооцооны ажил шаардлагатай тул тооцоолох техник дээр гүйцэтгэнэ.

Туршилтын төлөвлөлт гэдэг нь ямар нэгэн оновчтой шинж чанар бүхий өмнө нь боловсрогдсон бүдүүвчийн дагуу төлөвлөгөөтэйгээр туршилт тавихыг хэлнэ. Урьд өмнө туршилтын үр дүнг боловсруулахдаа математик статистикийн аргыг хэрэглэж, түүний стратегийн сонголт нь бүхэлдээ тодорхой томъёололгүй, судлаачийн үзэмжээр хийгдэж байв.

Орчин үед судалгаанд туршилтын төлөвлөлтийн математик-статистикийн аргыг өргөн хэрэглэх боллоо. Энэ аргын үед судалгаанд математик аппарат гол үүрэг гүйцэтгэж, туршилтын төлөвлөлт, бүдүүвч үр дүнг шинжлэх болон бололсруулах дараалдыг судлаачдад бараг албадан хүлээлгэдэг гэж үзэж болно. Учир нь энэ нэгэнт тогтсон арга болжээ. Гэхдээ туршилтын математик төлөвлөлтйин аргын үед судлаачдын мэдлэг, туршлага гол үүрэггүй гэж үзэж байгаа хэрэг биш. Судалгааны зорилгыг оновчтой биш тавих, эсвэл сонгож авсан нөхцөл нь итгэлтэй биш бол хуурамч үр дүнд хүргэж болно. Туршилтыг төлөвлөхдөө туршилтын матрицыг ашиглана.

Туршилтын төлөвлөлтийн матриц гэдэг нь туршилтын янз бүрийн дараалалд хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх утгыг заасан тоон хүснэгт юм. Туршилтын тоо нь судалгааны зорилго, туршилтын төлөвлөлтийн аргаар тодорхойлогдоно. Идэвхтэй туршилтын төлөвлөлт хоёр төрөлд хуваагдана. Үүнд:

а. Нэг хүчин зүйл (фактор)-т уламжлалт төлөвлөлт

б. Олон хүчин зүйл төлөвлөлт

Нэг хүчин зүйлт төлөвлөлтийн үед туршилтанд орж байгаа хүчин зүйлээс гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх нөлөөллийг судлахдаа тогтмол нэг хүчин зүйлийн утгыг туршилт бүхэнд өөрчилж бусдыг нь өөрчлөхгүй үлдээдэг.

Уламжлалт туршилтын мөн чанарыг хоёр хүчин зүйлт туршилтын жишээн дээр авч үзье

Гарах үзүүлэлт Y нь X_1 X_2 гэсэн хоёр хүчин зүйлээс хамаарах хамаарлыг $Y = f(X_1, X_2)$ гэж бичнэ. Хоёр хүчин зүйлт идэвхтэй туршилтын уламжлалт төлөвлөлтийн матрицыг 4.1-р хүснэгтэд үзүүлсэн хэлбэрээр зохино.

4.1-р хүснэгт

Хоёр хүчин зүйлт уламжлалт төлөвлөлтийн матриц

X_2 хүчин зүйлийн утга	X_1 хүчин зүйлийн утга				
	$X_1^{(1)}$	$X_1^{(2)}$	$X_1^{(3)}$	$X_1^{(4)}$	$X_1^{(5)}$
$X_2^{(1)}$	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	Y_{41}	Y_{51}
$X_2^{(2)}$	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	Y_{42}	Y_{52}
$X_2^{(3)}$	Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}	Y_{43}	Y_{53}
$X_2^{(4)}$	Y_{14}	Y_{24}	Y_{34}	Y_{44}	Y_{54}
$X_2^{(5)}$	Y_{15}	Y_{25}	Y_{35}	Y_{45}	Y_{55}

Энд хүчин зүйлүүдийн авч болох утгуудыг $X_1^{(p)}$, $X_2^{(q)}$ гэж тэмдэглэв. p, q нь X_1, X_2 хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх дугаар. X_1 хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх дугаар. X_1 хүчин зүйлийн P, X_2 хүчин зүйлийн "q" дугаарын үеийн үзүүлэлтийн утга Y_{pq} болно. Энэ туршилтанд хоёр хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх утгын тоог R = 5 гэж авлаа. Уламжлалт төлөвлөлтийн үед хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх утга $R \geq 5$ байдаг.

Матрицаас харахад хүчин зүйлүүдийнн янз бүрийн хослолын тоо 25 байна. Уламжлалт төлөвлөлтийн туршилтын тоог

$$N = R^N \quad (4.7)$$

томъёогоор олдог. Энд n хүчин зүйлийн тоо. Бидний авч үзэж буй жишээнд туршилтын тоо N = 5^2 =25 болно. Хэрэв туршилт бүрийг хоёр давталттай хийсэн гэж үзвэл туршилтын тоо 50 болно. Туршилтын давтан хийсэн тохиолдолд 4.1 – р хүснэгтэд туршилтаас гарсан үзүүлэлтүүдийн дундаж утгыг Y_{pq} – д тавина. Туршилтын өгөгдлүүдийг боловсруулсны үр дүнд дараах хамаарлыг тогтооно. Үүнд:

Эхний хэсэг туршилтанд

$Y_1 = f_1(X_1) = F(X_1 a_1 b_1 c_1)$ энэ үед $X_2 = X_2^{(1)}$

хоёр дахь хэсэг туршилтанд

$Y_2 = f_2(X_2) = F(X_2 a_2 b_2 c_2)$ энэ үед $X_2 = X_2^{(R)}$

R – дэх хэсэг туршилтанд

$Y_R = f_R(X_1) = F(X_1 a_R b_R c_R)$ энэ үед $X_2 = X_2^{(R)}$

Энд a, b, c- нь "R" тэгшитгэл дэх регрессийн коэффициентүүд бөгөөд туршилтын өгөгдлөөр тодорхойлогдоно. Бидний тодорхойлох функц дараах хэлбэрээр бичигддэг.

$$Y = F(X_1, a, b, c)$$

Туршилтын хэсэг бүрд a, b, c коэффициентүүдийн утгыг тодорхойлоод тэдгээрийн утга нь X_2 хүчин зүйлийн утгын өөрчлөлтөөс хэрхэн хамаарах хамаарлыг олдог.

$$a = \varphi(X_2); b = \psi(X_2); c = \omega(X_2)$$

Эдгээр функцийг ашиглах хоёр хүчин зүйлт үйл ажиллагааны математик загвар нь

$$Y = F(X_1 \varphi(X_2), \psi(X_2), \omega(X_2))$$

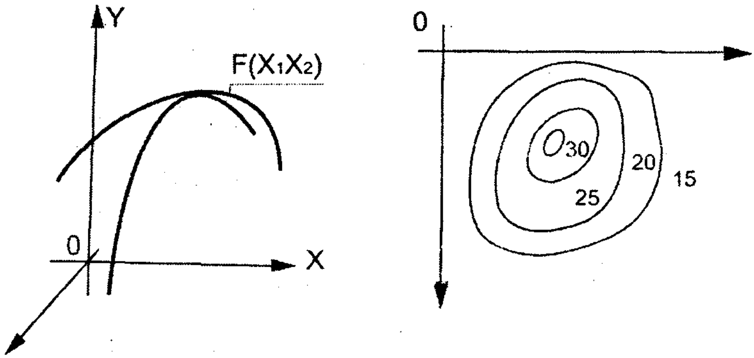
хэлбэртэй бичигдэнэ.

Тэнхлэгүүдийнх нь дагуу өөрчлөгдөх хүчин зүйлүүдийн утгыг авсан орон зайг ***хүчин зүйлийн орон зай*** гэнэ. Туршилтаар гарсан үзүүлэлтүүдийн утгын цэгүүдээр байгуулсан гадаргыг 4.2-р зураг дээр үзүүлэн үзүүлсэн функци $Y = F(X_1, X_2)$ -ийг ***тусгалын функц*** гэнэ.

Хэрэв тусгалын гадаргыг $X_1 O X_2$ хавтгайд паралель Y_0 $2Y_0$,

$ЗY_0$ зайд орших хавтгайгаар огтолбол тусгалын функцийн ижил түвшинг тодорхойлох огтлол гарах бөгөөд түүнийг ижил түвшингийн муруй буюу дүрсийн муруй гэж нэрлэдэг. (4.2-р зураг)

Туршилтын уламжлалт төлөвлөлтийн үед гаргаж авсан математик загвар нь хүчин зүйлүүдийн өөрчлөлтийн ихээхэн хэлбэлзэлтэй утганд бичигдэх учир тусгалын функцийн экстремаль утганд нийцэх түүний утгыг тодорхойлохдоо сонгомол шинжилгээний түгээмэл аргуудыг хэрэглэнэ.



а) б)

4.2 –р зураг
Тусгалын гадарга "а" ба түүний ижил түвшингийн муруй "б"

Туршилтыг уламжлалт төлөвлөлтөөр явуулж үр дүнг өндөр нарийвчлалтайгаар гаргаж авахдаа олон тооны туршилт явуулах шаардлагатай. Үүний тулд их хэмжээний хугацаа, материал, түүхий эд, хөдөлмөр зарцуулна. Энэ аргын өөр нэг дутагдалтай тал нь хүчин зүйлүүдийн харилцан үйлчлэлийг тодорхойлох боломжгүй, мөн математик загварын регрессийн коэффициентын үнэлгээнд туршилын өчүүхэн хэсэг оролцдог зэрэг болно.

Бүх хүчин зүйл нь нэгэн зэрэг өөрчлөгдөх төлөвлөлтийг туршилтын ***олон хүчин зүйлт төлөвлөлт*** гэнэ. Ийм төлөвлөлтийн үед цөөн тооны туршилт түүний өндөр нарийвчлалыг хангадаг. Олон хүчин зүйлт төлөвлөлттэй (цаашид ОХТгэж товчлон бичнэ) туршилтанд үндэслэн гаргаж авсан математик загварын регрессийн коэффициент бүр нь N туршилтын үр дүнгээр тодорхойлогдох учир түүний дисперси туршилтын алдааны дисперсээс N дахин бага байна.

Хэрэв математик загвар нь $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_n X_n$ шугаман илэрхийлэл хэлбэртэй бол түүний регрессийн коэффициентүүдийг тодорхойлохоор N=n+1 туршилт явуулна. Энэ тохиолдолд хүчин зүйлүүдийн тоо ихсэхэд регрессийн коэффициентүүдийн дисперси багасна.

Туршилтын уламжлалт төлөвлөлтийн үед регрессийн коэффициентүүдийн үнэлгээний нарийвчлал нь /n/ хүчин зүйлийн тооноос хамаарахгүй. Туршилтын олон хүчин зүйлт төлөвлөлтийн үед дарааллыг санамсаргүй сонгон авдаг.

Энэ нь туршилтанд авч үзээгүй үлдээсэн хүчин зүйлүүдийн нөлөөллийг хасах (түүхий эд болон орж буй хүчин зүйлүүдийн жигд бус, өөрчлөгдөх байдал, орчны чийглэг, температур, судлаачийн сэтгэл зүй г.м) эсвэл тэдгээрийг санамсаргүй хүчин зүйлүүд гэж үзэхэд хүргэдэг. Туршилтын дарааллыг тогтоохдо санамсаргүй тоон хүснэгт ашиглана.

Олон хүчин зүйлт төлөвлөлтийг дараах туршилтуудыг явуулахад ашиглана. Үүнд: Бүрэн хүчин зүйлт туршилт (БХТ), хагас хүчин зүйлт туршилт (ХХТ), санамсаргүй тэнцвэржилтийн туршилт (СТТ), экстремаль туршилт (ЭТ) болон дисперсийн шинжилгээ гэх мэт. Эдгээр туршилтуудын матриц болон туршилтын өгөгдөл үр дүнг боловсруулах арга нь тус бүрдээ өвөрмөц онцлогтой байдаг. Бид цаашид эдгээр аргын заримтай танилцана.

4.5 Судлаж буй ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйл, гарах үзүүлэлтүүд

Туршилтын төлөвлөлтийн аль ч аргын үед судлаач судлаж буй ажиллагаанаас гарах ба түүнд нөлөөлөх (орж буй) үзүүлэлтүүдийг үнэн зөв тогтоох хэрэгтэй.

Гарч буй үзүүлэлт гэдэг нь судлаж буй уг объект болон ажиллагааг, эсвэл гарган авч (үйлдвэрлэж) буй бүтээгдэхүүнйи шинж чанарыг тодорхойлох үзүүлэлтүүд юм. Тэдгээрийг техник - технологийн, техник - эдийн засгийн, эдийн засаг - статистикийн үзүүлэлтүүд хэмээн хувааж судална.

Техник технологийн үзүүлэлтүүдэд бүтээгдэхүүний физик, механик шинж чанар, мөн гарц болон бусад үзүүлэлтүүд.

Техник эдийн засгийн үзүүлэлтүүдэд тоног төхөөрөмжийн бүтээмжийн ашигтай хугацааны коэффициент, объектын тогтвортой байдал (утасны тасралт бага байх) г.м үзүүлэлтүүд.

Эдийн засгийн үзүүлэлтэд хөдөлмөрийн ба машины бүтээмж, бүтээгдэхүүний өөрийн өртөг, ашиг, ашигт ажиллгааны түвшин, туршилтын зардал зэрэг үзүүлэлтүүд, статистик үзүүлэлтүүдэд дисперси, вариацийн коэффициент тус тус хамрагдана. Гарч буй үзүүлэлт нь энгийн амархан тодорхойлогддог, тодорхой нэгжтэй утга байх ёстой.

Нэхмэл, хөнгөн үйлдвэрийн ямар объект, технологи ажиллагаа нь олон үзүүлэлтээр (ээрэх машин дээр үйлвэрлэсэн ээрмэл нь шугаман нягт, эрч, даац, суналт, агшилт болон бусад үзүүлэлтээр чанар нь тодорхойлогдоно) тодорхойлогддог. Гэхдээ технологи ажиллагааны оновчтой хувилбарыг тогтоохдоо түүнд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн өөрчлөлтөнд мэдрэмжтэй, хамгийн түгээмэл, уг ажиллагааг ямар нэг хэмжээгээр бүрэн тодорхойлох ганц үзүүлэлтийг сонгож авдаг. Харин бусад үзүүлэлтүүд нь хязгаарлах нөхцөл болдог.

Оновчлолын гол үзүүлэлтэд бусад үзүүлэлтүүдтэй функциональ холбоотой, хамгийн ерөнхий үзүүлэлтийг авч болно. Ямар нэг технологи ажиллагааг бүрэн гүйцэд тодорхойлох нэг буюу хэд хэдэн үзүүлэлтийг ялган сонгох, цаашилбал тухайн ажиллагааны онцлогийг дээд зэргээр тусгасан хамгийн гол хүчтэй үзүүлэлтийг сонгохдоо графийн онолыг ашигладаг.

Орж буй үзүүлэлт буюу хүчин зүйл гэдэг нь объектод нөлөөлөх гадны хүчний үйлчлэх аргад зохицсон хувьсах хэмжигдэхүүнүүдийг хэлдэг. Хүчин зүйл буюу орж буй үзүүлэлтэд уг объект болон ажиллагааны, тэрчлэн боловсруулж буй түүхий эд, бүтээгдэхүүний шинж чанарын үзүүлэлтүүд хамаарна. Эдгээр хүчин зүйлүүдийг тоон ба чанарын гэж хоёр ангилна.

Тоон үзүүлэлтэд хэмжиж , жигнэж болох хүчин зүйлүүд, харин чанарын үзүүлэлтэд үйлдвэрлэлийн янз бүрийн технологи ажиллагааны түвшин өөр өөр төрлийн түүхий эд чанар, тоног төхөөрөмжийн хүчин чадал гэх мэт хүчин зүйлүүд тус тус хамрагдана.

Туршилтын төлөвлөлтийн үед тухайн ажиллагаанд голлож нөлөөлөх бүх хүчин зүйлийг авч үзэх, оролцуулах хэрэгтэй. Хэрэв авч үзээгүй хүчин зүйлүүд нь санамсаргүй утгатай ба хяналтын гадуур өөрчлөгдөж байвал туршилтын алдааг ихэсгэнэ. Сонгон авч буй хүчин зүйлүүд нь удирдагддаг байх ёстой. Өөрөөр хэлбэл түүний утгыг өөрчилж тогтмол нэг утганд байлгах эсвэл өгөгдсөн программаар өөрчилж болдог байх ёстой.

Туршилтын төлөвлөлтийг зөвхөн хүчин зүйлүүдийн утгын өөрчлөлтийн боломжийн нөхцөлд явуулж болно. Үүнээс гадна хүчин зүйл ганц утгатай түүний хэмжилтйин нарийвчлал нь өндөр байх явдал чухал.

Олон хүчин зүйлт туршилтын үед хүчин зүйлүүдийн утга хоорондоо хамааралгүй байх ёстой. Өөрөөр хэлбэл ямар ч хүчин зүйлүүдийн утгыг бусад хүчин зүйлийн утгаас хамааралгүйгээр өөрчилж болно гэсэн үг. Мөн эдгээр хүчин зүйлүүдийн утгын бүх хослолыг гарган авч болохуйцаар хоорондоо зохицсон байх ёстой. Түүнийг хүчин зүйлүүдийн **зохицож нийцэх чанар** гэнэ. Хамааралгүй ба нийцтэй байх нь хүчин зүйлүүдэд тавигдах чухал шаардлага юм.

4.6 Хүчин зүйлүүдийн үндсэн түвшингийн утга ба тэдгээрийн өөрчлөгдөх хүрээ

Туршилт явуулах үед уг ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн өөрчлөлтийн утга нь техник эдийн засгийн нөхцөл, боломжоор тодорхой хэмжээгээр хязгаарлагдсан байдаг. Тухайлбал: Туузлах машины сунгах төхөөрөмжийн зэрэгцсэн голууд болон самнах машины ажлын эд ангиудын хоорондох зайг хэт ойртуулах, эсвэл хэт холдуулснаар сунгах ба самнах ажиллагааны горимыг алдагдуулна. Ийм учраас хүчин зүйлүүдийн үндсэн утга, түүний өөрчлөгдөх хүрээ хэмжээг тогтоох явдал нь туршилтын төлөвлөлтийн гол үе шат юм.

Хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх мужийн $\left(X_{i_{min}} \leq X \leq X_{i_{max}}\right)$ хэмжээг сонгох сонголт нь тухайн ажиллагааг урьд өмнө судалсан ажлын үр дүн болон түүний физик мөн чанарын үндсэнд хэрэгжинэ.

Урьд өмнө явуулсан нэг хүчин зүйлт уламжлалт туршилтын үр дүн гарган авсан график, хүснэгтийг ашиглан судлаач / Y=f(X)/ функцийн шинж чанар болон түүний экстермаль утгыг тодорхойлдог. Дараа нь үүнийхээ үндсэнд тэрээр тусгалын гадаргын барагцаалсан $F=(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ шинж чанарыг тогтоодог. Хүчин зүйлүүдийг боломжтой өөрчлөлтийн мужийг тогтоосныхоо дараа судлаач олон хүчин зүйлт туршилтын төлөвлөлтөөр энэ мужийн орчны хамаарагдах хэсгийг тодорхойлох ажиллагаанд шилжинэ.

Хүчин зүйлт орон зай дахь энэ хэсэг нь тэдгээрийн үндсэн түвшингийн X_{01} болон өөрчлөгдөх хүрээний I_i утгаар тодорхойлогдоно.

Хүчин зүйлүүдийн үндсэн түвшингийн утга нь тэдгээрийн өөрчлөлтийн сонгон авсан мужид түүний хилээс ямар нэгэн хэмжээнд дотогш оршино.

Өөрөөр хэлбэл:

$$(X_{i\min} + \alpha_i \cdot I_i \le X_{oi} \le X_{i\max} - \alpha_i I_i) \qquad (4.8)$$

нөхцөл биелэх ёстой

Энд: $\alpha_1 \ge 1$ – хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн хүрээний хязгаарыг тодорхойлох коэффициент болно.

Хэрэв судлаачдад өмнө нь хийгдсэн туршилтын ямар нэг үр дүн байвал гарч буй үзүүлэлт хамгийн ашигтэй байх хүчин зүйлийн утгыг түүний үндсэн түвшингийн утга болгон авна. Хэрэв ийм баримт байхгүй үед хүчин зүйлийн үндсэн түвшингийн утгыг баримжаагаар сонгож авдаг.

Хүчин зүйлийн үндсэн түвшингийн утгыг сонгож авсны дараа түүний өөрчлөлтийн хүрээний утга I_i –ыг сонгон ажиллагаанд шилждэг.

<u>Хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн хүрээ</u> гэж зарим нэг нэр бүхийн тоог хэлнэ. Энэ тоог хүчин зүйлийн үндсэн түвшингийн утга дээр нэмбэл түүний дээд утга, харин хасвал доод утга нь гарна. Өөрөөр хэлбэл:

$$X_{\partial эi} = X_{oi} + I_i \qquad (4.9)$$

$$X_{\partial o.i} = X_{oi} - I_i \qquad (4.10)$$

Энд: $X_{\partial эi}$, $X_{\partial oi}$ – хүчин зүйлүүдийн дээд ба доод түвшингийн утга болно. Туршилтанд авч үзэж буй хүчин зүйл нь өөрчлөлтийн хоёр $X_{\partial эi}$, $X_{\partial oij}$ утгатай байгаа нөхцөлд хүчин зүйлт орон зайн судалж буй орчны хамаарагдах хэсгийн хилийг

" I " хүчин зүйлийн дээд ба доод түвшингийн утгууд тодорхойлдог.

Хэрэв хүчин зүйлүүд нь гурван утгаар $X_{дэi}$, $X_{дoi}$, X_{oi} өөрчлөгдөж байвал түүний үндсэн түвшингийн утга X_{uj} – д харгалзах үзүүлэлт Y_i –ийг тодорхойлох ёстой.

Хэрэв орчны хамаарагдах хэсгийг дүрслэхэд хүчин зүйлүүд таван утгаар бичигдэх шаардлагатай бол тэдгээр нь дараах утгыг авна. Үүнд:

$$X_{oi};X_{дэi} = X_{oi} + I_i; X_{дoi} = X_{oi} - I_i \tag{4.11}$$

$$X_{дэi} = X_{oi} + \alpha_i I; X_{дoi} = X_{oi} - \alpha_i I_i \tag{4.12}$$

Энд: $\alpha_1 > 1$ мөр гэж нэрлэгдэх коэффициент олон хүчин зүйлт туршилт бүрд янз бүрийн утга авна. Туршилтын уламжлалт төлөвлөлтийн үед энэхүү мөрийн утга бүхэл тоо байна. Харин хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн утга тэдгээрийн дараах утгыг авдаг. Үүнд:

$$X_{oi} - 2I_i; X_{oi} - I_i; X_{oi}; X_{oi} + I_i; X_{oi} + 2I_i$$

Хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх хүрээ хязгаарыг сонгох нь туршилтын төлөвлөлтийн чухал нөхцлүүдийн нэг байдаг. Хэрэв ямар нэгэн хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээг хэт багаар авбал түүний өөрчлөлт гарч буй үзүүлэлтэд бараг нөлөөгүй мэт харагдана. Нөгөө талаас хэрэв энэ завсрыг хэт ихээр авбал судалж буй тусгалын гадарга шугаман тэгшитгэлээр бичигдэхгүй болно. Иймээс хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээ судлаачийн ажлын мэдлэг, туршлагаас хамааран тодорхойлогддог.

4.7 Хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх хүрээг сонгох

Судлаач хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн хүрээг сонгох үедээ судлаж буй ажиллагааныхаа тухай дараах мэдээллийг авсан байх ёстой. Үүнд:

1. Судалгаанд орж байгаа болон түүнээс гарах үзүүлэлтүүдийн хэмжилтийн нарийвчлал. Хэрэв хэмжилтийн

алдааг 2% байвал нарийвчлалтай, 5% байвал дунд зэрэг, 10% байвал өндөр гэж тус тус үзнэ.

2. Өмнө хийсэн уламжлалт туршилтын үндсэн дээр тусгалын гадаргуйн муруйн хэлбэр

3. Нөлөөлөх олон хүчит зүйлт орон зайн янз бүрийн цэгүүд дээрх гарч буй үзүүлэлтйин өөрчлөлтийн хэлбийлтийг, өөрөөр хэлбэл $\Delta Y \approx Y_{max} - Y_{min}$ хэмжээ

хэрэв $\Delta Y \approx \sigma_Y$ тохиолдолд бага хазайлттай

$\Delta Y > \sigma_Y$ тохиолдолд их хазайлттай гэж үзнэ.

Энд: σ_Y - нь гарч буй үзүүлэлтийн дундаж квадрат хазайлт болно.

Хүчин зүйлүүдийн өөрчлөлтийн мужийн хэмжээнээс хамаарч түүний өөрчлөгдөх хүрээг гурван хэмжээс болгон авч үздэг.

Хэрэв $I_i \le 0.1(X_{i\,min} - X_{i\,min})$ бол бага хүрээ

$I_i \le 0.3(X_{i\,min} - X_{i\,min})$ бол дунд зэрэг

$I_i > 0.1(X_{i\,min} - X_{i\,min})$ бол өргөн хүрээтэй гэж үзнэ.

Хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх хүрээг сонгохдоо дараах үзүүлэлтүүдийг анхаарах ёстой. Үүнд:

1. Өөрчлөлтийн өргөн хүрээг дараах тохиолдолд голчлон сонгон авч хэрэглэдэг.

а. Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтийн нарийвчлал бага гарч буй үзүүлэлтийн өөрчлөлт ямарч байж болох боловч судлаач судалж буй хэсгийн тусгалын гадаргын шинж чанарыг мэдээгүй, эсвэл тэр нь шугаман тэгшитгэлээр бичигдэж байх үед:

б. Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтийн нарийвчлал дунд зэрэг, гарч буй үзүүлэлтийн өөрчлөлтийн хэмжээ мэдэгдээгүй, эсвэл бага, тусгалын гадарга шугаман тэгшитгэлээр илэрхийлэгдэх үед:

в. Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтйин гарийвчлал өндөр гарч буй үзүүлэлтийн өөрчлөлт нарийн, тусгалын гадаргын муруй мэдэгдэхгүй эсвэл шугаман тэгшитгэлээр бичигдэх үед:

2. Өөрчлөлтийн дунд хүрээг дараах нөхцөлд сонгоно.

а. Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтийн гарийвчлал дунд зэрэг үзүүлэлтийн өөрчлөгдөх аль ч утгын үед. Энэ үед тусгалын гадаргын шинж чанар мэдэгдэхгүй, эсвэл шугаман биш тэгшитгэлээр бичигддэг.

б. Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтийн нарийвчлал дунд зэрэг, үзүүлэлтийн өөрчлөлт өргөн, гадарга нь шугаман тэгшитгэлээр бичигдсэн нөхцөлд.

в. Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтийн гарийвчлал өндөр, гарч буй үзүүлэлтийн өөрчлөлт мэдэгдэхгүй, эсвэл өргөн утгын үед. Энэ нөхцөлд тусгалын гадаргын шинж чанар мэдэгдэхгүй эсвэл шугаман тэгшитгэлээр бичигдсэн байх болно.

3. Өөрчлөлтийн бага хүрээг дараах нөхцөлд сонгоно.

а/ Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтийн нарийвчлал өндөр, гарч буй үзүүлэлтийн өөрчлөлтийн ямар ч утгын үед. Энэ үед тусгалын гадарга шугаман биш тэгшитгэлээр бичигдсэн байх ёстой.

б/ Хүчин зүйлүүдийн хэмжилтийн нарийвчлал дунд зэрэг, гарч буй үзүүлэлтийн өөрчлөлтийн нарийн эсвэл өргөн хазайлтын үед. Энэ нөхцөлд тусгалын гадарга нь шугаман биш тэгшитгэлээр бичигдсэн байх ёстой. Судлаач хүчин зүйлүүдийн үндсэн түвшингийн утга, түүний өөрчлөлтийн хязгаар, хүрээний утгыг сонгосныхоо дараа туршилтын төлөвлөлтийн матрицыг боловсруулах ажиллагаанд орно. Олон хүчин зүйлт туршилтын янз бүрийн төрөлд матрицыг боловсруулах арга өөр өөр байдгийг өмнө дурьдсан билээ.

Туршилтын нөхцлийн бичлэгийг болон туршилтын үр дүнг боловсруулах ажиллагааг хялбар болгох зорилгоор матрицад хүчин зүйлүүдийн утгыг томъёолон бичдэг.

Томъёоны мөн чанар нь хүчин зүйлийн орон зайг координатын шугаман өөрчлөлтөнд, өөрөөр хэлбэл координатын эхийг хүчин зүйлийн үндсэн түвшингийн цэгт шилжүүлэх, координатын тэнхлэгийн дагуу түүний өөрчлөлтйин хүрээний нэгжээр масштаб сонгоход оршино. Хүчин зүйлийн томъёоллын үед дараах томъёог ашиглана.

$$x_i = \frac{X_i - X_{oi}}{I_i} \tag{4.13}$$

Энд: x_i – "i" - хүчин зүйлийн томъёолсон (кодчилсон) утга

X_{oi} – "i" – хүчин зүйлийн үндсэн түвшингийн бодит утга

X_{oi} – "i" – хүчин зүйлийн бодит утга

I_i – "i" – хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээ (интервал) болно.

Хүчин зүйлүүдийг томъёолсон утгад шилжүүлснээр гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх хүчин зүйлийн тоо ижил тохиолдолд ал ч технологи ажиллагааны судалгаанд нэг ижил матрицыг ашиглаж болох боломж олгодог. Өөрөөр хэлбэл хүчин зүйлүүдийн томъёолсон утгыг агуулсан матриц нь стандартын хэлбэртэй болдог. Энэ нь гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх хүчин зүйлийн тоо, туршилтын зорилго ижил байх ямар ч судалгаанд нэг ижил матриц ашиглах боломжийг бий болгоно.

Иймээс хүчин зүйлүүдийг томъёолсон утгад шилжүүлсний дараа матрицыг стандартын хэлбэрт шилжсэн хэмээн үзэж болно. Хүчин зүйлийн орон зайн локаль хэсгийг илэрхийлэх шугаман математик загварыг гарган авахдаа хүчин зүйлийн өөрчлөлтийг хоёр утганд авч үзэхэд хүрэлцээтэй. Жишээ нь:

Ямар нэгэн i хүчин зүйлийн дээд түвшингийн бодит утга $\overline{X}_{\text{гэi}} = 400$ нэгж доод түшингийнх нь $\overline{\overline{X}}_{\text{гоi}} = 300$ нэгж. Энэ тохиолдолд түүний үндсэн

түвшингийн бодит утга $X_{oi} = \dfrac{400+300}{2} = 350$ хүчин зүйлийн нэгж

өөрчлөгдөх завсрын бодит утга $X'_{oi} = \dfrac{400+300}{2} = 350$ хүчин

зүйлийн нэгж өөрчлөгдөх завсрын бодит утга $I_i = \dfrac{400-300}{\alpha} = 50$ нэгж болно. Иймээс і хүчин зүйлийн түвшингийн томъёолсон утгууд нь (4.13) томъёоны дагуу дараах байдлаар тодорхойлогдоно

Дээд түвшингийн хувьд: $x_{\text{гэi}} = \dfrac{400-350}{50} = +I$

Доод түвшингийн хувьд: $x_{\text{гоi}} = \dfrac{300-350}{50} = -I$

Үндсэн түвшингийн хувьд: $x_{oi} = \dfrac{350-350}{50} = 0$

Туршилтын матрицад хүчин зүйлүүдийн дээд, доод утгыг зөвхөн (+), (-) тэмдгээр илэрхийлж болно. Чанарын шинжээр илэрхийлэгдсэн хүчин зүйлийн хувьд томъёолсон утгыг хэрэглэхдээ түүний байдал бүрд түвшингийн утгыг олдог.

Жишээ нь: Нэг, хоёр, гурван хүрдтэй машинуудыг судлахдаа үндсэн түвшинд хоёр хүрдтэй машиныг авна. Ингэхэд нэг хүрдтэй машин нь доод түвшинд хамаарагдах бөгөөд (-1) буюу (-) гурван хүрдтэй машин нь дээд түвшинд хамаарагдах бөгөөд (+1) буюу (+) гэж тэмдэглэнэ.

4.8 Чөлөөний зэрэг, регрессийн коэффициентийн тоог тодорхойлох

Туршилтын төлөвлөлтийн матриц нь чөлөөний зэргийн тооноос хамаарч ханасан, ханаагүй, хэт ханасан гэж ангилагдана.

Матиц дахь туршилтын тоо N болон полином дахь регрессийн коэффициентүүдийн тоо N_R –ын ялгааг туршилтын төлөвлөлтийн матрицийн ***чөлөөний зэргийн тоо*** гэнэ. Энэ нь

$$f=N-N_R \tag{4.14}$$

Хэлбэрээр илэрхийлэгдэнэ.

Регрессийн тэгшитгэлийн коэффициентүүдийн тоо

$$N_R=M+1+C_M^m \tag{4.15}$$

Томъёогоор тодорхойлогдоно.

Энд:

М-туршилтанд авч буй хүчин зүйлийн тоо

m-харилцан үйлчлэх хүчин зүйлийн тоо

C_M^m-хүчин зүйлүүдийн харилцан үйлчэлийг тодорхойлогч

гишүүдтэй үеийн регрессийн коэффициентийн тоо. Жишээ нь x_1 x_2; x_2 x_3; x_1 x_3 ;x_1 x_2 x_3 гэх мэт.

$$C_M^m=\frac{M(M-1)(M-2)...(M-m-1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot m} \tag{4.16}$$

гэж тодорхойлно. Эндээс М хүчин зүйлийн хоёрлосон харилцан

үйлчлэлийн тоо нь $C_M^2=\frac{M(M-1)}{1\cdot 2}$ томъёогоор олдоно. Хэрэв

туршилтанд хоёр хүчин зүйлийг авч үзвэл $C_2^2=\frac{2\cdot 1}{1\cdot 2}=1$ болно. Энэ тохиолдолд регрессийн тэгшитгэл (полином) нь

$Y_R=b_o+b_1x_1+b_2x_2+b_{12}x_1x_2$ хэлбэрээр бичигдэх бөгөөд

түүний коэффициентүүдийн тоо N_R=2+1+1=4 болно.

Хэрэв чөлөөний зэргийн тоо нь тэгтэй тэнцүү ($f=N-N_R=0$) бол туршилтын төлөвлөлтийн матрицийг ***ханасан матриц*** гэнэ. Энэ тохиолдолд туршилтын өгөгдлүүдээр зөвхөн регрессийн коэффициентүүдийг үнэлж болох бөгөөд гаргаж авсан математик загварын төстэй байдлыг үнэлэхэд чөлөөний зэргийн тоо хүрэлцэхгүй.

Хэрэв чөлөөний зэргийн тоо нь эерэг утгатэй ($f=N-N_R>O$) бол туршилтын төлөвлөлтийн матрицийг ***ханаагүй матриц*** гэнэ. Энэ нөхцөлд гегрессийн бүх коэффициентийг тодорхойлохоос гадна математик загварын төстэй байдлыг шалгаж болно.

Хэрэв чөлөөний зэргийн тоо нь сөрөг утгатай ($f=N-N_R<O$) бол туршилтын төлөвлөлтийн матрицийг ***ханаагүй матриц*** гэнэ. Энэ нөхцөлд регрессийн коэффициентийн зөвхөн нэг хэсгийг нь л үнэлж болно.

Тавдугаар бүлэг
ИДЭВХИТЭЙ ТУРШИЛТ, НЭГ БА ОЛОН ХҮЧИН ЗҮЙЛТ РЕГРЕССИЙН МАТЕМАТИК ЗАГВАР ГАРГАН АВАХ

Регрессийн загвар (полином), түүнийг тодорхойлох нөхцөл: Төлөвлөлтийн уламжлалт аргаар явуулсан туршилтын өгөгдлүүдээр гаргаж авсан регрессийн математик загвар нь дараах полином хэлбэрээр бичигдэнэ.

$$Y_R = a_o + \sum_{i=1} a_i x_i + \sum_{i=1} a_{ii} x_i^2 \qquad (5.1)$$

Энэхүү полиномд хүчин зүйлүүдийн харилцан үйлчлэлийг тодорхойлох $a_{ij} x_i x_j$ гишүүн алга байна.

Регрессийн коэффициентүүдийн ($a_o; a_i; a_{ii}$) утгыг олохдоо хамгийн бага квадратуудын аргыг зонхилон хэрэглэдэг. Дараах үндсэн нөхцөл бүрдсэн үед хамгийн бага квадратуудын аргыг хэрэглэх нь зүйтэй. Үүнд:

1. Гарч буй үзүүлэлтүүдийн Y_u утга туршилтын төлөвлөлтийн утга матрицын "u" туршилт бүрд биеэ даасан хэвийн тархалттай, санамсаргүй хэмжигдэхүүн байх:

2. Гарч буй үзүүлэлтийн дисперси туршилтын матрицын дагуу явуулсан өөр өөр туршилтанд (хүчин зүйлт орон зайн янз бүрийн утганд) нэгэн төрлийн байх:

3. Ямар нэг хүчин зүйлийн түвшингийн утга бусад хүчин зүйлийн түвшингийн утгаас хамаарахгүй байх.

4. Хүчин зүйлүүдийн утгын тодорхойлолтын нарийвчлал нь гарч буй үзүүлэлтүүдийн утгын тодорхойлолтын нарийвчлалаас өндөр байх зэрэг болно. Эдгээр нөхцөл биелсэн үед олсон регрессийн коэффициентүүдийн үнэлгээ нотолгоо сайтай, үр дүнтэй, хангалттай болдог. Хэрэв дээрх нөхцлийн аль нэг нь эс биелвэл гаргаж авсан загвар нь технологийн буруу дүгнэлтэнд хүргэнэ.

5.1 Нэг хүчин зүйлт регрессийн шугаман загвар

Энэ төрлийн загварыг гаргаж авахдаа түүний өөрчлөгдөх нэг хүчин зүйлийн хэд хэдэн (ихэнхдээ N = 5 ÷ 6) утгыг сонгон авч судалдаг. Загвар гаргаж авах цаашдын тооцоонд дараах тэмдэглэгээг хэрэглэнэ. Үүнд:

- хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх утгын тоо – N

- утга бүрийн өөрчлөгдөх дарааллын дугаар –u,u=1,2,3,…N
- өөрчлөгдөх хүчин зүйлийн хэмжээ - X_u
- туршилтын давтагдах тоо –m
- туршилтыг давтах дарааллын дугаар –v,v=1,2,3,…m
- гарч байгаа үзүүлэлтийн утга - Y_{uv}

Y_{uv} - хүчин зүйлийн u дугаарын утгын v дэх давталтыг тэмдэглэсэн тэмдэглэгээ болно. Нэг хүчин зүйлт регрессийн шугаман тэгшитгэл гарган авах жишээтэй танилцъя.

Жишээ 5.1 Хөндлөн утасны эрчийн коэффициентоос даавууны суурь утасны дагуух бат бэх хэрхэн хамаарахыг судалсан туршилтын үр дүнг хэрхэн тооцохыг авч үзье.Энд өөрчлөгдөх хүчин зүйл нь хөндлөн утасны эрчийн коэффициент α_r буюу X, даавууны чанарын үзүүлэлт, тухайлбал даавууны суурь утасны дагуух бат бэх Р/кг/ буюу Y

Бидний дээр дурьдсаны дагуу хүчин зүйлийг N=5 өөр утгаар өөрчилж утга тус бүрд туршилтыг u=5 давталттай явуулсан гэж үзээд туршилтын үр дүнг (5.1-р хүснэгт)-ээр үзүүлэв.

Туршилтын өгөгдлийг дараах дэс дараалаар боловсруулна. Үүнд:

1. Утасны эрчийн коэффициентийн өөрчлөгдөх утга бүрд даавууны бат бэхийн хэмжээг хэрхэн өөрчлөгдөхийг тодорхойлно.

u=1 $X_u = X_1$=30 үед бат бэхийн дундаж утга:\

$$Y_2 = \frac{65.5+65.6+6.8+66.0+66.3}{5} = \frac{330.2}{5} = 66.04 ;$$

Дисперси:

$$\sigma^2_{1\{Y\}} = \frac{(65.5-66.04)^2+(65.6-66.04)^2+(66.8-66.04)^2}{5-1} +$$

$$+\frac{(66.0-66.04)^2+(66.3-66.04)^2}{5-1} = 0.2830$$

Дундаж квадрат хэлбийлт (хазайлт):

$\sigma_{1\{Y\}} = \sqrt{\sigma^2_{1\{Y\}}} = \sqrt{0.2830} = 0.5319$ байв.

Энэхүү тооцоог u=2,3,4,5 буюу X_u=35,40,45,50 байх тохиолдлуудад дээрхийн нэгэн адил хийж хүснэгтийг бөглөнө.

2. Нөлөөлөх хүчин зүйлийн утга тус бүр дэх давтан хийсэн туршилтын үед үзүүлэлт хоорондоо хэтэрхий ялгаатай байгаа эсэхийг Смирнов-Грабсын "Y_x" шалгуураар шалгана.

Үзүүлэлтийн утгыг:

$$Y_{Ru(Y\max u)} = \frac{\left(Y_{uv\max} - \overline{Y}_u\right)}{\sigma_{u(y)}}\sqrt{\frac{m}{m-1}} \qquad (5.2)$$

$$Y_{R1(y\max 1)} = \frac{66.8 - 66.04}{0.5319}\sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1.597$$

үзүүлэлтийн бага утгыг:

$$Y_{Eu(Y\min u)} = \frac{\left(\overline{Y}_u - Y_{uv\min}\right)}{\sigma_{u[Y]}}\sqrt{\frac{m}{m-1}} \qquad (5.3)$$

$$Y_{R1(Y\max 1)} = \frac{66.04 - 65.5}{0.5319}\sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1.135$$

гэж тодорхойлоод уг шалгуурын хүснэгтийн Vx утгатай харьцуулан үзнэ. Хэрэв Vr< Vx нөхцөл биелж байвал хэт ялгаатай утга байхгүй гэж үзнэ. Хэрэв энэ нөхцөл биелэхгүй бол хэт ялгаатай утга байна гэж үзээд түүнийг хасаж үлдсэн тоонуудаас дахин $\overline{Y}, \sigma_u^2, \sigma_u, Y_R$ -ийг дээрхийн адил олно. Шалгуурын хүснэгтийн Vx утгыг хавсралт /5-р хавсралт/ -аас олно.

Бидний жишээнд:

$Y_x\left[P_u = 0.95; m = 5\right] = 1.869$ учир $\begin{array}{l} Y_R = 1.597 < V_x = 1.869 \\ Y_R = 1.135 < V_x = 1.869 \end{array}$

байгаа тул хэт ялгарах гишүүн алга байна. Энэхүү тооцоог Xu =35, 40, 45, 50 утгуудад тус бүрд нь давтан хийнэ.

5.1-р хүснэгт

Нэг хүчин зүйлт туршилтын үр дүн

Y_{ui} / X_u			Туршилтын давталт					$\sum_{i=1}^{m} Y_{ui}$	$\bar{Y}_u$	$\sigma^2_{u\{y\}}$	$\sigma_{u\{y\}}$	V_{Ru} max	V_{Ru} min	V'_{yu}
		Y / u	1	2	3	4	5							
Хүчин зүйлийн утга	30	1	65.5	65.6	66.8	66.0	66.3	330.2	66.04	0.2830	0.5319	1.597	1.135	1.869
	35	2	62.2	63.7	63.0	62.9	62.6	314.4	62.88	0.3070	0.5540			
	40	3	61.5	61.4	60.0	60.2	61.3	304.4	60.88	0.5170	0.7190			
	45	4	56.6	57.2	57.2	58.6	58.1	287.6	57.52	0.6570	0.8106			
	50	5	56.1	55.9	54.4	54.0	55.3	275.7	55.14	0.8430	0.9182			

3. Туршилтаар гаргаж авсан тоон утга хэвийн (нормаль) тархалтын хуульд захирагдаж байгаа эсэхийг Шапиро – Уилкагийн Wx шалгуураар шалгана. Шалгуурыг хүчин зүйлийн Xu –ын бүх утганд хийнэ. Шалгуурын тооцооны W_R утгыг:

$$W_R = \frac{Q^2(m-1)}{\sigma_u^2(Y)} \qquad (5.4)$$

томъёогоор олно.

$$Q = q_1(Y_m - Y_1) + q_2(Y_{m-1} - Y_2) + \ldots + q_k(Y_{m-k+1} - Y_k) \qquad (5.5)$$

Энд K коэффициент, хэрэв туршилтыг давтан хийх тоо тэгш бол

$K = \frac{m}{2}$; сондгой бол $K = \frac{m-1}{2}$ гэж тус тус олно.

$q_1, q_2, \ldots q_k$ - коэффициентүүд тэдгээрийн утгыг хавсралт (7-р хавсралт)-аас сонгож авна.

Бидний тооцоонд m=5 учир $K = \frac{5-1}{2} = 2$, болж коэффициентийн утга хавсралтаас q_1=0.6646, q_2=0.2413 гэж олдов.

Хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хэмжээ X_1=30 үед олсон бүх үзүүлэлтүүдийн утга тархалтын хуульд тохирч байгаа эсэхийг шалгая. Үүний тулд үзүүлэлтүүдийн утгыг өсөх дараалаар

65.5<65.6<66.0<66.3<66.8 хэмээн бичиж

Y_1 Y_2 Y_{m-1} Y_m тэмдэглэе.

Энд: Q =0.6646/66.8-65.5/ + 0.2413/66.3-65.6/ =1.013

$$W_R = \frac{1.013^2 \cdot (5-1)}{0.283} = 15.08$$

Шалгуурын хүснэгтэд байгаа тооцооны Wx утгыг хавсралт (8-р хавсралт) –аас харахад Wx[Pu=0.95 m=5] =0.762 байв.

Хэрэв Wr > Wx нөхцөл биелвэл туршилтын хэмжигдэхүүн Pu =0.95 итгэмжлэх магадлалтайгаар хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байна гэж үзнэ. Энэ тооцоог нөлөөлөх хүчин зүйлийн Xu- ийн үлдсэн бүх утгуудад давтан хийнэ.

2. Дисперсүүдийн нэгэн төрлийн байх таамаглалыг шалгана. Дисперсүүдийн нэгэн төрөл байх эсэхийг ихэвчлэн Кохнерын шалгуураар шалгадаг. Энэхүү шалгуурын тооцооны утга Gr хэмжээг

$$G_R = \frac{\sigma^2_{u\max(Y)}}{\sum_{u=1}^{N} \sigma^2_{u(Y)}} = \frac{0.8430}{(0.2830 + 0.3070 + 0.5170 + 0.6570 + 0.8430)} = 3.23 \qquad (5.6)$$

гэж олно.

Энэ шалгуурын хүснэгтийн Gx –утгыг хавсралт (6-р хавсралт) –аас Gx [Pu=0.95 N=5, f=m-1 = 4] =0.544 гэж тодорхойлно.

Энд: f - чөлөөний зэргийн тоо

Хэрэв Gx> Gr нөхцөл биелэгдэж байвал дисперсүүд нэгэн төрлийн байна гэж үзнэ. Дисперс нэгэн төрөл байна гэдэг нь өгөгдөл нэгэн төрлийн гэсэн үг юм.

Энэхүү шалгуурыг нөлөөлөх хүчин зүйлийн утга бүрд туршилтын давталтын тоо ижил байх тохиолдолд ашиглана. Хэрэв давталтын тоо өөр бол Бартлетын шалгуураар шалгана. Хэрэв Gr<Gx нөхцөл биелэхгүй бол бүх туршилтыг эхнээс нь давтан хийнэ.

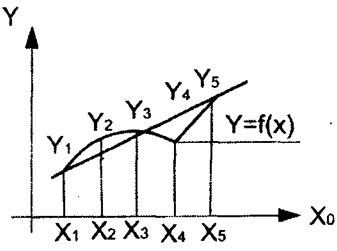
3. Туршилтын дундаж дисперсийг дараах томъёогоор тодорхойлно

$$\sigma^2_{дүн(y)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sigma^2_{и(Y)}}{N}$$

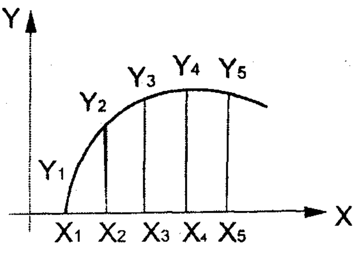
$$\sigma^2_{дүн(y)} = \frac{0.2830 + 0.3070 + 0.5170 + 0.6570 + 0.8430}{5} = 0.5214$$

Дисперс нь туршилтын өгөгдлүүд түүний дундаж утгын хэмжээнээс хоёр тийш аль хэр тархалттай байгааг үзүүлнэ.

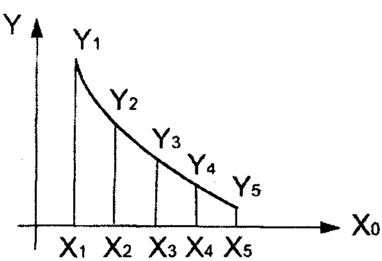
6. Тохирох регрессийн тэгшитгэлийн төрлийг сонгоно.



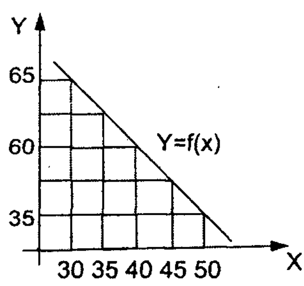
5.1-р зураг
Шугаман тэгшитгэлийн график



5.2-р зураг
Квадрат тэгшитгэлийн график



5.3-р зураг
Шугаман биш 1-р эрэмбийн тэгшитгэлийн грацик



5.4-р зураг
Утасны эрчийн коэффициент даавууны бөх батад нөлөөлөх хамаарлын график

Тэгшитгэлээ сонгохоос өмнө туршилтын өгөгдлүүдийг ашиглах V=f(x) хамаарлын графикийг тодорхой масштабаар байгуулна. Байж болох хэлбэрүүдийг 5.1...5.4-р зурагт үзүүлэв.

Туршилтын өгөгдлүүдээр график байгуулахад түүнд тохирох тэгшитгэлийг сонгохдоо:

а/ уг ажиллагааны мөн чанарт графикийн хэлбэр тохирч буй эсэх

б/шугаман тэгшитгэл нь хамгийн энгийн цаашид залруулах тохируулгын тооцоонд зохистой байдаг тул түүнийг хэрэглэж болох боломжийг шалгах :

7. Шугаман тэгшитгэлийн загвар хэрэглэж болох эсэхийг тогтооно. Үүнийг шалгахдаа I эрэмбийн хуваагдахгүй ялгаварын шинжилгээний аргыг ашиглана. Өөрөөр хэлбэл ялгаврын утгыг

$$\Delta_H^{*} = \left|\Delta_{H\max}^{I} - \Delta_{H\min}^{I}\right| \qquad (5.7)$$

гэж тодорхойлоод Δ_H^{*} утгыг туршилтын алдааны буюу туршилтын квадрат дундаж хэлбийлтийн хоёрлосон утгатай харьцуулж $\Delta_I^{*} < 2\sigma_{дунд(Y)}$ үзнэ. Хэрэв $\Delta_I^{*} < 2\sigma_{дунд(Y)}$ нөхцөл биелвэл шугаман загварыг ашиглаж болно гэсэн үг. $\Delta_H^{I} = \overline{Y}_{u+1} - \overline{Y}_u$ гэж олдоно.

X_u	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
$\overline{Y}_u$	$\overline{Y}_1$	$\overline{Y}_2$	$\overline{Y}_3$	$\overline{Y}_4$	$\overline{Y}_5$

Эндээс:

$$\Delta_{H1}^{I} = \overline{Y}_2 - \overline{Y}_1 = 62.88 - 66.04 = -3.36$$

$$\Delta_{H2}^{I} = \overline{Y}_3 - \overline{Y}_2 = 60.88 - 62.88 = -2 - \min$$

$$\Delta_{H3}^{I} = \overline{Y}_4 - \overline{Y}_3 = 57.52 - 60.88 = -3.36 - \max$$

$$\Delta_{H4}^{I} = \overline{Y}_5 - \overline{Y}_4 = 55.14 - 57.52 = -2.38$$

$$\Delta_H^{*} = \left|-3.36 - (-2)\right| = 1.36$$

$$\sigma_{дунд(y)}^{2} = 0.5214 \text{ эндээс}$$

$$\sigma_{дунд(y)}^{2} = 0.722$$

$$\Delta_H^{*} = 1.36 < 2 \cdot \sigma_{дунд(y)} = 2 \cdot 0.722 = 1.444$$

учир тухайн туршилтанд шугаман загварыг хэрэглэж болохноэ хэмээн үзнэ.

8. Шугаман загварын коэффициентүүдийг тодорхойлно.

Математик загварын коэффициентүүдийг гараар, эсвэл бэлэн программ ашиглан тооцох аргыг хэрэглэдэг .

Бидний байгуулсан графикаас харахад уг жишээний математик загвар $Y = a_0 - a_1 x$ хэлбэртэй шугаман илэрхийлэлд зохицохоор байна. Уг томъёогоор a_0, a_1 коэффициентийг тодорхойлохдоо:

а/ хамгийн бага квадратын

б/дунджийн аргыг тус тус хэрэглэнэ.

Хамгийн бага квадратын аргын тухай энэхүү номын 5.2-оос үзээрэй. Дунджийн аргаар коэффициентүүдийг олохдоо эхлээд дараах систем тэгшитгэлийг зохиож болно.

$$a_i \sum_I X_u + a_0 k = \sum_I \overline{Y}_u \qquad (5.8)$$

$$a_i \sum_{II} X_u + a_{0k} = \sum_I \overline{Y}_u$$

Энд: a_0, a_1 бидний тодорхойлох гэж буй коэффициентүүд

X_u -орох хүчин зүйлийн утга

$\overline{Y}_u$ -гарах үзүүлэлтийн утга

k -нэг хэсэгт нэмэгдэх хүчин зүйл үзүүлэлт –ийн тоо

$k = \dfrac{m+1}{2}$ -нөлөөлөх хүчин зүйлийн сондгой тоотой утгын үед

$k = \dfrac{m^2}{2}$ -нөлөөлөх хүчин зүйлийн тэгш тоотой үед

$\sum_{II} ; \sum_I$ -нэг хоёрдугаар хэсэг дэх нөлөөлөх хүчин зүйл , гарах үзүүлэлтийн нийлбэр

Бидний жишээнд хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх утга m = 5 учир

$$k = \frac{m+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

Эндээс:

u	X_u	$\bar{Y}$
$\sum_I$ 1	30	66.04
2	35	62.88
3	40	60.88
$\sum_I$ 4	45	57.52
5	50	55.14

болно.

Хэрэв m=6 бол $k = \frac{6}{2} = 3$

u	X_u	$\bar{Y}$
$\sum_I$ 1	30	66.04
2	35	62.88
3	40	60.88
$\sum_{II}$ 3	40	60.88
4	45	57.52
5	50	55.14

гэж нэмэгдэх болно.

Систем тэгшитгэлд холбогдох өгөгдлүүдийг тавьбал:

$$\begin{cases} a_I(30+35+40)+a_{II}3=(66.04+62.88+60.88) \\ a_I(40+45+50)+a_{II}3=(60.88+57.52+55.14) \end{cases}$$

$$-30a_1 = 16.46$$

Энд: $a_1 = -0.5487$ гэж олдов.

$$a_0 = 82.5378$$

Бидний гаргаж авах шугаман загвар

$$Y = 82.5378 - 0.5478X \qquad (5.9)$$

хэлбэртэй болно. Одоо энэхүү загвараа үнэлэх, өөрөөр хэлбэл дээрх тэгшитгэл даавууны бат бөх, утасны эрчийн коэффициентээс хамаарах хамаарлыг бүрэн илэрхийлж чадаж буй эсэхийг шалгах шаардлагатай.

9.Математик загварын тохирч буй эсэхийг Фишерийн шалгуураар шалгана. Энэхүү шалгуурын тооцооны утга

$$F_R = \frac{\sigma^2_{Төс(Y)}}{\sigma^2_{дунд(Y)}} \qquad (5.10)$$

томъёогоор тодорхойлдог. Энд: $\sigma^2_{Төс(Y)}$ -төсөөтэй байдлын дисперси. Энэ нь туршилтын үзүүлэлтийн дундаж утга. Тооцооны утгаас түүний аль хир хэлбэлзэж байгааг харуулах бөгөөд

$$\sigma^2_{төс(Y)} = \frac{m}{N - N_k} \sum_{u=1}^{N} \left(Y_u - Y_{Ru}\right) \qquad (5.11)$$

гэж тодорхойлогдоно.

Энд: N хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх утга, жишээнд $N_k = 5$

N_k -утга бүхий коэффициентүүдийн тоо жишээнд

Y_{Ru} -гаргаж авсан загварт нөлөөлөх хүчин зүйлийн утгуудыг оролцуулан тавьж олсон үзүүлэлтийн тооны утга өөрчлөгдөх хүчин зүйлийн утгыг загварт орлуулан тавьж үзүүлэлтийн тооцооны утгыг олвол.

$$YR_1 = 82.5378 - 0.5487 \cdot 30 = 66.04$$
$$YR_2 = 82.5378 - 0.5487 \cdot 35 = 63.24$$
$$YR_3 = 82.5378 - 0.5487 \cdot 40 = 60.54$$
$$YR_4 = 82.5378 - 0.5487 \cdot 45 = 57.79$$
$$YR_5 = 82.5378 - 0.5487 \cdot 50 = 55.04$$

болно.

Одоо дисперсийн утгыг олъё.

$$\sigma^2_{тэс(Y)} = \frac{5}{5-2}\left[(66.04-66.04)^2+(62.88-63.24)^2+(60.88-60.54)^2+\right.$$

$$\left.+(57.52-57.59)^2+(55.14-55.04)^2\right]=\frac{5}{5-2}\cdot 0.36660 = 0.6110$$

Фишерийн шалгуурын тооцооны утга

$$F_R = \frac{\sigma^2_{тэс(Y)}}{\sigma^2_{дунд(Y)}} = \frac{0.6110}{0.5214} = 1.172 \qquad (5.12)$$

Энэхүү шалгуурын хүснэгтийн Fx утга хавсралт (3-р хавсралт) -аас

$$F_x\begin{bmatrix} P_u = 0.95; f_2 = N - N_k = 5-2=3; \\ f_1 = (m-1)\cdot N = (5-1)\cdot 3 = 20 \end{bmatrix} = 31$$ гэж олдов.

Энд: $f_1; f_2$ -чөлөөний зэрэг

Хэрэв $F_R < F_x$ нөхцөл биелэгдэж байвал загварыг төстэй хэмээн үзнэ. Бидий жишээнд $F_R = 1.172 < F_x = 31$ болох тул уг загвар төстэй загвар болж чадна.

10. Загварын коэффициентүүдийн утгыг тодорхойлно .

Математик загварын коэффициентүүдийг тодорхойлох явцад тэдгээрийн утга янз бүрийн байж болно . Хэтэрхий бага утгатай коэффициентүүдийг хэрэгсэхгүй байж болно. Жишээ нь математик загвар :

$$Y = 0.0025 + 3.7X_u$$

$$Y = 325 + 0.0000005X_u$$

коэффициентүүдтэй байгаа юм гэж бодъё. Энд үзсэн эхний жишээний a_0 коэффициент өчүүхэн бага тоо учраас загварыг $Y = 3.7X_u$ хэмээн хялбарчилан бичиж болно.

Хоёр дахь загварын a_0 коэффициент маш бага тоо байгаа тул загварыг өөрчлөхөд ямар ч нөлөө үзүүлж чадахгүй байна. Гэхдээ эдгээр коэффициентыг маш бага утгатай гэж үзээд бид дур мэдэн хамаагүй хаяж болохгүй. Коэффициентүүдийн утгыг Стъюдентийн шалгуураар шалгана. Энэхүү шалгуурын тооцооны утга:

$$t_T = \frac{|a_i|}{\sigma(a_i)} \qquad (5.13)$$

гэж тодорхойлогдоно.

Энд: $|a_i|$ -коэффициентийн бодит утга $\sigma(a_i)$коэффициентийн дундаж квадрат хазайлтын үнэлгээ тэрээр дараах хэлбэрээр олдоно.

$$\sigma(a_0) = \frac{\sigma^2_{(Y)}}{m \cdot N} \qquad (5.14)$$

$$\sigma_{(a_i)} = \frac{\sigma^2_{(Y)}}{m\sum_{u=1}^{N}\left(X_u - \overline{X}\right)^2} \qquad (5.15)$$

Энд: $\sigma^2_{(Y)}$ туршилтын чөлөөт дисперси, тэрээр

$$\sigma^2_{(Y)} = \frac{\sigma^2_{тох(Y)} \cdot f_1 + \sigma^2_{дэнс(Y)} \cdot f_2}{f_1 + f_2} \qquad (5.16)$$

байна. Бидний авч үзэж байгаа жишээнд:

$$\sigma^2_{(Y)} = \frac{0.6110 \cdot 3 + 0.5214 \cdot 20}{3+20} = 0.5331$$

$$\sigma^2_{(a_0)} = \frac{0.5331}{5.5} = 0.0213$$

$$\sigma^2_{(a_0)} = \sqrt{\sigma^2_{(a_0)}} = 0.1460$$

$$\sigma^2_{(a_i)} = \frac{0.5331}{5\left[(30-40)^2 + (35-40)^2 + (40-40)^2 + (50-40)^2\right]} = \frac{0.5331}{5 \cdot 250} = 0.000426$$

дээрх жишээнд авч үзэж байгаа нөлөөлөх хүчин зүйлийн таван утгын дундаж нь $\overline{X} = 40$

$$\sigma_{(a_1)} = \sqrt{\sigma^2_{(a_1)}} = \sqrt{0.000426} = 0.0206$$

Одоо Стъюдентийн шалгуурын тооцооны ба хүснэгтийн утгыг олъё.

$$t_{T(a_0)} = \frac{82.540}{0.1460} = 565.34$$

$$t_{T(a_0)} = \frac{0.5487}{0.0206} = 26.70$$

Хүснэгт утгыг хавсралт (2-р хавсралт) -аас

$$t_x \left[P_u = 0.95, f = f_1 + f_2 = 3 + 20 = 23\right] = 2.069$$

гэж тодорхойлно.

Хэрэв $t_R > t_X$ нөхцөл биелж байвал коэффициентүүдийн утгыг авна. Өөрөөр хэлбэл түүнийг хасч болохгүй. Манай жишээнд:

$$t_{T(a_0)} = 565.34 > t_T = 2.069, t_{T(a_1)} = 26.70 > t_T = 2.069$$

байгаа учир уг хоёр коэффициентийн утгыг авна.

11. Гарч байгаа үзүүлэлтийн дундаж утгын итгэмжлэх завсрыг тодорхойлно.

Гарч байгаа үзүүлэлтийн дундаж утга тодорхойлох үеийн байж болох алдаа $\left(E_{m(Y_{Ru})}\right)$-г

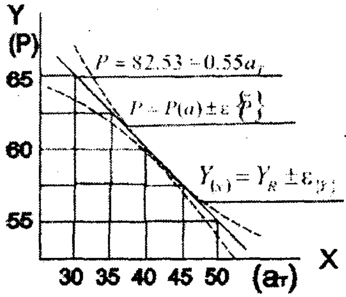
$$E_{m(Y_{Ru})} = \sigma_{m(Y_{Ru})} \cdot t_x \qquad (5.17)$$

гэж олно. Энд : $\sigma_{m(YRu)}$ -нөлөөлөх хүчин зүйлийн X утга бүрийн дундажийг тодорхойлох үеийн дундаж квадрат хазайлтын үнэлгээ.

$$\sigma_{m(Y_{Ru})} = \sqrt{\sigma^2_{(a_0)} + \sigma^2_{(a_1)} \cdot \left(X_u - \overline{X}\right)^2} \qquad (5.18)$$

томъёогоор тодорхойлогдоно.

Нөлөөлөх хүчин зүйлийн X_u утга бүрд тодорхойлсон $\sigma_{m(Y_{Ru})}$–ын их утгыг 5.2-р хүснэгтэнд үзүүлэв .



5.5-р зураг. Даавууны бөх бат утасны эрчийн коэффициентээс хамаарах хамаарал ба түүний өөрчлөгдөх хүрээний график

5.2-р хүснэгт

Үзүүлэлтийн өөрчлөлтийн итгэмжлэх завсрыг тодорхойлох хүснэгт

n	X_n	$(X_n - \bar{X})^2$	$\sigma_{m(Y_{Kn})}$	$E_{m(Y_{Kn})} = \sigma_{m(Y_{Kn})} \cdot t_x$	$Y_{(x)} = Y_{Kn} \pm E_{m(Y)}$
1	30	100	0.253	0.52	66.04± 0.52
2	35	25	0.179	0.37	63.29± 0.37
3	40	0	0.146	0.30	60.54± 0.30
4	45	25	0.179	0.37	57.54± 0.37
5	50	100	0.253	0.52	55.04± 0.52

Туршилтын өгөгдлийг боловсруулах ажиллагаа үзүүлэлтийн хамаарлын графикийг тодорхой машстабаар байгуулах үйлдлээр төгсөнө.

5.2 Нэг хүчин зүйлт регрессийн парабол хоёрдугаар эрэмбийн загвар зохиох

Нэг хүчин зүйлт парабол хэлбэрийн регрессийн загвар

$$Y_K = a_0 + a_1 X_1 + a_{11} X_1^2$$

хэлбэртэй байх бөгөөд нэлээд олон үйлдвэрийн технологи ажиллагаа энэ загвараар бичигддэг. (5.2-р зураг үз.)

1. Сунгах төхөөрөмжөөс гарч буй бүтээгдэхүүний жигд бус – С нь суналт - Е-ээс хамаарах хамаарал:

$$c^2 = a_0 - a_1(E-1) + a_{11}(E-1)^2$$

2. Хоёр цилиндрт сунгах төхөөрөмжөөс гарах бүтээгдэхүүний жигд бус тэдгээрийн хоорондын зай R–ээс хамаарах хамаарал :

$$c^2 = a_0 - a_1 R + a_{11} R^2$$

3. Нэхмэлийн машин дээрх суурь утасны ангайлт үүсэх үеийн таталт T-ангайлт өндөр h -аас хамаарах хамаарал.

$$T = a_0 + a_1 h + a_{11} h^2$$

Утасны бөх бат P түүний эрч k -аас хамаарах хамаарал :

$$P = a_0 + a_1 k - a_{11} k^2$$

гэх мэтчилэн бичиж болно.

Парабол загвар зохиох үеийн нэг хүчин зүйлт туршилтын төлөвлөлтийн матриц болон түүнийг явуулах нөхцөл нь регрессийн шугаман загварынхтай нэгэн адил байдаг .

Хүчин зүйлийн түвшингийн тоо буюу төлөвлөлтийн матриц дахь туршилтын тоо $N=5...12$ байна. Туршилтын өгөгдлүүдийг бодох дараалал, зарим нь өмнө үзсэнтэй төстэй байдаг . Парабол хэлбэрийн регрессийн загварын коэффициентүүдийг хамгийн бага квадратын арга ба дундаж квадратын аргар тодорхойлохдоо дараах систем тэгшитгэлүүдийг бодно.

1. Хамгийн бага квадратын аргын үед

$$\begin{cases} a_0 N + a_1 \sum X_u + a_{11} \sum X_u^2 = \sum \overline{Y}_u ; \\ a_0 \sum X_u + a_1 \sum X_u^2 + a_{11} \sum X_u^3 = \sum X_u \overline{Y}_u ; \\ a_0 \sum X_u^2 + a_1 \sum X_u^3 + a_{11} \sum X_u^4 = \sum X_u^2 \overline{Y}_u ; \end{cases} \tag{5.20}$$

Энд : $\sum = \sum_{u=1}^{N}; N$ -төлөвлөлтийн матриц дахь туршилтын тоо болно.

Дээрх тэгшитгэлд орсон $\sum X_u, \sum X_u^2, \sum X_u^3, \sum X_u^4$ болон

$\sum X_u \overline{Y}_u, \sum X_u^2 \overline{Y}_u$ зэрэг хэмжигдэхүүнүүд туршилтийн өгөгдлүүдээр тодорхойлогдоно.

2. Дундаж квадратын аргын үед

$$\begin{cases} a_{11}\sum_{I} X_u^2 + a_1 \sum_{I} X_u + a_0 k = \sum_{I} \overline{Y}_u \\ a_{11}\sum_{II} X_u^2 + a_1 \sum_{II} X_u + a_0 k = \sum_{II} \overline{Y}_u \\ a_{11}\sum_{III} X_u^2 + a_1 \sum_{III} X_u + a_0 k = \sum_{III} \overline{Y}_u \end{cases} \tag{5.21}$$

Энд.k -г хэсэгт нэмэгдэх тоо , өмнө үзсэний адил авна. (Шугаман тэгшитгэл гаргаж авсан жишээг үз). Туршилтын төлөвлөлтийн матриц

ортогональ шинжтэй $\left(\sum_{u=1}^{N} X_{0u}, X_{1u} = 0 \right)$.

$$Y_R = b_0 + b_1 x_1 + b_{11} x_1^2 \tag{5.22}$$

хэрбэрийн регрессийн полиномын коэффициентүүд дараах томъёогоор тодорхойлогдоно.

Үүнд :

$$b_0 = \frac{1}{B} \sum_{u=1}^{N} x_{1u} \sum_{u=1}^{N} x_{0u} \overline{Y}_u - \frac{1}{B} \sum_{u=1}^{N} x_{1u}^2 \sum_{u=1}^{N} x_{0u}^2 \overline{Y}_u \tag{5.23}$$

$$b_1 = \sum_{u=1}^{N} x_{1u} \overline{Y}_u \Big/ \sum_{u=1}^{N} x_{1u}^2 \overline{Y}_u \tag{5.24}$$

$$b_{11} = \frac{N}{B} \sum_{u=1}^{N} x_{1u}^2 \overline{Y}_u - \frac{1}{B} \sum_{u=1}^{N} x_{1u} \sum_{u=1}^{N} x_{0u} \overline{Y}_u \tag{5.25}$$

Энд :

$$B = N \sum_{u=1}^{N} x_{1u}^2 - \left(\sum_{u=1}^{N} x_{1u}^2 \right) \tag{5.26}$$

Хүчин зүйл нь томъёолсон утгатай регрессийн загварын коэффициент b_1 -ийг түүний

бодит утгатай парабол тэгшитгэлийн коэффициент a_1 -д шилжүүлэхийн тулд дараах томъёог ашиглана.

$$a_1 = \frac{b_1}{I_x} - \frac{2b_{11}}{I_x^2} \overline{X}_1 \tag{5.27}$$

$$a_M = \frac{b_{11}}{I_x^2} \qquad (5.28)$$

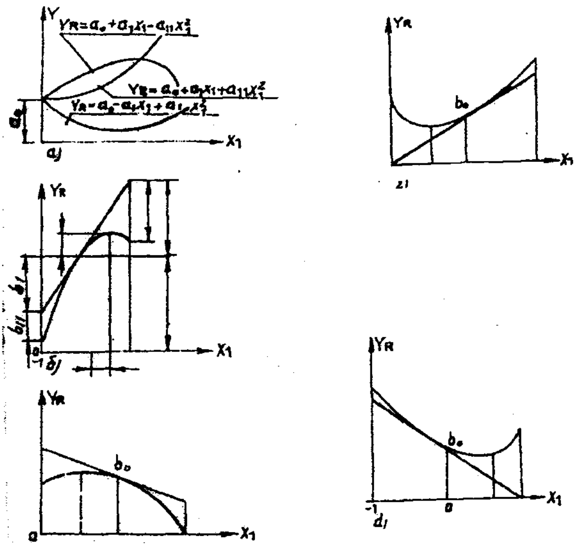
$$a_0 = b_0 - \frac{b_1}{I_x}\overline{X}_1 + \frac{b_{11}}{I_x^2}\overline{X}_i^2 \qquad (5.29)$$

Нэг хүчин зүйлт хоёрдугаар эрэмбийн загварын геометрийн дүрсийг (5.6-р зураг) -т дараах нөхцлүүдэд дүрслэн үзүүлэв.

Үүнд: 5.6-р зураг б/-д $b_1 > 0, b_{11} < 0$; 5.6-р зураг в/-д $b_1 < 0, b_{11} < 0$

5.6-р зураг г/-д $b_1 > 0, b_{11} > 0$ 5.6-р зураг д/-д $b_1 < 0, b_{11} > 0$

Жишээ 5.2 Ээрэх машины ээрүүлийн эргэлтийн тоо $X_u = n_{x\omega}$ –ноос ээрмэлийн харьцангуй бат бөх Уn=Lu хэрхэн хамаарахыг T=25 текс шугаман нягттай утсан дээр авч үзье.N=5 буюу X_u –ийн түвшин бүрд 5 давталттай хийсэн туршилтын үр дүнгээр гаргаж авсан y_u (сН/текс), бат бэхийн дисперси $S_u^2\{y\}$ болон (мянган уд/мин) хэмжээг 5.3-р хүснэгтээр өгөв.



5.6-р зураг. Хүчин зүйлүүд нь бодит (а) ба томъёолсон (б-д) утгатай үеийн хоёрдугаар эрэмбийн нэг хүчин зүйлт загварын дүрс

$X'_u = n_{x\dots}$	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	$\sum_{u=1}^{N}$
$\overline{Y}_u = L_u$ $S^2_u\{y\}$	13.05 0.0625	13.83 0.0476	14.21 0.0511	13.51 0.0584	12.35 0.0799	- 0.2795
$\lvert\Delta'_{Hu}\rvert$		0.78	0.38	0.70	1.16	-
$\lvert\Delta''_{Hu}\rvert$		0.40	0.32	0.46		-

Шалгаж үзэхэд утасны бат бэх Y_{u} ,ээрүүлийн эргэлтийн тооны X_u түвшин бүрд хэвийн тархалттай, бат бэх дисперси нь нэгэн төрлийн, тооцооны болон Кохрены шалгуурын хүснэгтийн утгын хоорондох харьцаа $G_T < G_X$ байв.

$$G_T = \frac{0.0799}{0.2795} = 0.286$$

$$G_x = \left[P_d = 0.95; N = 5, f\{S_0^2\} = m - 1 = 5 - 1 = 4\right] = 0.564$$

Гарч байгаа үзүүлэлтийн дундаж дисперсийг өмнө үзсэн томъёогоор олвол

$$S^2_{(0)}\{y\} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} S^2_u\{y\} = \frac{0.2795}{5} = 0.0559$$

Дундаж утгын дисперси

$$S^2 = \{y\} = \frac{1}{m} S^2_{(0)}\{y\} = \frac{0.0559}{5} = 0.1118$$

Дээрх гурван үйлдэл хийсний дараа загварыг сонгон авахдаа өмнөх жишээний (5.7) томъёогоор илэрхийлсэн хуваагдахгүй ялгаврын аргыг хэрэглэнэ .

Үүний дараа харахад тэгшитгэл

$$\left.\begin{aligned} Y_K &= a_0 + a_1 X \\ Y_K &= d_0 + d_1 (X_1 - X) \end{aligned}\right\}$$

гэсэн шугаман тэгшитгэлийн хэлбэртэй бичигдэхгүй нь тодорхой. Энэ үед хоёрдугаар эрэмбийн хуваагдахгүй ялгаврыг тодорхойлно .

$$\Delta''_{H1} = \Delta'_{H2} - \Delta'_{H1} \dots \Delta''_{HU} = \Delta'_{H\,U+1} - \Delta^{L}_{Y\,U}$$

Хэрвээ хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх интервал тогтмол бус, өөрөөр хэлбэл $I_x = X_{n+1} - X_n \neq const$ бол хуваагдахгүй ялгавар нь

$$\Delta_{P1} = \frac{\Delta'_{P2}}{X_3} - \frac{\Delta'_{P1}}{X_1},\ldots,\Delta''_{Pn} = \frac{\Delta_{m+1}}{X_{n+2}} - \frac{\Delta'_{Pn}}{X_n}$$

томъёогоор тодорхойлогдоно.

Хүснэгтэд өгсөн хоёрдугаар эрэмбийн хуваагдахгүй ялгаврын утга адил чанартай, өөрөөр хэлбэл тэдгээрийн хоорондох ялгавар алдааны квадрат дундаж хэлбийлтийн $2S_1 = \{y\} = 2\sqrt{0.0559} = 0.472$ утгаас бага хэмээн үзэж болно. Хэрэв хоёрдугаар эрэмбийн ялгавар адил чанартай бол туршилтын өгөгдлийг бичихдээ хоёрдугаар зэрэгтэй полином буюу , нэг хүчин зүйлт парабол загвар (5.19) гэж үзнэ (5.20), томъёонд орсон утгуудыг олж хүснэгтээр (5.4-р хүснэгт) үзүүлэв .

5.4-р хүснэгт

n	X_n	X_n^2	X_n^4	$\bar{Y}_n$	$X_n \bar{Y}_n$	$X_n^2 \bar{Y}_n$	X_n^3
1	6.0	36.0	1296.000	13.05	78.300	469.800	216.00
2	6.5	42.25	1785.0625	13.83	89.805	584.3175	274.625
3	7.0	49.00	2401.0000	14.21	99.470	696.2900	343.000
4	7.5	56.25	3164.0625	13.51	101.325	756.9375	421.875
5	8.0	64.00	4096.0000	12.35	98.800	790.4000	512.000
Σ	35		12742.125	66.95	467.790	3300.7450	1767.50

Олсон утгуудаа (2) томъёонд тавибал дараах тэгшитгэл гарна.

$$\left\{\begin{array}{l} 5a_0 + 35a + 247.5a_{11} = 66.95 \\ 35a_0 + 247.5a_1 + 1767.5a = 467.79 \\ 247.5a_0 + 1767.5a_1 + 12742.125a_{11} = 3300.745 \end{array}\right\}$$

Энэхүү тэгшитгэлийг матрицын арга юмуу үл мэдэгдэх хэмжигдэхүүнийг арилгах аргаар бодож a_0, a_1, a_{11} коэффициентүүдийг олж болно. Хэрэв туршилын утга хүчин зүйлийн үндсэн түвшингийн утгатай тэгш хэмтэй хүчин зүйлийн томъёолсон утгыг туршилтын төлөвлөлтөд хэрэглэвэл тэгшитгэлд байгаа регрессийн коэффициентийн болон статистик үзүүлэлтийг олох үйл ажиллагаа ихээхэн хялбар болдог. Бидний авч үзэж байгаа жишээнд энэ нөхцөл биелэгдэж байна. X хүчин зүйлийн томъёолсон утганд зориулан төлөвлөлтийн матрицыг 5.5-р хүснэгтээр өгөв .

5.5-р хүснэгт

u	X_u	X_{1u}	$\bar{Y}_u$	$\sum X_{1u}^2$	$X_{1u}\bar{Y}_u$	$X_u^2\bar{Y}_u$	X_u^4
1	6.0	-2	13.05	4	-26.1	52.20	16
2	6.5	-1	13.85	1	-13.83	73.83	1
3	7.0	0	14.21	0	0	0	0
4	7.5	1	13.51	1	13.51	13.51	1
5	8.0	2	12.35	4	24.70	49.40	16
$\sum$	35	0	66.95	10	-1.72	128.24	34

Энд тавьсан зарим тоон утгын талаар тайлбар өгье. Хүчин зүйлийн үндсэн түвшин

$$X_0 = \bar{X} = \frac{1}{2}\left(X_{min} + X_{max}\right) = \frac{1}{2}(6+8) = 7$$

Хувьсах хүрээ (интервал варьирования)

$$I_x = \frac{I_{max} - I_{min}}{N-1} = \frac{8-6}{5-1} = 0.5$$

Хүчин зүйлийн түвшингийн томъёолсон утга

$$X_{1,1} = \frac{1}{I_x}(X_1 + X_0) = \frac{1}{0.5}(6-7) = -2; X_{1,2} = \frac{1}{I_x}(X_2 - X_0) = \frac{1}{0.5}(6.5-7) = -1$$

$$X_{1,4} = \frac{1}{I_x}(X_4 - X_0) = \frac{1}{0.5}(7.5-7) = 1; X_{1,5} = \frac{1}{I_x}(X_5 - X_0) = \frac{1}{0.5}(8.0-7) = 2$$

(5.23), (5.24), (5.25), (5.26) томъёогоор регрессийн коэффициентүүдийг олбол

$$B = 5 \cdot 34 - 10^2 = 70$$

$$b_0 = \frac{34}{70} \cdot 66.95 - \frac{10}{70} \cdot 128.94 = 14.098$$

$$b_1 = \frac{1.72}{10} = -0.172$$

$$b_{11} = \frac{5}{70} \cdot 128.94 - \frac{10}{70} \cdot 66.95 = -0.354$$

X_1 хүчин зүйлийн томъёолсон утган дахь тэгшитгэл $У_{Kн} = 14.098 - 0.172x_1\ 0.354x_1^2$ хэлбэртэй болно. Томъёолсон утгын b_1 коэффициентоос парабол тэгшитгэлийн хүчин зүйлийн бодит утгын a_i коэффициентод (5.27), (5.28), томъёогоор шилжүүлж бичвэл

$$a_1 = \frac{b_1}{I_x} - \frac{2b_{11}}{I_x^2} \cdot \overline{X} = -\frac{0.172}{0.5} + \frac{290.354}{(0.5)^2} \cdot 7 = 19.48$$

$$a_{11} = \frac{b_{11}}{I_x^2} = -\frac{0.354}{0.25} = -1.416$$

$$a_0 = b_0 - \frac{b_1}{I_x} \cdot \overline{X}_1 + \frac{b_{11}}{I_k^2} \cdot \overline{X}_1^2 = 14.098 + \frac{0.172}{0.5} \cdot 7 - \frac{0.354}{0.25} \cdot 7^2 = -52.878$$

тэгшитгэл бодит байдлаар

$У_{Kн} = -52.878 + 19.48X_1 - 1.416X_1^2$ болно.

Гаргаж авсан тэшитгэлээ өмнө үзсэний нэгэн адил загвар тохирч буй эсэхийг Фишерийн шалгуураар, регрессийн коэффициентүүдийн нөлөөлөх утгыг Стьюдентийн шалгуураар тус тус шалган улмаар дундаж утгын үнэмшилт хүрээг олно.

5.3 Нэг хүчин зүйлт регрессийн шугаман бус загвар зохиох

Туршилтын өгөгдлийг боловсруулж, математик загвар гарган авч $Y = f(x)$ графикийг шинжилсний дүнд шугаман загвар ашиглах боломжгүй нь батлагдсан, график гадаад хэлбэрээрээ шугаман болон парабол загварт тохирохгүй тохиолдолд шугаман бус загварыг сонгох хэрэгтэй болдог. Шугаман бус загварт зэрэгт илэрхийлэл гипербол, логарифм функцүүд орно. Аль ч үйлдвэрийн технологийн олон дамжлага ажиллагаа шугаман бус тэгшитгэлээр илэрхийлэгддэг. Жишээ нь: суналтын хүч F суналтын хэмжээ Е-ээс хамаарах хамаарал зэрэгт функцээр $F = a_0(E-1)a_1$ нэхэх машины сууръ утасны деформаци T_c ангайлтын урт L-ээс хамаарах хамаарал гипербол функцээр $T_c = a_0 + \frac{a_1}{L}$ гэж тодорхойлогдоно. Судалгааны үед өргөн тохиолддог зургаан шугаман бус загварыг авч үзэж, тэдгээрийг шугаман хэлбэрт хэрхэн хувиргахтай танилцъя. Тэгшитгэлийг шугаман хэлбэрт шилжүүлснээр тэдгээрийн коэффициентүүдийг тодорхойлоход хялбар болдог.

Туршилтын өгөгдлийн

$X_1, Y_1; X_2, Y_2; ...; X_u, Y_u; X_{u+1}, Y_{u+1}; X_N, Y_N$ утгуудын хамаарлыг илэрхийлэхэд тохирох загварыг 5.3-р хүснэгтэнд зургаан функцээс сонгон авахын тулд дараах үйлдлүүдийг хийнэ.

1. Хувьсах хэмжигдэхүүн X болон параметр Y-ийн завсрын $X_з, Y_з$ утгуудыг 5.3-р хүснэгтэнд өгөгдсөн томъёогоор загвар бүрд тодорхойлно.

2. Загвар тус бүрд параметрыг туршилтын Y_m ба завсрын

Y утгын ялгааг $\Delta = |Y_з - Y_i|$ тодорхойлоод хамгийн бага

ялгаатай загварыг уг туршилтын өгөгдлүүдийг бичихэд сонгож авна.

Энэ сонголтыг :

1. График дээр харьцуулалт хийх
2. Томъёогоор бодож ялгааг тодорхойлох замаар тус тус илэрхийлж болдог . Эхний аргын үед туршилтын өгөгдлөөр байгуулсан график дээр хувьсах хэмжигдэхүүний завсрын $|X_з|$ утгад харгалзсан параметрын завсрын $|Y_з|$ утгыг загвар тус бүрд нь олж цэгээр тэмдэглээд графикийн шугаманд аль ойр утгатай загварыг сонгож авна.

Нэг хүчин зүйлт парабол биш загварын графикийг 5.7-р зурагт үзүүлэв .

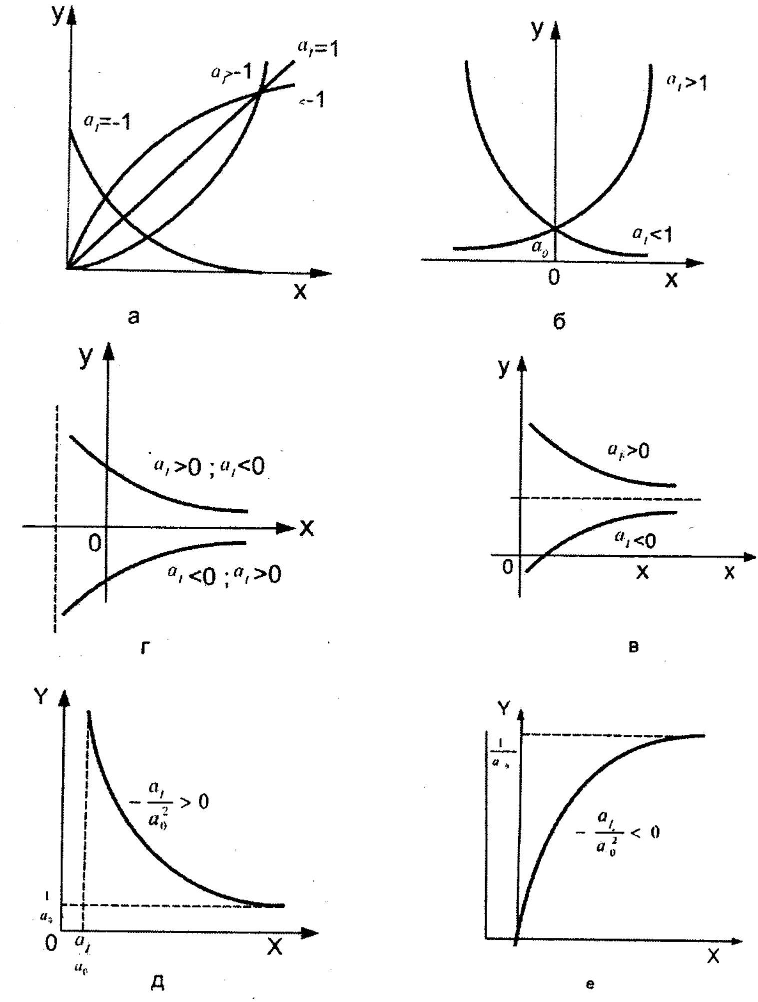
Томъёогоор бодох аргын үед хувьсах хэмжигдэхүүний завсрын $|X_з|$ утгад харгалзсан үзүүлэлтийн туршилтын утгыг :

$$Y_{m(x_1)} = Y_u + (Y_{u+1} Y_u)\frac{X_з - X_u}{X_{u+1} - X_u} \qquad (5.30)$$

томъёогоор тодорхойлно. Загвар тус бүрд параметрын туршилтын

Y_m ба завсрын $Y_з$ утгын ялгааг $\Delta = |Y_з - Y_m|$ гэж тодорхойлоод

хамгийн бага ялгаатай загварыг сонгож авна.



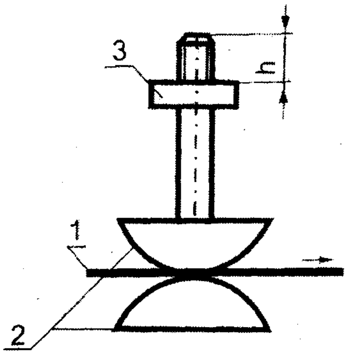
5.7-р зураг. Нэг хүчин зүйлт парабол биш загварын график

Хувьсах хэмжигдэхүүнүүдийн завсрын утгыг тодорхойлох шугамантэгшитгэл болгон өөрчлөх томъёо.

№	Загварын төрөл, хувьсагчийн функци	Хувьсагч X_L ба y_L хэмжигдэхүүнийг өөрчлөх хэлбэр	Өөрчилсний дараах шугаман тэгшитгэлийн хэлбэр	Хувьсагчийн завсрын цэгүүдийн утга.	
				$X_з$	$X_з$
A	1	2	3	4	5
1	Зэрэгт (зур.5.7а) $Y = a_0 X^{a_1}$	$Y_L = LgY$ $X_L = LgX$ $a_{0L} = Lga_0$	$Y_L = a_{0L} + a_1 X_1$	$\sqrt{X_1 X_X}$	$\sqrt{Y_1 Y_X}$
2	Илэрхийлэл (зур.5.7б) $Y = a_0 a_1^x$	$Y_1 = LgY$ $a_{0L} = Lga_0$ $a_{1L} = Lga_1$	$Y_L = a_{0L} + a_1 X$	$\frac{X_1 + X_X}{2}$	$\sqrt{Y_1 Y_X}$
3	Гипербол (зур.5.7в) $Y = a_0 + \frac{a_1}{X}$	$X_L = \frac{1}{X}$	$Y_L = a_0 + a_1 X_L$	$\frac{2X_1 X_X}{X_1 + X_X}$	$\frac{Y_1 + Y_X}{2}$
4	Гипербол (зур.5.7д) $Y = \frac{1}{a_0 + a_1 X}$	$X_L = \frac{1}{Y}$	$Y_L = a_0 + a_1 X$	$\frac{X_1 + Y_X}{2}$	$\frac{2Y_1 Y_X}{Y_1 + Y_X}$
5	Гипербол · (зур.5.7е) $Y = \frac{1}{a_0 + a_1 / X}$	$Y_L = \frac{1}{Y}$ $X_L = \frac{1}{X}$	$Y_L = a_0 + a_1 X_L$	$\frac{2X_1 X_X}{X_1 + X_a}$	$\frac{2Y_1 Y_X}{Y_1 + Y_X}$
6	Логарифм (зур.5.7г) $Y = a_1 + a_1 L$	$X_L = LgX$	$Y_L = a_0 + a_1 X_L$	$\sqrt{X_1 X_X}$	$\frac{Y_1 + Y_X}{2}$

Жишээ: Нугаралттай сүлжмэлийн утасны гогцооны урт түүний таталтаас хэрхэн хамаарахыг судалсан туршилтын үр дүнг боловсруулах аргатай танилцъя. Энд:

-Гарах үзүүлэлтэд гогцооны урт $L[мм]-Y$ өөрчлөгдөх хүчин зүйлд утас татагчийн пүршний шахалтын хэмжээ $h[мм]-X$ –ийг авлаа (5.8-р зураг)



Сүлжих машины тэжээлийн утас сумаар заасны дагуу гарч гогцоо үүсгэх эд ангид очно. Хэрэв утас татагчийн пүршнийшахалт их (h хэмжээ их) бол утаснытаталт ихэссэнээс гогцоо богино болно.

Харин таталтыг багасгавал (h хэмжээ бага) таталт суларч гогцоо уртасна. Өөрөөр хэлбэл утасны таталт (F_Y) шахалтын хэмжээ h – аа $F_Y = f(h)$ хамаарна.

5.8-р зураг. Утас татах төхөөрөмжийн бүдүүвч1-утас, 2-цан хэлбэрийн татах хэрэгсэл, 3- даралтыг өөрчлөх эрэг

Утасны таталтыг өөрчлөхөд гогцооны урт хэрхэн хувьсахыг 5.7-р хүснэгтэнд үзүүлэв.

5.7-р хүснэгт

Нэг хүчин зүйлт туршилтын үр дүнг тодорхойлох хүснэгт

u	X_u	Y_{u1}	Y_{u2}	$\bar{Y}_u$	$\sigma^2_{u(Y)}$	$\sigma_{u(Y)}$
1	2	3.31	3.72	3.165	0.004050	0.0636
2	4	3.24	3.32	3.280	0.003200	0.0566
3	6	3.15	3.16	3.155	0.000500	0.0224
4	8	3.08	3.10	3.090	0.000200	0.0141

Туршилтын үр дүнг боловсруулах дэс дараалал

1. Өөрчлөх хүчин зүйл бүрийн X_u утга бүрд гарах үзүүлэлтийн статистик үзүүлэлтийг тодорхойлно.

а. $u = 1, X_1 = 2$ байх үед дундаж:

$$\bar{Y}_1 = \frac{Y_{11} + Y_{12}}{2} = \frac{3.81 + 3.72}{2} = 3.765$$

Дисперси:

$$\sigma^2_{i(Y)} = \sqrt{\frac{(3.81-3.765)^2+(3.72-3.765)^2}{2}} = 0.004050$$

Дундаж квадрат хазайлт:

$$\sigma_{i(Y)} = \sqrt{\sigma^2_{i(Y)}} = \sqrt{0.004050} = 0.0636$$

2. Дисперсийн нэг төрөлийн байх таамаглалыг Кохрены шалгуураар шалгана.

Шалгуурын тооцооны утга .

$$G_K = \frac{\sigma^2_{u\max(Y)}}{\sum_{u=1}^{N}\sigma^2_{u(Y)}} = \frac{0.004050}{0.004050+0.0032+0.0005+0.0002} = 0.540$$

Хүснэгтийн утгыг 4-р хавсралтаас

$G_x[P_u = 0.95, f = m-1 = 2-1; N = 4] = 0.9065$ гэж авна

$G_r < G_x$ байгаа учир дисперсүүд нэгэн төрөлийн байна гэж үзнэ.

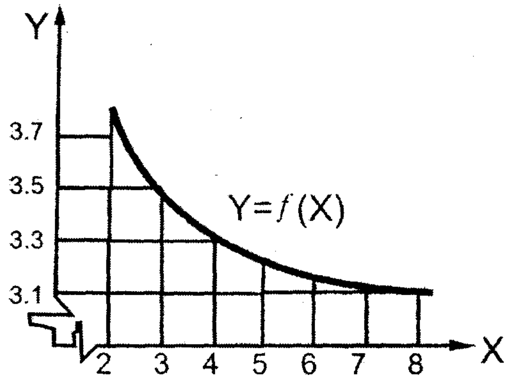
3.Туршилтын дундаж дисперси тодорхойлно.

$$\sigma^2_{дунд(Y)} = \frac{\sum\sigma^2_{u(Y)}}{N} = \frac{0.00750}{4} = 0.001875$$

4. Туршилтын дундаж квадрат хазайлтыг олно.

$$\sigma_{дунд(Y)} = \sqrt{\sigma^2_{дунд(Y)}} = \sqrt{0.001875} = 0.043$$

5. Регрессийн тэгшитгэлийн тохирох хэлбэрийг сонгох: Үүний тулд өгөгдлүүдээр $y=f(x)$ хамаарлын график байгуулъя. (5.9-р зураг)



5.9-р зураг. Утасны таталтаас гогцооны урт хамаарахыг илэрхийлэх график

Графикаас харахад шугаман болон парабол тэгшитгэлийг авч хэрэглэж болохгүй байна. Гэхдээ хялбар энгийн шугаман тэгшитгэл хэрэглэж болох эсэхийг заавал шалгах хэрэгтэй.

6. шугаман тэгшитгэлийг ашиглаж болох эсэхийг шалгана.

Үүнийг шалгахдаа 1-р эрэмбийн хуваагдахгүй ялгаварын шинжилгээний аргыг хэрэглэнэ. Өөрөөр хэлбэл ялгавар $\Delta_{Н}$ -ыг туршилтын дундаж квадрат хэлбийлтийн хоёрлосон утгатай харьцуулна.

$$\Delta^{1}_{Н1} = 3.28 - 3.765 = -0.485$$

$$\Delta^{1}_{Н2} = 3.155 - 3.28 = -0.135$$

$$\Delta^{1}_{Н3} = 3.09 - 3.155 = -0.065$$

$$\Delta^{1}_{Н4} = -0.485 - /-0.065/ = 0.420$$

$$\Delta_{Н} = /-0.485/ - 0.065// = 0.420$$

$$\Delta_{Н} = 0.420 > 2\sigma_{дунд\{y\}} = 0.086$$

байгаа учир шугаман загварыг энэ туршилтад хэрэглэж болохгүй.

Нэгэнт шугаман загварын нөхцөл биелээгүй, график гадаад хэлбэрээрээ параболд тохирохгүй байгаа учир тохирох шугаман биш загварыг сонгоно.

7. тохирох шугаман биш загварыг сонгохын тулд загвар

бүрд хувьсах хэмжигдэхүүн Xu, гарах үзүүлэлт Yu-ын завсарын x_3, y_3 утгуудыг олоход:

$$x_1 = 2 \text{ үед } y_1 = 3.765 \text{ үед } X_N = 8 \text{ үед } y_N = 3.09$$

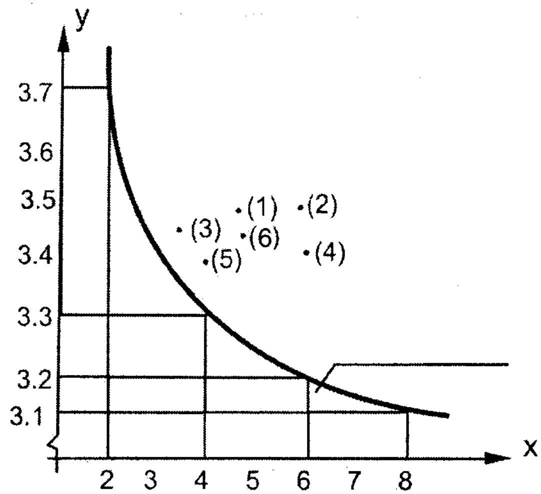
Олсон утгуудыг 5.8-р хүснэгтэд бичив.

5.8-р хүснэгт

Хүчин зүйл ба үзүүлэлтийн завсрын утгыг тодорхойлох хүснэгт

	Завсрын төрөл хэлбэр	Завсрын утга	
		X_3	Y_3
1.	Зэрэгт $Y = a_0 X^{a_1}$	$\sqrt{2 \cdot 8} = 4$	$\sqrt{3.765 \cdot 3.09} = 3.45$
2.	Илэрхийлэл $Y = a_0 a_1^X$	$\frac{2+8}{2} = 5$	$\sqrt{3.765 \cdot 3.09} = 3.45$
3	Гипербол $Y = a_0 + \frac{a_1}{X}$	$\frac{2 \cdot 2 \cdot 8}{2+8} = 3.2$	$\frac{2 \cdot 3.765 + 3.09}{2} = 3.428$
4.	Гипербол $Y = \frac{1}{a_0 + a_1 X}$	$\frac{2+8}{2} = 5$	$\frac{2 \cdot 3.765 \cdot 3.09}{3.765 + 3.09} = 3.398$
5	Гипербол $Y = \frac{1}{a_0 + a_1 / X}$	$\frac{2 \cdot 2 \cdot 8}{2+8} = 3.2$	$\frac{2 \cdot 3.765 \cdot 3.09}{3.765 + 3.09} = 3.398$
.6.	Логарифм $Y = a_0 + a_1 LgX$	$\sqrt{2 \cdot 8} = 4$	$\frac{3.765 + 3.09}{2} = 3.428$

Туршилтын өгөгдлийн дундаж утгуудаар байгуулсан график дээр (5.10-р зураг) завсрын утгуудын харгалзсан цэгүүдээр тодорхойлсон цэгүүдийг од /*/ - оор тэмдэглэе.



5.10-р зураг. Туршилтын өгөгдөлийг илэрхийлэх завсарын төрөл сонгоход зориулсан бүдүүвч

Зургаас харахад 3 болон загвар 5 утгаар олсон цэгүүд графикт ойр, өөрөөр хэлбэр ялгаа $\Delta = |y_g - y_m|$ бага байгаа учир энэ гипербол функцийн аль нэгийг сонгож авъя.

Хэрэв туршилтын гарафикт 2,3 загварт ойр байхаар гарвал тэдгээрийн аль хялбарыг сонгох нь зүйтэй. (гипербол функц лагорифман функцээс хялбар г.м)

Үүн дээр үндэслэн дээрх загвараас загвар - 3 $Y = a_0 + \frac{a_1}{X}$ - ийг сонгож авъя.

5. Сонгож авсан гипербол хэлбэртэй загварын a_0, a_1 коэффициентүүдийг тодорхойлох ёстой. Гэвч шугаман биш загварын коэффициентүүдийг тодорхойлох аргачлал байхгүй. Ийм учир энэ загварыг шугаман загвар болгон хувиргадаг.

Дээрх 5,6-р хүснэгтэнд үзүүлсний дагуу загварын шугам хэлбэр нь:

$$Y_L = a_0 + a_1 X_L,$$
$$X_L = \frac{1}{X}$$ гэж бичигдэнэ.

Коэффициентүүдийг тодорхойлох тэгшитгэлийн системд хувьсах хэмжигдэхүүний өөрчилсөн утгыг тавина. Шугаман хэлбэрт шилжүүлсэн тэгшитгэлийн коэффициентүүдийг хамгийн бага квадратын болон дунджийн аргаар тодорхойлж болно.

Дундажийн аргаар коэффициентүүдийг олоход эхлээд дараах системт тэгшитгэлийг зохионо.

$$a_1\sum_{\mathrm{I}} X_u + a_0 \cdot K = \sum_{\mathrm{I}} \overline{Y}_u$$
$$a_1\sum_{\mathrm{II}} X_u + a_0 \cdot K = \sum_{\mathrm{II}} \overline{Y}_u$$

Энэ системт тэгшитгэлд орох утгуудыг 5.9-р хүснэгтээр өгөв.

5.9-р хүснэгт

a_0, a_1 коэффициентүүдийг олох хүснэгт

	u	x_u	$x_L=\dfrac{1}{x_u}$	$\overline{Y}_u$	Y_{Ku}	$\overline{Y}_u - Y_{Ku}$	$(\overline{Y}_u - Y_{Ku})^2$
$\sum_{\mathrm{I}}$	1	2	0.500	3.765	3.740	0.025	0.000625
	2	4	0.250	3.285	3.305	-0.025	0.000625
$\sum_{\mathrm{II}}$	3	6	0.166	3.155	3.159	-0.004	0.00016
	4	8	0.125	3.090	3.087	0.003	0.0009
							0.001275

Энэ жишээнд нөлөөлөх хүчин зүйлийн утга m=4 учир нэг хэсэгт нэмэгдэх хүчин зүйл x_u үзүүлэлт y_u-ын тоо

$$k=\frac{m}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Системт тэгшитгэлийн томъёонд өгөгдлүүдийг тавибал.

$$a_1 \cdot 0.750 + a_0 \cdot 2 = 7.045$$
$$a_1 \cdot 0.291 + a_0 \cdot 2 = 6.245$$
$$a_1 \cdot 0.459 = 0.800$$
$$a_1 = \frac{0.800}{0.459} = 1.7429$$
$$a_0 = \frac{7.045 - 1.7429 \cdot 0.750}{2} = 2.8689$$

болно. Эндээс бидний сонгосон гиперболын тэгшитгэл

$$Y_K = 2.8689 + \frac{1.7429}{X}$$ болно.

Энэ тэгшитгэлд хүчин зүйлийн x_u утгыг тавьж гарах

үзүүлэлтийн y_u утгыг олж хүснэгтэд бичиж $\overline{Y_u} - Y_{Ru}$,

$\left(\overline{Y_u} - Y_{Ru}\right)^2$ - ийг тус тус олно.

7. Математик загварын тохирч буй эсэхийг шалгах. Үүнийг Фишерийн шалгуураар шалгах бөгөөд шалгуурын тооцооны утга.

$$F_R = \frac{\sigma^2_{тос\{y\}}}{\sigma^2_{dund\{y\}}}$$ томъёогоор тодорхойлогдоно.

Энд:

$$\sigma^2_{тос\{y\}} = \frac{m}{N - N_K} \sum_{i=1}^{m} (Y_u - Y_{Ru})^2 = \frac{2}{4-2} \cdot 0.001275 = 0.001875$$

$$F_R = \frac{0.001275}{0.001875} = 0.68$$

Фишерийн шалгуурын хүснэгтийн утгыг хавсралтаас $F_x\left[P_D = 0.95, f_2 = N - 2 = 2\ f_1 = (2-1)4 = 4\right] = 6.94$ гэж олно.

Бидий жишээнд $F_R = 0.68 < F_x = 6.94$ байгаа учир загварыг төстэй гэж үзнэ

5.4 Олон хүчин зүйлт регрессийн математик загвар зохиох.
Бүрэн хүчин зүйлт туршилт

Нэхмэл хөнгөн үйлдвэрийн салбар болон үйлдвэрлэлийн аль ч салбарын технологи ажиллагаа маш олон хүчин зүйлээс хамаарч байдаг. Эдгээр хүчин зүйл нэг бүрийн технологи ажиллагаанд нөлөөлөх хэмжээний түвшин өөр өөр боловч туршилт судалгааны үед тэдгээрийн нөлөөлөх хэмжээг тооцох шаардлагатай байдаг. Бид олон хүчин зүйлт регрессийн математик загварыг зөв боловсруулж түүнийгээ тооцон бодох машин дээр олон янзын хувилбараар бодож хамгийн оновчтой хэлбэрийг сонгон тогтоовол тэрээр тухайн үйл ажиллагааны эцсийн үр дүн болно. Иймээс энэхүү аргатай танилцъя.

Судлаж буй хүчин зүйлүүдийн утгын боломжтой давтагдахгүй хослолуудыг хэрэгжүүлэх туршилтыг бүрэн хүчин зүйлт туршилт (БХТ) гэж нэрлэнэ.

Туршилтын энэхүү хэлбэр нь олон хүчин зүйлт орон зайн орчны хэсгийг судлах үед хэрэглэгдэх бөгөөд судалгааны үр дүнг боловсруулснаар олон хүчин зүйлт регрессийн загвар **(ОХРЗ) гаргаж авах боломжийг бүрдүүлнэ.**

Бүрэн хүчин зүйлт туршилтын үр дүнд гаргаж авсан ОХРЗ дараах хэлбэрээр бичигдэнэ. Үүнд:

а/ шугаман полином

$$y_R = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots + b_ix_i + \ldots + b_mx_m \qquad (5.31)$$

б/ хоёрдугаар эрэмбийн гүйцэд биш полином

$$Y_R = b_0 + b_1x_1 + \ldots + b_ix_i + \ldots + b_Mx_M + b_{12}x_1x_2 + \ldots + b_{ij}x_ix_j + \ldots + b_{M-1,M}x_{M-1}x_M \qquad (5.32)$$

Энд: y_R-гарах үзүүлэлт тооцооны утга, түүнийг туршилтын үр дүнг боловсруулсаны үр дүнд гаргаж авна.

x_i-хүчин зүйлүүдийн томъёолсон утга (4.13) томъёогоор тодорхойлно.

$b_i b_{ij}$-регрессийн коэффициентүүдийн түүвэр утга, элгээр нь регресийн b_i, b_{ij} коэффициентүүдийн жинхэнэ утгуудын үнэлгээ болно. $i = 1,\ldots,M$; $j = 1,\ldots,M$ -хүчин зүйлүүдийн дугаар $i \neq j$

Бүрэн хүчин зүйлт туршилтанд үндэслэн ОХРЗ-ыг тодорхойлох ажиллагаа дараах үе шатаар явагдана

1. Урьдчилсан туршилт явуулах
2. Бүрэн хүчин зүйлт туршилтыг төлөвлөх
3. Бүрэн хүчин зүйлт туршилт явуулах нөхцлийг олох
4. Туршилтын төлөвлөлтийн дагуу үндсэн туршилт тавих
5. Туршилтын үр дүнг боловсруулах
6. гаргаж авсан загварт (ОХРЗ)-т шинжилгээ хийх

Гарах үзүүлэлтүүдийг хамран хэмжилтийн нарийвчлал, тоог тодорхойлох, тэдгээрийн тархалт хэвийн тархалтын хуульд тохирох эсэхийг шалгах зорилгоор урьдчилсан туршилтыг явуулна.

Бүрэн хүчин зүйлт туршилтын төлөвлөлт нь түүний матрицийг боловсруулах давтан хийгдэх туршилтыг төлөвлөх ба тэдгээрийг санамсаргүйгээр дугаарлах (рандомизация) зэрэг ажлыг багтаадаг.

Олон хүчин зүйлт төлөвлөлтөөр гаргаж авсан ОХРЗ-ын коэффициентүүдийн утгаар гарах хүчин зүйл тус бүрийн төдийгүй тэдгээрийн харилцан үйлчлэлийн нөлөөлөх нөлөөллийг үнэлэн үзэж болдог. Энэ нь түүний уламжлалт төлөвлөлтөөс ялгагдах давуу тал нь юм. (5,13), (5.32) ОХРЗ-ын ререссийн коэффициентүүдийн тоо

$$N_R = M + 1 + C_M^2 \qquad (5.33)$$

томъёогоор тодорхойлогдоно. Энд:

М-туршилтанд авсан хүчин зүйлийн тоо

C_M^2 -хүчин зүйлийн хоёр хоёроороо /n=2/ хосолсон хослолын тоо болно.ОРХЗ (5,31)-ийн хувьд $C_M^2=0$ харин ОРХЗ (5,32)-ын хувьд

$$C_M^2 = \frac{M(M-1)}{2}$$

гэж тодорхойлогдоно.

Хэрэв хүчин зүйл бүрийн утгын тоо ижил R-тэй тэнцүү бол тэдгээрийн бүх боломжтой давтагдахгүй хослолын тоо буюу БХТ матриц дахь туршилтын тоо $N = R^M$ томъёогоор олдоно. БХТ-д , R=2 болно.

Энэхүү томъёоноос харахад хүчин зүйлийн тоо нэмэгдэхэд БХТ-ын матриц дахь туршилтын тоо ихээр нэмэгдэхээр байна. Ийм учраас БХТ-д хүчин зүйлийн тоог дөрвөөс илүүгүй $M \le 4$ авах нь илүү үр дүнтэй байдаг. БХТ-ын матрицыг 2^M гэж тэмдэглэнэ.

Хоёр хүчин зүйлт туршилт явуулах төлөвлөлтийн 2^2 матрицыг 5,10-р хүснэгтэд үзүүлэв. Матрицад хүчин зүйлийн томъёолсон утгыг авав. Хүчин зүйлийн тоо M=2 үед БХТ матриц дахь туршилтын тоо $N = 2^2 = 4$ болно.

5.10-р хүснэгт

БХТ-ын 2^2 төлөвлөлтийн матриц

u	Хүчин зүйлүүд			МҮТ
	x_0	x_1	x_2	
1	+1	-1	-1	(1)
2	+1	+1	-1	a
3	+1	-1	+1	b
4	+1	+1	+1	ab

Хүснэгтэд :

u-матриц дахь туршилтын дугаар

+1=+x –хүчин зүйлийн дээд түвшингийн томъёолсон утга

-1=-x - хүчин зүйлийн доод түвшингийн томъёолсон утга

$x_0 = +1$ - хүчин зүйлийн хуурмаг утга

МҮТ - төлөвлөлтийн матрицын мөрийн үсгэн тэмдэглэгээ

Матрицын бичлэгийг хялбар болгох зорилгоор түүний мөрийн үсгийг латин цагаан толгойн үсгээр тэмдэглэдэг. Энд хүчин зүйлийн дээд түвшингийн томъёолсон утгыг "a", x_2-ыг "b" үсгээр тэмдэглэнэ. Өөрөөр хэлбэл БХТ 2^2 матрицийн мөрүүд $(1),(a),(b),(ab)$ хэлбэртэй.

Матрицын геометрийн дүрс нь квадратын өнцгийн оройн цэгүүдээр тодорхойлогдоно.

Энэхүү квадратын төв нь туршилтын төвд, өөрөөр хэлбэл $0x_1 \cdot x_2$ координатын эхлэл дээр байрлаж байна.

Гурван хүчин зүйлт туршилт явуулах төлөвлөлтийн 2^3 матрицийг 5.11-р хүснэгтэд үзүүлэв.

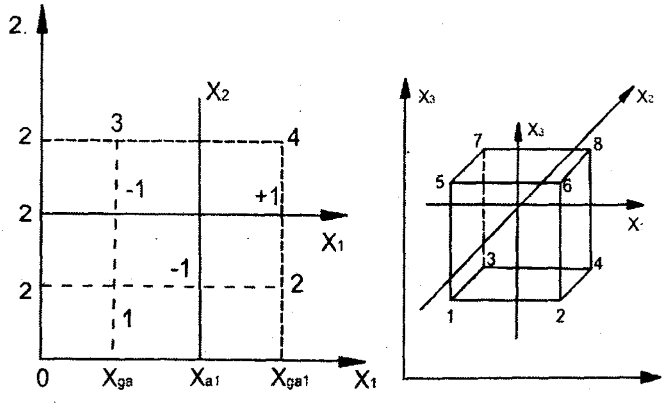
БХТ – ын матриц дахь туршилтын тоо $N = 2^3 = 8$ болно.

БХТ-ын 2^3 төлөвлөлтийн матриц

u	Хүчин зүйлүүд				МҮТ
	x_0	x_1	x_2	x_3	
1	+	-	-	-	(1)
2	+	+	-	-	a
3	+	-	+	-	b
4	+	+	+	-	ab
5	+	-	-	+	c
6	+	+	-	+	ac
7	+	-	+	+	bc
8	+	+	+	+	abc

Энэхүү матрицын мөрүүд (1) a, b, c, ab, ac, bc, abc хэлбэртэй байна.

БХТ – ын 2^3 матрицын геометрын дүрс нь кубын өнцгүүд дээрх оройн цэгүүдээр тодорхойлогддог. Түүний төв нь туршилтын төв буюу OX_1 ,X_2,X_3 координатын эхлэл дээр байрладаг.(5.11-р зураг “б”)



а) б)

5.11-р зураг. БХТ – ын матрицын геометрын дүрс

Дөрвөн хүчин зүйлт ажиллагааны төлөвлөлтийн 2^4 матриц дахь туршилтийн тоо $N = 2^4 = 16$. Матрицын мөрүүд /1/

$$a, b, ab, c, ac, bc, abc, a, b, ab, c, ac, bc, abc,$$

$$d, ad, bc, abd, cd, acd, bcd, abcd$$ болно.

БХТ-ын төлөвлөлтийн марицуудыг (5.10; 5.11-р хүснэгт) авч үзвэл тэдгээр нь дараах шинжтэй байна. Үүнд:

а/ $\sum_{u=1}^{N} x_{iu} = 0, (i = 1,2,...M)$ нь туршилтийн хүчин зүйл үндсэн түвшиндээ харьцангуй тэгш хэмтэй болохыг харуулна.

б/ $\sum_{u=1}^{N} x_{iu}^2 = N$ нь туршилтаар хүчин зүйлүүдийг томъёолох үед хэмжээ тогтоосныг

в/ $\sum_{u=1}^{N} x_{iu} x_{ju} = 0, (i = 1,2,...M; j = 1,2,...M; i \neq j)$ -энэ нь матриц ортогональ шинжтэй болохыг тус тус тодорхойлно.

Хэрэв туршилтын төлөвлөлтийн матриц ортогональ шинжийг агуулж байвал түүнийг ашиглан тодорхойлох регрессийн математик загварын коэффициетүүд хоорондоо харилцан хамааралгүй тэдгээрийн дисперсүүд бага юмуу тэнцүү гэж үзнэ. Туршилтын төвөөс ижил зайд байрлах цэгүүдийн хувьд гарах үзүүлэлт Y_R -ийн дисперси ижил юмуу тэнцүү байна.

$$\sigma^2_{\{Y_u\}} = \frac{\sigma_r^2}{m \cdot N}\left(1 + \rho^2\right) = const \qquad (5.36)$$

Энд: $\rho = \sum_{i=1}^{M} x_i^2$ болно.

Матрицын энэ чанарыг ***ротатабель чанар*** гэнэ. Энэ чанар нь ОХРЗ-ыг оновчтой горим тогтоох үед хэрэглэх нь ашигтай байдаг.

Туршилтын төлөвлөлтийн матриц дахь туршилтууд хоёроос доошгүй давтагдсан байх ёстой. Тэдгээрийн дарааллыг санамсаргүй тоогоор дугаарлана.

Туршилт бүрийг гурав дахин хийж (m=3) БХТ-ын төлөвлөлтийн 2^3 матрицийг зохиосон байдлыг 5.12-р хүснэгтэд үзүүлэв. Нийт туршилтын тоо $N \cdot m = 2^3 \cdot 3 = 24$ болно. Эдгээр туршилтын санамсаргүй дарааллыг тогтооход тоон хүснэгт (хавсралт) ашигладаг.

5.12-р хүснэгт

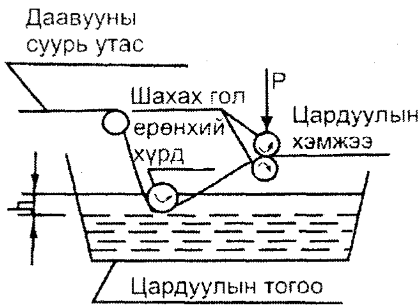
Төлөвлөлтийн 2^3 матриц ба туршилтын санамсаргүй дараалал

u	Хүчин зүйл				Туршилтын давталттай дараалал			Гарах үзүүлэлт			Дундаж
	x_0	x_1	x_2	x_3	1	2	3	Y_{u1}	Y_{u2}	Y_{u3}	$\bar{Y}_u$
A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	+	-	-	-	13	24	12	Y_{13}	Y_{24}	Y_{12}	$\frac{Y_{13}+Y_{24}+Y_{12}}{3}$
2	+	+	-	-	4	19	14	Y_4	Y_{19}	Y_{14}	$\frac{Y_4+Y_{19}+Y_{14}}{3}$
3	+	-	+	-	3	9	22	Y_3	Y_9	Y_{22}	$\frac{Y_3+Y_9+Y_{22}}{3}$
4	+	+	+	-	23	5	1	Y_{23}	Y_5	Y_1	$\frac{Y_{23}+Y_5+Y_1}{3}$
5	+	-	-	+	15	7	20	Y_{15}	Y_7	Y_{20}	$\frac{Y_{15}+Y_7+Y_{20}}{3}$
6	+	+	-	+	18	21	17	Y_{18}	Y_{21}	Y_{17}	$\frac{Y_{18}+Y_{21}+Y_{17}}{3}$
7	+	-	+	+	8	10	6	Y_8	Y_{10}	Y_6	$\frac{Y_8+Y_{10}+Y_6}{3}$
8	+	+	+	+	16	2	11	Y_{16}	Y_2	Y_{11}	$\frac{Y_{16}+Y_2+Y_{11}}{3}$

5.12-р хүснэгтэнд $y_1, y_2, ..., y_{24}$ нь туршилт бүрд гарах үзүүлэлтийн утга.

Хүснэгтээс харахад эхний туршилт нь төлөвлөлтийн матрицийн u =4 дүгээр мөрийн гурав дахь $v = 3$ давталтад харгалзаж байна. Энэ үед гарах үзүүлэлтийн утга $y_{4,3} = 1$ болно. Судлаач туршилт явуулах төлөвлөгөөг зохиосныхоо дараа түүнийг гүйцэтгэх нөхцлийг, өөрөөр хэлбэл хүчин зүйлүүдийн үндсэн түвшин (x_{0j}) өөрчлөгдөх хүрээ J_i дээд ба доод түвшингийн $x_{дээдi}, x_{доодi}$ утгуудыг тогтооно. Энэ бүгдийг хийж гүйцэтгэсний дараа судлаач үндсэн туршилт явуулах ажиллагаанд орно.

Жишээ 5.3 Даавууны сууръ утсан дахь цардуулын хэмжээ U нь түүний цардуулын тогоонд байрлах гүн $x_1 = h$ шахах голд үйлчлэх хүч $x_2 = P$ хоёроос хэрхэн хамаарах хамаарлыг судлахдаа БХТ ашигласан жишээ авч үзье. (5.12-р зураг)



5.12-р зураг. Суурь утсыг цардах ажиллагааны бүдүүвч

Туршилт явуулах нөхцлийг 5.13-р хүснэгтэд үзүүлэв.

5.13-р хүснэгт

Хүчин зүйлүүд	Хүчин зүйлүүдийн түвшин			Өөрчлөлтийн завсрын утга
	Доод	үндсэн	Дээд	
X_1 суурь утасны суултын гүн, h см	10	12.5	15	2.5
X_2 шахах голд үйлчлэх хүч, P кг	100	150	200	50
Томъёолсон утга	-1	0	+1	-

Туршилт явуулах нөхцөл

Төлөвлөлтийн матрицын дагуу туршилт явуулан гаргаж авсан үзүүлэлтүүдийн (y) буюу суурь утсан дахь цардуулын хэмжээг 5.14-р хүснэгтээр өгөв.

5.14-р хүснэгт

Туршилтын матриц ба үзүүлэлт

u	Стандартын матриц			Ажлийн нөхцөл/матриц/		Гарах үзүүлэлт		дундаж	дисперси
	Хүчин зүйлүүд			Хүчин зүйлүүдийн бодит утга					
	x_0	x_1	x_2	X_1	X_2	y_{u1}	y_{u2}	y_u	σ_y^2
1	+	-	-	10	100	7,10	07,20	7,15	0,005
2	+	+	-	15	100	7,80	7,80	7,80	0,000
3	+	-	+	10	200	6,50	6,30	6,40	0,020
4	+	+	+	15	200	6,80	7,10	6,95	0,045

БХТ-ын үр дүнг хойно дурьдсан дэс дарааллаар боловсруулна. Үүнд:

1.Хэрэв туршилтын давталт mm > 2 бол өмнө үзсэн аргачлалын дагуу хэт ялгаатай үзүүлэлтүүд байгаа эсэхийг тодорхойлж, байгаа тохиолдолд хасна.

2. Хэрэв туршилтын давталт mm > 2 бол үзүүлэлтүүдийн утга хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байгаа эсэхийг шалгана.

3. Туршилтын үзүүлэлтүүдийн дисперси нэгэн төрлийн эсэхийг Кохрены шалгуураар шалгана. Энэ шалгуурын тооцооны утга дараах байдлаар тодорхойлогдоно.

$$G_R = \frac{\sigma^2_{u\max\{y\}}}{\sum_{u=1}^{N}\sigma^2_{u\{y\}}} = \frac{0.045}{0.005+0.0+0.020+0.045} = \frac{0.045}{0.070} = 0.643$$

Кохрены шалгуурын хүснэгтийн утга (6-р хавсралт)

$$G_x \cdot \left[P_u = 0.95, f_{\sigma_u^2} = m-1 = 2-1 = 1; N = 4\right] = 0.9065$$

болно. Эндээс $G_R = 0.634$ < $G_x = 0.9065$ учир давтан хийх туршилтын тоог нэмэх шаардлагагүй. Харин дээрх нөхцөл биелээгүй тохиолдолд давтан хийх туршилтын тоог нэмэх хэрэгтэй болдог.

4. ОХРЗ-ын (5.31) (5.32) регресийн коэффициентүүдийг

тодорхойлно. Регрессийн коэффициентүүд дараах томъёогоор тодорхойлогдоно.

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{0u} Y_u = \frac{\sum_{u=1}^{N} \overline{Y_u}}{N} \tag{5.37}$$

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu} Y_u \; (i=0,1,\ldots,M) \tag{5.38}$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu} x_{ju} \overline{Y_u} \; (i \neq j) \tag{5.39}$$

$$b_{ijk} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu} x_{ju} x_{eu} \overline{y_u} \, (i \neq j \neq e) \tag{5.40}$$

Хүснэгтэд байгаа өгөгдлүүдийг дээрх томъёонд орлуулан тавьж коэффициентүүдийн утгыг олвол

$$b_0 = \frac{1}{4}(7.15 + 7.80 + 6.4 + 6.95) = 7.075$$

$$b_1 = \frac{1}{4}[(-1)7.15 + (+1)7.80 + (-1)6.4 + 6.95] = 0.3$$

$$b_2 = \frac{1}{4}[(+1)7.15 + (-1)7.80 + (+1)6.4 + 6.95] = -0.4$$

$$b_{12} = \frac{1}{4}[(-1)(-1)7.15 + 1\cdot(-1)7.80 + 1\cdot(-1)6.4 + 1\cdot 1\cdot 6.95] = -0.025$$

Тооцооны үр дүнд дараах олон хүчин зүйлт регрессийн математик загварыг гаргаж авна.

$$y_R = 7.075 + 0.3x_1 - 0.4x_2 - 0.025x_1x_2$$

Энэ нь судлаж байгаа технологи ажиллагааг илэрхийлэх эцсийн загвар биш. Дээрх коэффициентүүдийн утгыг шалгасны дараа загварын эцсийн хэлбэрийг тогтооно.

5. Регрессийн коэффициентүүдийн утгыг Стьюдентын шалгуураар шалгана. Үүний тулд уг шалгуурын тооцооны утга $t_R\{b_i\}$-ыг хүснэгтийн утга t_x-тай харьцуулна. Хэрэв $t_R\{b_i\} > t_x$ нөхцөл биелвэл уг коэффициентүүдийг гаргаж авсан математик загварт үлдээнэ, эс биелвэл загвараас хасна.

Стьюдентийн шалгуурын тооцооны утгыг

$$t_{R\{bi\}} = \frac{|bi|}{\sigma\{_{bi}\}} \qquad (5.41)$$

томъёогоор тодорхойлно.

Энд: $\sigma_{\{bi\}}$-регрессийн коэффииентийн дундаж квадрат хэлбийлт ортогональ шинж чанартай матрицын хувьд регрессийн коэффициентүүдийн дисперси ижил $\sigma^2_{\{bo\}} = \sigma^2_{\{boj\}} = \sigma^2_{\{boe\}}$ учир

$$\sigma^2_{\{bi\}} = \frac{1}{N}\sigma^2_{\{y\}} \qquad (5.42)$$

гэж олдоно. Эндээс:

$$\sigma^2_{\{y\}} = \frac{1}{m}\sigma^2_{\hat{c}y\{y\}} \qquad (5.43)$$

Гарах үзүүлэлтүүдийн дисперси нэгэн төрлийн учраас дундаж дисперси дараах томъёогоор тодорхойлогдоно.

$$\sigma^2_{\hat{c}y\{y\}} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} \sigma^2_{u\{y\}} \qquad (5.44)$$

Авч үзэж буй жиш

ээний өгөгдлүүдийг (5.14-р хүснэгт) ашиглан регрессийн коэффициентүүдийн дисперси ба Стьюдентийн шалгуурын тооцооны утгыг олъё.

$$\sigma^2_{\hat{c}y\{y\}} = \frac{1}{4}(0.070) = 0.0175$$

$$\sigma^2_{\{y\}} = \frac{0.0175}{2} = 0.0875$$

$$\sigma^2_{\{bi\}} = \frac{1}{4}(0.00875) = 0.002188$$

$$\sigma_{\{bi\}} = 0.04677$$

Дээр дурьдсан ёсоор бүх коэффициентэд энэ утгыг ашиглана.

$$t_{R\{b_0\}}=\frac{7.075}{0.04677}=151.27;t_{R\{b_1\}}=\frac{0.3}{0.04677}=6.41$$

$$t_{R\{b_2\}}=\frac{0.4}{0.04677}=8.55;t_{R\{b_{12}\}}=\frac{0.25}{0.04677}=0.53$$

Стьюдентийн шалгуурын хүснэгтийн утга (2-р хавсралтаас)

$t_x\left[P_u=0.95,f_{\sigma_y^2}=N(m-1)=4(2-1)=4\right]=2.776$ гэж олдов.

Олсон шалгуурын тооцооны ба хүснэгтийн утгыг харьцуулан үзэхэд регресийн тооцооны b_0, b_1, b_2, b_{12} коэффициентүүдийн дотроос b_{12} коэффициентийн утга хэрэгсэхгүй үлдэхээр байна. Коэффициентүүдийн утгагүй гарах нь зөвхөн уг хүчин зүйлийн нөлөөлөөс хамаарахгүй түүний өөрчлөлтийн хүрээнээс хамаардаг болохыг судлаач мэдэх ёстой. Хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээ хэт бага тохиолдолд түүний нөлөөллийг илэрхийлэх коэффициент утгагүй гарч болно. Регрессийн коэффициентүүдийн өөрчлөгдөх магадлалт хүрээний хязгаар $b_i-E_{\{b_i\}}\le\beta_i\le b_i+E_{\{b_i\}}$ гэж тодорхойлно.

Энд: $E_{\{b_i\}}=t_{n1}\left[P_n;f_{\{\sigma_y\}^2}\right]\sigma_{\{b_i\}}$ - регрессийн коэффициентийн алдаа

Ортогональ матрицын хувьд регрессийн коэффициентүүд хоорондоо хамааралгүй учраас тэдгээрийн магадлалт загварыг тус тусад нь тодорхойлно. Мөн ямар нэг коэффициентийн утга хэрэгсэгдэхгүй тохиолдолд бусдыг дахин тооцоолохгүйгээр түүнийг хасаж болно.

Утга бүхий коэффициентүүдийг авснаар бидний судлаж буй цардах ажиллагааг илэрхийлэх ОХРЗ дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$y_R=7.075+0.3x_1-0.4x_2 \qquad (5.45)$$

6. Гаргаж авсан загварын төсөөтэй байдлыг шалгах, өөрөөр хэлбэл дээрх тэгшитгэл үндсэн утсан дахь цардуулын хэмжээ нь цардах голын суулт, шахах гол дээрх даралтын хүчний хэмжээнээс хамаарах хамаарлыг бүрэн илэрхийлж чадах эсэхийг шалгах шаардлагатай.

Шугаман хэлбэрийн математик загварын тесеетэй байдлыг шалгахдаа дараах зүйлийг анхаарах зүйтэй. Үүнд:

а/ хэрэв хүчин зүйлүүдийн харилцан зөвхөн ганц коэффициент утгатай бол загварыг тесеетэй биш гэж үзнэ.

б/ ОХРЗ-ыг $N - N_K > 0$ байх нөхцөлд л шалгаж болно. Загварын тесеетэй байдлын шалгахдаа Фишерийн шалгуур ашигладаг. Энэ шалгуурын тооцооны ,$|F_R|$ утгыг хүснэгтийн $|F_x|$ утгатай харьцуулж үзнэ. Хэрэв $F_R < F_x$ нөхцөл биелвэл ОХРЗ-ыг төстэй гэж үзнэ.

Фишерийн шалгуурын тооцооны утга

$$F_R = \frac{\sigma^2_{төс\{y\}}}{\sigma^2_{\{y\}}} \tag{5.46}$$

томъёогоор тодорхойлогдоно.

Энд: - $\sigma^2_{төс\{y\}}$ Загварын төстэй байдлыг тодорхойлогдох дисперси

$$\sigma^2_{төс\{y\}} = \frac{m}{N - N_k}\sum_{u=1}^{N}\left(\overline{Y_u} - \overline{Y_{Ru}}\right) \tag{5.47}$$

Энд:

m -туршилтын давтан хийх тоо

N_R-регрессийн утга бүхий коэффициентүүдийн Стьюдентийн шалгуураар шалгахад утгатай үлдсэн коэффициентийн тоо болно.

Хүчин зүйлийн y_u утгыг томъёо (5.44)-өөр тооцоолохдоо 5.14-р хүнэгтийн өгөгдлүүдийг ашиглана. Жишээ нь:

$u = 1$ үед $y_{R1} = 7.075 + 0.3 \cdot (-1) - 0.4 \cdot (-1) = 7.175$

Загварын төстэй байдлын дисперси $\sigma^2_{төс\{y\}}$ –ыг тодорхойлохын тулд 5.15-р хүснэгтэд өгсөн өгөгдлүүдийг ашиглана.

5.15-р хүснэгт

Төстэй байдлын дисперси тодорхойлоход шаардагдах өгөгдөл

u	x_1	x_2	y_u	y_{Ru}	$(\overline{y_u} - y_{Ru})$	$(\overline{y_u} - y_{Ru})^2$
1	-	-	7,15	7,175	0,025	0,000625
2	+	-	7,80	7,775	0,025	0,000625
3	-	+	6,40	76,375	0,025	0,000625
4	+	+	6,95	6,975	0,025	0,000625
$\sum_{u=1}^{R}$	-	-	-	-	-	0,0025

Төстэй байдлын дисперсиийг тодорхойлвол:

$$\sigma^2_{төс\{y\}} = \frac{2}{4-3} 0.0025 = 0.0050$$

$$F_R = \frac{0.0050}{0.0175} = 0.208$$

Фишерийн шалгуурын хүснэгтийн утга дараах /хавсралт/ байдлаар олдоно.

$$F_x \left[P_u = 0.95, f_1 = N(m-1) = 4(2-1) = 4; f_2 = N - N_R = 4 - 3 = 1 \right] = 7.71$$

Эндээс $F_R = 0.208 < F_x = 7.71$ учир загварыг төстэй гэж үзнэ. Загвар дараах тохиолдолд төстэй биш гарч болно. Үүнд:

а/ регрессийн коэффициент буруу тодорхойлогдсон бол

б/ тухайн технологи ажиллагааг хоёрдугаар эрэмбийн загвараар илэрхийлэх шаардлагатай бол

Математик загвар гаргаж авсныхаа дараа судлаач түүндээ шинжилгээ хийх шаардлагатай.

Регрессийн коэффициентүүдийн хэмжээ (b_i) нь тухайн хүчин зүйлийн гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх нөлөөллийн зэргийг тодорхойлдог. Регрессийн коэффициентийн хоёрлосон утгыг $(B_i = 2b_i)$ хүчин зүйлийн нөлөөллийн зэрэг гэж нэрлэнэ. Энэхүү хүчин зүйлийн утга доод түвшингээс дээд түвшинд шилжих үед гарах үзүүлэлт хэрхэн өөрчлөгдөхийг харуулдаг.

Регрессийн коэффициентүүдийн утга хэдий чинээ их байна түүний нөлөөлөл төдий чинээ их байна гэж үзнэ. Ийм үед регрессийн коэффициентүүдийн утгаар үйл ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйлүүд гарах үзүүлэлтэд хэрхэн нөлөөлөх байдлаар нь зэрэглэж болдог. Бидний жишээнд $b_1 = 0.3; b_2 = -0.4$ байгаа учир илүү нөлөөтэй хүчин зүйл нь $b_2 = -0.4$ коэффициенттэй x_2 үзүүлэлт болно.

Эндээс харахад шахах гол дээрх даралтын Р хүч нь суурь утсан дахь цардуулын хэмжээнд суух h гүний хэмжээнээс илүү нөлөөлдөг болох нь харагдаж байна. Регрессийн коэффициентүүдийн өмнөх тэмдэг нь тэдгээрийн гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх шинж чанарыг илтгэнэ. Коэффициентийн өмнөх нэмэх тэмдэг нь уг хүчин зүйл гарах үзүүлэлтэд эерэг нөлөөтэйг, хасах тэмдэг нь сөрөг нөлөөтэйг тус тус заадаг.

Өөрөөр хэлбэл нэмэх тэмдэг бүхий хүчин зүйлийн утгыг нэмбэл гарах үзүүлэлтийн утга өөрчлөгдөнө гэсэн үг юм.

Бидний жишээнд нэмэх тэмдэгтэй, коэффициентийн X_1хүчин зүйл буюу суурь утасны суултын гүнийг ихэсгэхэд түүний цардуулын хэмжээ ихэсч, харин хасах тэмдэгтэй коэффициенттэй X_2 хүчин зүйл буюу шахах голын даралтыг ихэсгэхэд уг үзүүлэлтийн хэмжээ багасч байна гэж үзнэ.

Математик загварыг шинжлэх үед гаргаж авсан хүчин зүйлүүдийн нөлөөллийн зэрэг, шинж чанарын тухайн дүгнэлт нь онолын буюу нэгэн хүчин зүйлт туршилтын дүнгээр гаргасан дүгнэлттэй дараах шалтгаанаас болж нийцэхгүй байж болно. Үүнд:

а/ судалж буй загвар нь тусгалын гадаргын локаль хэсэгт тохирч байхад онолын буюу нэг хүчин зүйлт туршилтын шинжилгээ өргөн мужид тохирч байж болно.

б/ хүчин зүйлийн гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх шинж чанар нь олон хүчин зүйлт туршилтын үед өөрчлөгдөж болно.

в/ олон хүчин зүйлт туршилт явуулахад алдаа гарсан байж болно.

7. Хүчин зүйлүүдийн бодит утгатай үеийн регрессийн загварын коэффициентүүдийг тодорхойлно.

Гарах үзүүлэлтийн утгыг урьдчилан мэдэх, үйлдвэрлэлийн технологийн горимыг өөрчлөн тохируулах зэрэг үйл ажиллагаанд ОХРЗ –ыг ашиглахын тулд хүчин зүйлүүдийн бодит утгатай регрессийн загварыг гаргаж авна.

Хүчин зүйлүүд томъёолсон x_i утгатай бол гаргаж авсан регрессийн b_i коэффициентүүдийг түүний бодит X_i утгатай үеийн регрессийн a_i коэффициентэд шилжүүлнэ. Үүний тулд дараах томъёог ашиглана.

$$a_0 = b_0 - \sum_{i=1}^{M} \frac{b_i x_{oi}}{I_i} \qquad (5.48)$$

$$a_1 = \frac{b_1}{J_1} \qquad (5.49)$$

Хүчин зүйдүүдийн бодит утгатай үеийн ОХРЗ

$$Y_R = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$$

хэлбэрээр бичигдэнэ. Бидний авч үзэж байгаа жишээнд

$$a_0 = 7.075\left[\frac{0.3\cdot 12.5}{2.5} + \frac{(-0.4)\cdot 150}{50}\right] = 6.775$$

болно.

$$a_1 = \frac{0.3}{2.5} = 0.12$$

$$a_2 = \frac{(-0.4)}{50} = -0.008$$

$$y_R = 6.775 + 0.12x_1 - 0.008x_2$$

Энд байгаа коэфициентүүдийн утгаар тэдгээрийн нөлөөллийн зэргийг үнэлж болохгүй харин дээрх загварын хүчин зүйлүүдийн утганд тэдгээрийн бодит утгыг орлуулан тавих замаар түүнийг шалгана.

5.5 Хоёрдугаар эрэмбийн олон хүчин зүйлт регрессийн математик загвар зохиох

Судалгааны объектыг математикийн загвар хэлбэрээр илэрхийлэхэд зориулан гаргаж авсан регрессийн шугаман тэгшитгэл түүний мөн чанарыг илэрхийлж чадахгүй (төсөөтэй биш) байгаа тохиолдолд хоёрдугаар эрэмбийн математик загвар зохиох шаардлагатай байдаг. Өөрөөр хэлбэл тухайн үйл ажиллагаанд нөлөөлөх хүчин зүйлийн үзүүлэлтийн хамаарал огторгуйн системд дүрслэгдэнэ гэсэн үг. Координатын тэнхлэгээр нь хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх утга харгалзах тэрхүү гадаргуур **хүчин зүйлийн гадаргуу** гэж нэрлэнэ. Хоёр хүчин зүйлт ажиллагаа (объект)-ны хүчин зүйлийн гадаргуур зурагт үзүүлэв. Хүчин зүйлийн гадаргуур ямарч дүрсээр илэрхийлж болох бөгөөд энэ дүрсийг илэрхийлэх тэгшитгэлийг хоёрдугаар эрэмбийн регрессийн тэгшитгэл гэнэ.

Хоёрдугаар эрэмбийн регрессийн тэгшитгэл

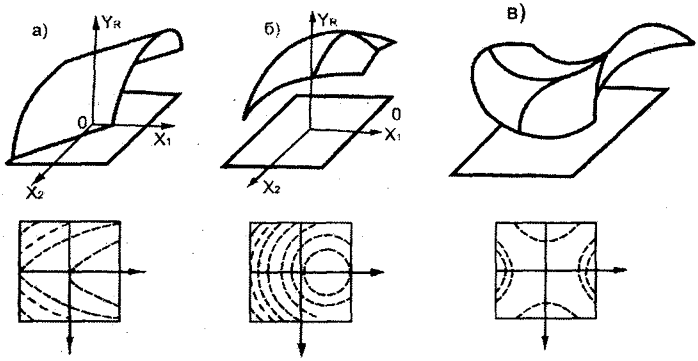
$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i x_i + \sum_{\substack{i;1 \\ i=j \\ j=1 \\ i\neq j}}^{n} b_{ij} x_i x_1 + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} x_i^2 \qquad (5.50)$$

хэлбэртэй бичигдэнэ.

Туршилтын ажлын математик төлөвлөгөөг үндэслэн

Д.Бокс, К.Уилсон нар хүчин зүйлийн нарийн нийлмэл дүрсийг малгай хэлбэрээр дүрслэн түүнийгээ регрессийн тэгшитгэлээр илэрхийлэх санаа дэвшүүлсэн байдаг.

Хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх утгад харгалзсан үзүүлэлтийн утгаар нь байрлуулсан гадаргыг **тусгалын гадаргуу** гэнэ. Тусгалын гадаргууг хоёрдугаар эрэмбийн тэгшитгэлээр илэрхийлэх үед хүчин зүйлийг зөвхөн хоёр утгаар биш хэд хэдэн утгаар өөрчилнө. Ингэсний дүнд тухайн ажиллагааны өөрчлөлтийн шаардлагатай мэдээллийг авч чадна. Үүнтэй уялдуулан хүчин зүйлийг 3 ба 5 утгаар өөрчлөх төлөвлөлт явуулдаг.



5.13-р зураг. Хоёрдугаар эрэмбийн хоёр хүчин зүйлт загварын геометрийн дүрс

Төвийн компоцизит туршилт (ТКТ)-ын тоо

$$N = 2^R + 2R + n_0 = n_г + n_\alpha + n_0 \qquad (5.51)$$

томъёогоор тодорхойлогдоно.

Энд:

R-нөлөөлөх хүчин зүйлийн тоо

$n_г$-туршилтын голомтын цэгт хийгдэх туршилтын тоо

n_α -одтой цэг дээрх туршилтын тоо болно

n_0-үндсэн утган дээрх туршилтын тоо болно.

Хүчин зүйлийн тоо $R \le 7$ байх үед ротатабель төлөвлөлтийн матриц зохиоход шаардагдах бүх өгөгдлийг 5.16-р хүснэгтэд үзүүлэв.

5.16-р хүснэгт

R=7үед ротатабель төлөвлөлтийн матриц зохиоход шаардагдах утга

Нөлөөлөх хүчин зүйлийн тоо	Голомт цэг дээрх туршилт n_y	Алслагдсан цэг дээрх туршилт n_α	Үндсэн цэг дээрх туршилт n_0	Алслагдсан цэгийн мөрийн хэмжээ α	Туршилтын нийт тоо N	Голомт цэг дээрх туршилтын төрөл
2	4	4	5	1,414	13	БХТ
3	6	6	6	1,682	20	БХТ
4	16	8	7	2,000	31	БХТ
5	32	10	10	2,378	52	БХТ
5	16	10	6	2,000	32	ХХТ
6	64	12	15	2,828	91	БХТ
6	32	12	10	2,378	53	ХХТ
7	128	14	21	3,338	163	БХТ
7	64	14	14	2,828	92	ХХТ

Нөлөөлөх хүчин зүйлийн тоо R=2, R=3 байх үеийн хоёрдугаар эрэмбийн ротатабель төлөвлөлтийн матрицыг 5.17, 5.18-р хүснэгтүүдэд харгалзуулан үзүүлэв.

Хүчин зүйлийг томъёолсон болон бодит утгыг холбох (4.7) тэгшитгэлийг ашиглан туршилт явуулахад тохиромжтой ажлын матрицыг стандартын матрицаас сонгон авч зохионо. (5.17-р хүснэгт)

Туршилтын үр дүн нь тэгшитгэлийн коэффициентийг тодорхойлох, тэдгээрийн утгыг үнэлэх хоёрдугаар эрэмбийн загварын төстэй байдлыг шалгахад шаардлагатай.

5.17-р хүснэгт

Хоёр хүчин зүйлт ТКТ (R=2) туршилтын матриц

	Төлөвлөлтийн Стандартын матриц		Ажлын матриц		Гарах үзүүлэлт	5.4-р жишээний гарах үзүүлэлтийн тооцооны утга	
	x_1	x_2	C,: % X_1	t,° C,: X_2	$\overline{Y_u}$	$\hat{Y}_u$	$(\overline{Y_u} - \hat{Y})^2$
1	+	+	2.4	100	50	49.9	0.01
2	-	+	1.4	100	67	65.2	3.24
3	+	-	2.4	40	60	62.4	5.76

4	-	-	1.4	40	70	70.6	0.36
5	-1.414	0	1.2	70	70	68.1	3.61
6	1.414	0	2.6	70	50	51.5	2.25
7	0	-1.414	1.9	28	72	70.6	1.96
8	0	1.414	1.9	112	56	57.5	2.25
9	0	0	1.9	70	62	64	4.00
10	0	0	1.9	70	64	64	0.00
11	0	0	1.9	70	68	64	16.00
12	0	0	1.9	70	64	64	0.00
13	0	0	1.9	70	62	64	4.00

$\sum = 815 \quad 821{,}8$

5.18-хүснэгт

Гурван хүчин зүйлт ТКТ (R=3) туршилтын матриц

Туршилтын дараалал	Нөлөөх хүчин зүйлийн стандартын утга			Үзүүлэлтийн дундаж утга
	x_1	x_2	x_3	$\overline{Y}$
1	+	+	+	20.67
2	+	+	-	17.32
3	+	-	+	16.90
4	+	-	-	16.72
5	-	+	+	15.54
6	-	+	-	15.39
7	-	-	+	15.22
8	-	-	-	15.13
9	-1.68	0	0	15.19
10	1.68	0	0	17.01
11	0	-1.68	0	13.96
12	0	1.68	0	15.76
13	0	0	-1.68	15.48
14	0	0	+1.68	15.96
15	0	0	0	15.97
16	0	0	0	16.00
17	0	0	0	15.10
18	0	0	0	14.90
19	0	0	0	14.78
20	0	0	0	16.07

Хоёрдугаар эрэмбийн ротатабель төлөвлөлтийн үед туршилтын өгөгдлийг боловсруулах үед тооцооны ажиллагаа ихтэй байдаг. Ийм учраас тооцоог стандартын матриц ашиглан тооцоолон бодох машин дээр гүйцэтгэнэ. Зарим тохиолдолд R<5 байх үед тооцоог гараар хийж болно. Энэ тохиолдолд регрессийн тэгшитгэлийг зохиоход дараах томъёог ашиглана.

$$b_0 = a_1 \sum_{1}^{N} \overline{Y}_{u} - a_2 \sum_{1}^{R} \sum_{1}^{N} X_{iu}^2 \overline{Y}_{u} \qquad (5.52)$$

$$b_i = a_3 \sum_{1}^{N} x_{iu} \overline{Y}_{u} \qquad (5.53)$$

$$b_{ij} = a_4 \sum_{1}^{N} x_{iu} x_{ju} \overline{Y}_{u} \qquad (5.54)$$

$$b_{ii} = a_5 \sum^{N} x_{iu}^2 \overline{Y}_{u} + a_6 \sum^{R} \sum^{N} x_{iu}^2 \overline{Y} - a_7 \sum^{N} \overline{Y}_{u} \qquad (5.55)$$

Энд; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ регресийн тэгшитгэлийн гишүүн тус бүрийн өмнө байх утга (коффициент)-ийг тодорхойлоход оролцох коффициент. Эдгээр коффициентийн утгыг нөлөөлөх хүчин зүйлийн тооноос хамааруулан 5.19-р хүснэгтээс авна.

5.19-р хүснэгт

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ коффициентүүдийг тодорхойлох хүснэгт

Нөлөөлөх хүчин зүйлийн тоо R	Нийт туршилтын тоо N	Коэффициентүүд						
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
2	13	0.2000	0.1000	0.1250	0.2500	0.1250	0.0167	0.1000
3	20	0.1663	0.0568	0.0732	0.1250	0.0625	0.0069	0.0568
4	31	0.1428	0.357	0.0417	0.0625	0.0312	0.0037	0.0357
5	32	0.1591	0.0341	0.0417	0.0625	0.0312	0.0028	0.0341
5	52	0.0988	0.0191	0.0231	0.0312	0.0156	0.0015	0.0191
6	53	0.1108	0.0187	0.0231	0.0312	0.0156	0.0012	0.0187
6	91	0.0625	0.0098	0.0125	0.0156	0.0078	0.0005	0.0098
7	92	0.0730	0.0098	0.0125	0.0156	0.0078	0.0005	0.0098
7	163	0.0398	0.0052	0.0066	0.0078	0.0039	0.0002	0.0082

Тайлбар: Од (*) –оор тэмдэглэсэн нь туршилтын голомт хэсэг нь ХХТ болно. Хоёрдугаар эрэмбийн ротатабель төлөвлөлтийн онцлогийг нэхмэлийн үйлдвэрийн судалгаанд хэрэглэсэн жишээ авч үзвэ

Жишээ 5.4 Технологийн гол шалгуур үзүүлэлт нь (Y_u) нөлөөлөх (R=2) хүчин зүйлээс хамаарах хамаарлыг тогтооё. Үүний тулд 5.17-р хүснэгтэд үзүүлсэн төлөвлөлтийн матрицыг хэрэглэв. Үзүүлэлт хоёр хүчин зүйлээс хамаарах учир 5.16-р хүснэгтээс харахад матриц дахь нийт туршилтын тоо (N=13) байна. Үүнээс үндсэн цэг дээрх давтагдах туршилтын тоо n_0=5, голомт цэг дээрх тоо n_r=4; алслагдах цэг дээрхи туршилтын тоо $n_\alpha = 4$, алслагдсан цэгийн мөр $\alpha = \pm 1.41$ байна. Нөлөөлөх хүчин зүйлийн томъёолсон утгад харгалзах түүний бодит утга өөрчлөгдөх хүрээг 5.20-р хүснэгтэд үзүүлэв.

5.20-р хүснэгт

Хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх утга

Нөлөөлөх хүчин зүйл	Нөлөөлөх хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх утга					өөрчлөгдөх хүрээ J_i
	-1.414	-1	0	+1	+1.414	
Уусмалын концентраци %, X_1	1.2	1.4	1.9	2.4	2.6	0.5
t-уусмалын температур °C °C X_2	-28	40	70	10	112	30

Алслагдсан цэгүүд дээрх хүчин зүйлийн бодит утгыг олохдоо түүний томъёолсон утгын харьцааг илэрхийлэх илэрхийлэл ашиглаж

$x_1 = \dfrac{c-1.9}{0.5}$; $x_2 = \dfrac{t-70}{30}$ гэж тодорхойлно. Үүнийг ашигласны дүнд туршилтын ажлын матрицыг 5.17-р хүснэгтийн дагуу байгуулж туршилт явуулснаар шаардлагатай өгөгдлүүдээ гаргаж авна. Туршилтын үр дүнд гаргаж авах регрессийн тэгшитгэл

$$\hat{Y}_u = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 \qquad (5.56)$$

хэлбэртэй байна.

Коэффицциентүүдийг тодорхойлоход 5.51 - 5.54 тэгшитгэл болон 5.19-р хүснэгтээс R=2 байх үеийн өгөгдлийг ашиглана

$$b_0 = 0.2\sum_{1}^{13} Y_u - 0.1\sum_{1}^{2}\sum_{1}^{6} x_{iu}^2 Y_u = 0.02\cdot 815 - 0.1(487+503) = +64.0$$

$$b_1 = 0.125\sum_{1}^{6} x_{iu} Y_u = 0.125(50-67+60-70-1.414\cdot 70+1.414\cdot 50) = -5.875$$

$$b_2 = 0.125\sum_{1}^{6} x_{2u} Y_u = 0.125(50-70-1.414\cdot 72-60+1.414\cdot 56) = -4.500$$

$$b_{12} = 0.25\sum_{1}^{4} x_{iu} x_{lu} Y_u = 0.25(50-67-60+70) = -1.750$$

$$b_{11} 0.125\sum_{1}^{6} x_{lu}^2 \cdot Y_u + 0.0187\sum_{1}^{2}\sum_{1}^{6} x_{lu}^2 Y_u - 0.100\sum_{1}^{13} Y_u = 0.125\cdot$$
$$(50+67+60+70+2\cdot 70+2\cdot 50)+0.0187(487+503)-0.100\cdot 815 = -2.112$$

$$b_{22} = 0.125\sum_{1}^{6} x_{2u}^2 Y_u + 0.187\sum_{1}^{2}\sum_{1}^{6} x_{iu}^2 Y_u - 0.100\sum_{1}^{13} Y_u = 0.125\cdot$$
$$(50+67+60+70+2\cdot 72+2\cdot 56)+0.0187\cdot 990 - 0.100\cdot 815 = 0.112$$

Эдгээр Коэффицциентүүдийг орлуулан тавибал тэгшитгэл дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$\hat{Y} = 64.00 - 5.88x_i - 4.50x_2 - 1.75x_1x_2 - 2.11x_1^2 + 0.11x_2^2 \quad (5.57)$$

Тэгшитгэл тестэй байх төсөөллийг Фишерийн шалгуураар шалгадаг. Энэхүү шалгуурын тооцооны утгыг

$$F_{тооц} = \frac{S^2_{төс}}{S^2_{\{Y\}}} \quad (5.58)$$

томъёогоор олно

Ротатабель төлөвлөлтийн үед туршилт үндсэн цэг дээр давтагдсан үед -ийн утгыг дараах байдлаар олдог

$$S^2_{төс} = \frac{S_R - S_F}{f} = \frac{\sum_{1}^{13}(Y_u - \hat{Y}_u)^2 - \sum_{1}^{5}(Y_{0j} - \overline{Y_0})^2}{13-6-4} = 6.28$$

$$S^2_{(Y)} = \frac{\sum_1^5 (Y_{0i} - \overline{Y_0})^2}{n_0 - 1} = 6.0; \qquad F = \frac{6.28}{6} = 1.05$$

Фишерийн шалгуурын хүснэгтийн F_x -утгыг 3-р хавсралтаас олж тавьбал $F_x \; [P_u = 0.95, f = 3, f_E = 4] = 6.59.$

Энэхүү шалгуурын утга F_x =6.59> $F_{тооц}$ =1.05 нөхцлийг хангаж байгаа учир тэгшитгэлийг төсөөтэй, өөрөөр хэлбэл (5.56) тэгшитгэл уусмалын концентраци болон температур нь гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх нөлөөллийг илэрхийлж байна гэж үзнэ.

Жишээ 5.5 Арьс ширний үйлдвэрт арьсны тосны үлдэгдэл хэмжээг тодорхойлохоор угаах бодисын орц ; шингэний температур ; угаах хугацаа -ийг урьдчилан туршилтаар гаргаж авсан хэмжээний хязгаарт өөрчлөн туршилт явуулсан байна. Туршилтын нөхцөл, туршилтын матрицыг хүснэгтээр өгөв. Арьснаас тос ялгах технологи ажиллагааны математик загварыг зохиож бич.

Туршилтын нөхцөл

	$-x_\alpha$	$x_{i\,доод}$	x_i	$x_{i\,дээд}$	$+x_\alpha$	J_i
	-1.682	-1	0	+1	+1.682	
X_1	2.15	2.5	3.01	3.52	3.87	0.51
X_2	58.5	60.6	6.19	63.2	64.0	1.3
X_3	26.6	30.0	35.0	40.0	43.4	5.0

Туршилтын матриц

	u	x_1	x_2	x_3	X_1	X_2	X_3	y_{u1}	y_{u2}	$\overline{y_u}$	y_{R_u}	G
	1	+	+	+	3.52	63.2	40	4.95	4.85	4.90	4.551	0.005
	2	+	+	-	3.52	63.2	30	4.90	5.00	4.95	4.991	0.005
N_4	3	+	-	+	3.52	60.6	40	5.00	5.10	5.05	5.277	0.005
	4	+	-	-	3.52	60.6	30	6.10	6.22	6.15	5.637	0.0072
	5	-	+	+	2.5	63.2	40	4.85	4.75	4.80	4.837	0.005
	6	-	+	-	2.5	63.2	30	5.75	5.65	5.70	5.197	0.005
	7	-	-	+	2.5	60.6	40	4.90	5.00	4.95	4.483	0.005
	8	-	-	-	2.5	60.6	30	4.75	4.65	4.70	4.630	0.005
	9	-1.682	0	0	2.15	61.6	35	4.35	4.45	4.40	5.050	0.005
	10	+1.682	0	0	3.87	61.9	35	4.95	4.85	4.90	5.140	0.005
$N\alpha$	11	0	-1.682	0	3.01	58.8	35	5.02	5.04	5.03	4.840	0.002
	12	0	+1.682	0	3.01	64.0	35	4.50	4.60	4.55	5.270	0.005
	13	0	0	-1.682	3.01	61.9	26.6	4.92	5.00	4.97	4.670	0.032
	14	0	0	+1.682	3.01	61.9	43.4	4.55	4.59	4.57	4.430	0.0008
	15	0	0	0	3.01	61.9	35	4.25	4.97	4.62	4.430	0.2592
	16	0	0	0	3.01	61.9	35	4.55	4.65	4.57	4.430	0.005
	17	0	0	0	3.01	61.9	35	4.35	4.15	4.25	4.430	0.02
	18	0	0	0	3.01	61.9	35	4.25	4.65	4.45	4.430	0.08
	19	0	0	0	3.01	61.9	35	4.45	4.35	4.40	4.430	0.005
	20	0	0	0	3.01	61.9	35	4.35	4.45	4.40	4.430	0.005
$\sum$										96.31		0.4356

1. Туршилтын үзүүлэлтүүдийн дундаж утгыг тодорхойлъё.

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{4.95 + 4.85}{2} = 4.9$$

2. Туршилтын үзүүлэлтүүдийн дисперсийг

$$G_u^2 = \frac{(y_1 - y_2)^2 + (y_2 - y_u)^2}{m-1} = \frac{(4.95 - 4.90)^2 + (4.85 - 4.90)^2}{2-1} = 0.005$$

гэж олно. Үүнийг нийт 20 туршилтын үед олно.

3. Дисперси нэгэн төрөл байгаа эсэхийг Кохрены шалгуураар шалгая.

$$G_m = \frac{G_u^2 \max\{y\}}{\sum G_u^2\{y\}} = \frac{0.2592}{0.4356} = 0.595$$

$$G_t < G_x$$

$$G_x[p = 0.95; m = N = 2; f = m - 1 = 2 - 1 = 1] = 0.9985$$

0.595<0.9985 нөхцөл биелэж байгаа учир дисперси нэгэн төрлийн гэж үзнэ.

4. Үзүүлэлтүүд хэвийн тархалтын хуульд захирагдаж байгаа эсэхийг шалгая.

$$G^2дун\{y\} = \frac{\sum G_u\{y\}}{N} = \frac{0.4356}{20} = 0.02178$$

5.Регресийн коэффициентийн b_i утгыг тодорхойлно.

$$b_0 = a_1 \cdot \sum_{n-1}^{N} \overline{Y_u} - a_2 \sum_{j-1}^{N} x_{iu}^2 \cdot y_u$$

$$\sum x_{iu}^2 \cdot y_u = 4.9 + 4.95 + 5.05 + 6.16 + 4.8 + 5.7 + 4.95 + 4.7 + (-1.682)^2 \cdot 4.4 +$$
$$+ (1.682)^2 \cdot 4.9 = 41.21 + 12.44 + 13.862 = 67.52$$

$$\sum x_{iu}^2 \cdot y_u = 41.21 + (-1.682)^2 \cdot 5.03 + (1.682)^2 \cdot 4.55 = 68.31$$

$$\sum x_{3u}^2 \cdot y_u = 41.21 + (-1.682)^2 \cdot 4.96 + (1.682)^2 \cdot 4.57 = 68.17$$

$$b_0 = 0.1663 \cdot 96.33 - 0.0568 \cdot 204 = 4.43$$

$$b_1 = a_3 \cdot \sum_{1}^{N} x_{iu} \cdot \overline{y_u} = 0.732 \cdot$$
$$[4.9 + 4.95 + 5.05 + 6.16 - 4.8 - 5.7 - 4.95 - 4.7 - 1.682 \cdot 4.4 + 1.682 \cdot 4.9] =$$
$$= 0.0732 \cdot 1.751 = 0.1282$$

$$b_2 = 0.0732 \cdot [4.9 + 4.95 - 5.05 - 6.16 + 4.8 + 5.7 - 4.55 - 4.7 - 1.682 \cdot 5.03 + 1.682 \cdot 4.55] =$$
$$= 0.0732 \cdot (-1.751) = -0.0964$$

$b_3 = 0.0732[4.9-4.95+4.05-6.16+4.8-5.7+4.95-4.7-1.682\cdot 4.96+1.682\cdot 4.57] =$
$= 0.0732\cdot(-2.465) = -0.1805$

$$b_{ij} = a_4 \sum_{1}^{N} x_{iu} x_{ju} y_u$$

$$b_{1,2} = 0.1250\cdot[4.9+4.95-5.05-6.16-4.8-5.7+4.95+4.7] = -0.27625$$

$$b_{2,3} = 0.1250[4.9+4.95-5.05+6.16+4.8-5.7-4.95+4.7] = 0.0112$$

$$b_{1,3} = 0.1250\cdot[4.9-4.95+5.05-6.16-4.8+5.7-4.95+4.7] = -0.06375$$

6. коэффициентын нөлөөллийг Стюдентийн шалгуураар шалгавал:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{u=1}^{N} y_u}{N_y} = \frac{4.61+4.6+4.25+4.45+4.4+4.4}{6} = \frac{26.71}{6} = 4.4516$$

$$S^2\{y\} = \frac{\sum_{u-1}^{N}\left(y_u - \bar{y}\right)^2}{Ny-1} = \frac{(4.4516-4.61)^2 + (4.4516-4.4)^2}{6-1} = 0.0181667$$

$$S^2\{bi\} = \frac{1}{N}\cdot S^2\{y\} = \frac{1}{6} = 0.00310277$$

$$S^2\{b_0\} = a_1 \cdot S^2\{b_i\} = 0.1663\cdot 31.0\cdot 10^{-2} = 5.15\cdot 10^{-2}$$

$S\{b_0\} = 31.0\cdot 10^{-2}$
$S^2\{bi\} = a_3\cdot S^2\{b_i\} = 0.0732\cdot 31.0\cdot 10^{2} = 2.2692\cdot 10^{2}$
$S^2\{b_j\} = a_4\cdot S^2\{b_i\} = 0.125\cdot 31.0\cdot 10^{-2} = 3.875\cdot 10^{-2}$
$S^2\{b_{ii}\} = (a_4 + a_6)\cdot S^2\{b_i\} = (0.125+0.0063)\cdot 31.0\cdot 10^{-2} = 4.0889\cdot 10^{-2}$

$$t_T\{b_0\} = \frac{/b_0/}{S\{b_0\}} = \frac{4.43}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 1.083\cdot 10^2$$

$$t_T\{b_T\} = \frac{0.128}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 1.031\cdot 10^2$$

$$t_T\{b_2\} = \frac{0.0964}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 0.023\cdot 10^{-2}$$

$$t_T\{b_{1.2}\} = \frac{0.276}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 0.06749\cdot 10^2$$

$$t_T\{b_{2.3}\} = \frac{0,01125}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 0,00275\cdot 10^2$$

$$t_T\{b_{1.3}\} = \frac{0,06375}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 0,01559\cdot 10^2$$

$$t_T\{b_{1.1}\} = \frac{0,156}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 0,03815\cdot 10^2$$

$$t_T\{b_{2.2}\} = \frac{0,205}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 0,05013\cdot 10^2$$

$$t_T\{b_{3.3}\} = \frac{0,196}{4.0889\cdot 10^{-2}} = 0,04793\cdot 10^2.$$

$$t_x[p = 0.95 f = N_4(m-4) = 6(2-1) = 6] = 2.447 = 0.02447\cdot 10^2$$

$$t_x < t_T$$

$$y = 4.43 + 0.128x_1 - 0.1805x_3 - 0.276x_1x_2 + 0.156x_1^2 + 0.205x_2^2 + 0.196x_3^2$$

гаргаж авсан энэхүү загварыг оновчлоход ашиглана.

Зургаадугаар бүлэг
ИДЭВХИГҮЙ ТУРШИЛТ, НЭГ БА ОЛОН ХҮЧИН ЗҮЙЛТ КОРРЕЛЯЦИЙН МАТЕМАТИК ЗАГВАР ГАРГАН АВАХ

6.1 Хоёр хэмжээст олонлог

1. Статистик хамаарлын төрлүүд

Нэгэн зэрэг өөрчлөгдөх X,Y хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондох хамаарлыг судлах явдал практикт олонтоо тохиолддог. Жишээлбэл оёдлын үйлдвэрүүдэд хэмжээ, чацын ялгаатай хувцас үйлдвэрлэх үед хүний биеийн өндөр Y, цээжний тойргийн уртын X хэмжээний нэгэн зэрэг өөрчлөгдөх зүй тогтолын бүртгэлийг судлах шаардлагатай.

Ээрмэлийн бөх бат Y түүний эрч X - ээс хамаарах хамаарлыг тодорхойлохын тулд мөн л тэдгээрийг хэмжсэн тоон олонлогийг судлаж зүй тогтлыг гаргадаг.

Дээрх X, Y хэмжигдэхүүнүүдийн хамаарал хоёр төрөл байдаг.

1. **Яг тодорхой буюу фунциональ хамаарал.** Энэ үед X хэмжигдэхүүний X_i утга бүрд Y хэмжигдэхүүнийг y_i утга яг харгалзана. Ийм хамаарлын жишээ бол Омын хуулиар илэрхийлэгдэх гүйдэл, эсэргүүцлийн хамаарал юм.

2. **Тодорхой бус статистик буюу корреляцийн хамаарал.** Энэ үед X хэмжигдэхүүний ямар нэг утгад түүний өөрчөлтийн тархалтын хуулиар өөрчлөгдөх Y хэмжигдэхүүний утгын бүхэл бүтэн олонлог харгалзан өөрчлөгдөнө. Энэ хамаарлын төрөлд хүний биеийн өндөр, цээжний тойргийн урт, ээрмэлийн бөх бат, эрч богиносолтын хамаарлыг үзэж болох юм.

Корреляцийн хамаарлыг туршилт хэмжилт хийсэн байдлаас нь хамааруулж бүрэн бус, бүрэн корреляци гэж хоёр ангилдаг.

Бүрэн бус корреляци гэдэг нь X хэмжигдэхүүний өгөгдсөн $X_1, X_2 ... X_n$ утга бүрд туршилтын замаар хэмжигдэхүүний "У" утгуудын хэд хэдэн өгөгдлийг харгалзуулан авсан хамаарал юм.

Энэ тохиолдолд туршилтын үр дүнг хүснэгтийн хэлбэрээр илэрхийлж түүний дээд баганад X үзүүлэлтийн тодорхой $X_1, X_2 ... X$ утгуудыг авч, тэдгээрт харгалзуулан туршилтаар гарган авсанY үзүүлэлтийг y_x утгуудыг багана бүрт нь бичнэ.

Жишээ 6.1 Ээрмэлийн эрч X (10 см дахь эрчийн тоо) , авчилт Y (богиносолт) %–ийн хамаарлыг тодорхойл (6.1 –р хүснэгт.)

6.1 –р хүснэгт

Хүснэгтийн өгөгдлийг боловсруулах дараалал нь

X		$X_1=10$	$X_2=50$	$X_3=100$	$X_4=150$	$X_5=200$
y_x		99 100 100 100 100	98 100 99	99 97 99 97	96 94	87 86 89 90
1	m_x	$m_{x1}=5$	$m_{x2}=3$	$m_{x3}=4$	$m_{x4}=2$	$m_{x5}=4$
2	$\overline{y_x}$	$\overline{y}_{x1}=100$	$\overline{y}_{x2}=99$	$\overline{y}_{x3}=98$	$\overline{y}_{x4}=95$	$\overline{y}_{x5}=88$

1. Ээрмэлийн эрчийн $X_1, X_2 ... X_5$ утгуудад харгалзах авчилтын хэмжилтүүдийн давтамж m_x –ийг олж 1-р багананд бичнэ

2. Эрчийн утгуудад харгалзах авчилтын хэмжигдэхүүнүүдийн дундажийг олж 2-р багананд бичнэ.

Энэхүү жишээнд эрчийн утгуудад харгалзах авчилтын утгыг өөр өөр давтамжаар олсон байна. Ер нь ижил тоогоор авах нь зүйтэй юм.

Бүрэн корреляци гэдэг нь X хэмжигдэхүүний утга бүрд Y хэмжигдэхүүний утга харгалзан нэгэн зэрэг өөрчлөгдөж байх хамаарал юм. Энэ тохиолдолд туршилтын үр дүнг хоёр хэмжээст анхан шатны хүснэгтийн хэлбэрээр бичнэ.

Жишээ 6.2 Эрэгтэй хүний биеийн өндөр (Y) см, цээжний тойргийн урт (X) см –ын хоорондох хамаарлыг тодорхойл.

6.2-р хүснэгт.

X	91	95	97	99	92	96	100	100	97	101
Y	160	169	162	168	164	164	165	169	159	170

үргэлжлэл

X	97	95	102	98	101	99	103	104	104	100
Y	165	165	171	166	172	175	170	181	176	175

Энэхүү өгөгдлийг боловсруулахын тулд давтамжийн тархалтын корреляцийн хүснэгтийг байгуулдаг. Энэ хүснэгт нь нэг хэмжээст тархалтын давтамж тодорхойлох аргачлалд үндэслэгдэн зохиогдоно.

Корреляцийн хүснэгт (6.3-р хүснэгт) – ийн дээд талын хоёр мөрөнд X хэмжигдэхүүний анги (ангийн ялгаа ΔX) анги бүрийн дундаж X_i, зүүн талын хоёр баганад Y хэмжигдэхүүний анги (ангийн ялгаа Δy) анги бүрийн дундаж y_i –ийг авч бусад нүдэнд нь

$$m(x_1y_1) = m_{11}; \qquad m(x_2y_1) = m_{21};$$

$$m(x_3y_1) = m_{31} \ldots\ldots\ m(x_1y_3) = m_{12}$$

давтамжийг авна. Энд цөөн тооны хэмжилттэй жишээ авав. Олон тооны хэмжилттэй жишээг 6.2 –т авч судална.

Корреляцийн хүснэгтийг зохиохдоо анхан шатны боловсруулалтыг дараах байдлаар хийнэ.

1. Эхлээд X хэмжигдэхүүний x утгад харгалзах Y үзүүлэлтийн давтамж m_x, Y хэмжигдэхүүний y утгад харгалзах Y үзүүлэлтйин давтамж m_y –ийг тус тус тооцож хүснэгтийн доод 1-р мөр баруу талын баганад бичнэ.(6.3-р хүснэгт)

2. Хүснэгтэнд байгаа давтамжуудын тархалтыг харгалзан үзээд түүний багана, мөрийн дагуух нөхцөлт дундажийг олж 2-р багана, 2-р мөрөнд тавина. Жишээ нь Жигнэсэн дундаж $X_2 = 96$ байх үед

$$\bar{y}_{x2} = \frac{1\cdot158 + 4\cdot164 + 2\cdot170}{7} = 164.8$$

6.3-р хүснэгт

X / Y	ΔX	90-94	91-98	98-102	102-106
Δy	y / X	$X_1 = 92$	$X_2 = 96$	$X_3 = 100$	$X_4 = 104$
155-161	$y_1 = 158$	• $m_{11} = 1$	• $m_{21} = 1$		
161-167	$y_2 = 164$	• $m_{12} = 1$	• $m_{22} = 4$	• $m_{32} = 1$	
167-173	$y_3 = 170$		• • $m_{23} = 2$	$m_{33} = 5$	• $m_{43} = 1$
173-179	$y_4 = 176$			• $m_{34} = 1$	• • $m_{44} = 2$
179-185	$y_5 = 182$				• $m_{45} = 1$

жигнэсэн дундаж $y_1 = 158$ үед $X_{y1} = \dfrac{1 \cdot 52 + 1 \cdot 96}{2} = 94$ болно.

6,1, 6,2-р хүснэгтэд өгөгдсөн өгөгдлүүд нь хоёр хэмжээст тархалтын өгөгдлүүд юм.

Корреляцийн онолоор хоёр хэмжээст өгөгдлүүдийг боловсруулснаар дараах хоёр үндсэн асуудлыг шийдвэрлэдэг.

1, Авч үзэж буй X,Y хэмжээнүүдийн хоорондох корреляци хамаарлын хэлбэрийг тодорхойлж түүнийг ямар нэгэн функциональ хамаарлын хэлбэрээр илэрхийлнэ.

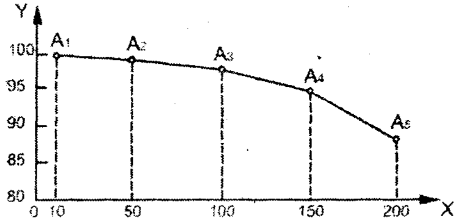
2, X,Y хэмжээнүүдийн хоорондох корреляци хамаарлын нягтыг тодорхойлох, өөрөөр хэлбэл корреляци хамаарал функцианаль хамааралд ойртох ойртолтын зэргийн асуудал юм.

Туршлагын томъёо түүнийг гарган авах аргачлал

Корреляцийн хамаарлын хэлбэрийн тухай асуудлыг хүснэгт график, томъёог ашиглан шийдвэрлэнэ.

X-ээс хамаарах Y-ийн хамаарал гэдэг нь x болно түүнд харгалзсан нөхцөлт дундаж y_x үзүүлэлтүүдийн хоорондох функциональ хамаарлыг хэлнэ. Хамаарал нь (6,1-6,3) хүснэгтийн хэлбэрээр илэрхийлэхээс гадна $A_i(x, y_x)$ эсвэл $B_i(x_y, y)$ цэгүүдийг холбосон хугаралттай шулууны хэлбэрээр илэрхийлэгдэж болно.

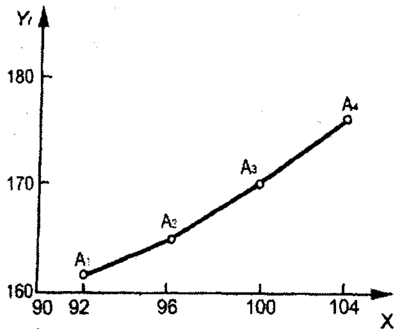
Дээр үзсэн 6,1-р хүснэгтийн өгөгдлөөр 6,1-р зураг 6,3-р хүснэгтийн өгөгдлөөр 6,2-р зурагт үзүүлсэн хугарсан муруйгаар хамаарлыг илэрхийлж болно.(6.1,6.2-р зураг).



6.1-р зураг

Хүснэгт болон тахир муруйн хэлбэрээр гаргаж авсан хамаарал нь X болон Y хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондох корреляци хамаарлын хэлбэрийг тодорхойлдог. Хэмжилтийн тоо олон, ангиудын

6.2-р зураг



завсрын Δx, Δy утгуудыг багаар авахад хамаарлын хугаралттай муруй жигд муруйн хэлбэрт шилждэг. Ийм жигд муруйг өөрөөр хэлбэл хугаралттай муруйг геометрийн ямар нэгэн шулуун ба муруй шугам (шулуун, парабол, гипербол) – ын хэлбэрт шилжүүлэх замаар гарган авч болно.

Шилжүүлж авсан тэгшитгэсэн шулууны тэгшитгэл нь хамаарлыг томъёоны хэлбэрээр илэрхийлэх илэрхийлэл болно. Ингэж гаргаж авсан томъёог **туршлагын томъёо** гэнэ.

Бидний 6,1-р зурагт байгуулсан хугаралттай шугам нь $y = ax^2 + bx + c$ тэгшитгэлээр илэрхийлэгдэх параболоор 6,2-р зурагт байгуулсан шугам нь $y = ax + b$ тэгшитгэлээр илэрхийлэгдэх шулуунаар тус тус тэгшитгэн илэрхийлж болохоор байна. Эдгээр тэгшитгэлүүд дэх коэффициентүүдийн утгыг зөв сонгосон тохиолдолд хугаралтай шулуунуудад ойрхон парабол ба шулууныг байгуулж болно.

Дээр өгүүлснээс үзэхэд туршлагын томъёо гаргаж авах зорилт нь дараах хоёр үе шатаар шийдвэрлэгдэнэ.

1. Хамаарлын хугаралттай муруйг (тэгшитгэж жигдрүүлэх) геометрийн дүрсийг сонгох, өөрөөр хэлбэл туршилтаар гарган авсан $A(x, y_x)$ эсвэл $B_i(x, y)$ цэгүүдэд ойрхон шугамын төрлийг сонгох

2. Сонгон авсан шулууны тэгшитгэлд орсон үзүүлэлт (коэффициент)–үүдийг тодорхойлох, өөрөөр хэлбэл үй олон шулуунуудаас хугаралттай шулуунд ойрхон шулуун юмуу муруй шугамыг байгуулна.

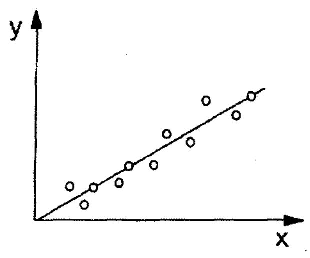
Эцэст нь тэмдэглэхэд туршлагын томъёог олох нь X ба Y хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондын биш тэдгээрийн х ба y_x утгуудын хоорондох функциональ хамаарлыг илэрхийлдгээрээ ач холбогдолтой.

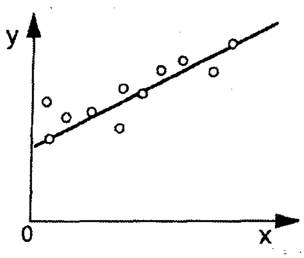
Хамаарлын хугаралттай шугамыг тэгшитгэх шугаман төрлийг сонгох. Хамаарлын хугаралттай шугамыг тэгшитгэх шугамын төрлийг сонгохын тулд бүхэнд танил энгийн шугамын төрөл, тэдгээрийн тэгшитгэлийг сайн мэдэх шаардлагатай. Жишээлбэл: Координатын эхийг дайрч гарах шулуун (6,3 – р зураг)

Энэхүү шулууны тэгшитгэл

$$y = ax \tag{6.1}$$

Туршилтын цэгүүд шулуун шугамын ойролцоо байрлах үед энэ шулууныг сонгоно. Авч үзэж буй х,у хэмжигдэхүүнүүд өөр хоорондоо шууд хамааралтай байна. х=0 үед $m = 0$ байна.





6.3-р зураг

6.4-р зураг

Координатын эхийг дайран гараагүй шулуун (6,4-р зураг) Энэхүү шулууны тэгшитгэл нь

$$y = ax + b \qquad (6.2)$$

Энэ үед x,y шугаман хамааралтай байна. Энд a, b гэсэн хоёр коэффициентыг тодорхойлно.

Координатын эхэнд оройтой, координатын аль нэг тэнхлэгт тэгш хэмт байрлалтай парабол.(6,5-р зураг)

Эдгээрийн тэгшитгэл нь:

$$y = a\sqrt{x} \qquad (6.3)$$

$$y = ax^2 \qquad (6.4)$$

Координатын ОУ тэнхлэгт паралель шулуунд тэгш хэмт парабол

(6,7.6,8-р зураг) Эдгээрийн тэгшитгэл.

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (6.5)$$

Параболын оройн чиглэл нь a коэффициентийн тэмдгээс хамаарна. ($a < 0$ үед орой нь дээш, $a < 0$ үед доош чиглэлтэй).

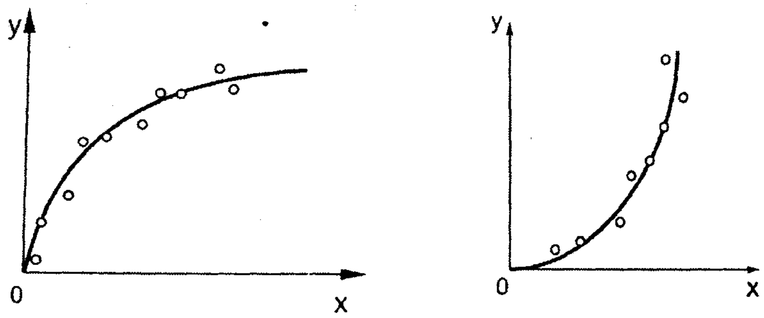
Бусад төрлийн шулуунуудын талаар өмнө дурьдсан болно.

Тэгшитгэлийн коэффициентүүдийг тодорхойлох аргууд

Сонгож авсан жигдрүүлэх шугамын тэгшитгэлд байгаа коэффициентүүдийг тодорхойлоход дундажийн, туршиж үзэх, жигдрүүлэх цэгүүдийн, хамгийн бага квадратын арга зэрэг хэд хэдэн аргыг хэрэглэдэг.

Дундажийн арга. Жигдрүүлэх шулууны тэгшитгэлд зөвхөн ганц a коэффициент байх үед энэ аргыг хэрэглэнэ. Энэ аргын үед сонгож авсан тэгшитгэлийн x,y – ын оронд регрессийн харгалзах хүснэгтээс x болон y_x – ын тоон утгуудыг тавьж олсон янз бүрийн "a"–гийн жигнэсэн дундаж байдлаар "a" коэффициентийг олно.

Жишээ 6.3 Туршилтын үр дүнгийн үндсэн дээр (6,1-р хүснэгт) олсон утасны эрч X,Y хоёрын хоорондын статистик хамаарлыг тодорхойлох туршилтын томъёог ол.



6.5-р зураг 6.6-р зураг

Энэхүү статистик хамаарлын регрессийн хугарсан шулууныг 6,1-р зурагт үзүүлэв. Энэ шугамыг ОУ тэнхлэгт С хэмжээгээр зөөгдсөн оройтой ординатын тэнхлэгт тэгш хэмт параболтой ойролцоо гэж үзэж болно. Ийм учраас туршлагын томъёог квадрат функцийн хэлбэртэй гэж үзэж болно. Энд b,x хэмжигдэхүүн байхгүй гэж үзвэл бидний авч үзэж буй тэгшитгэлийн хэлбэр $y = ax^2 + c$ байна.

Энд с - босоо тэнхлэг дээрх параболийн оройн шилжилт (x=0 үед y=c болно). Ойролцоогоор c=100 гэвэл бидний хайж буй томъёо $y = ax^2 + 100$ хэлбэртэй болж зөвхөн a коэффициентийг олохоор байна. Түүнийг тодорхойлохоор дундажийн аргыг хэрэглэе. Үүний тулд сүүлд гаргаж авсан тэгшитгэлийн x-ийн оронд түүний 6.1-р хүснэгтэнд байгаа утгуудыг тавья. Өөрөөр хэлбэл x-ийн оронд

10,50,100,150,200 y-ын оронд y_x -ийн 100,99,98,95,88 гэсэн тоон утгуудыг тавьснаар дараах таван тэгшитгэлийг гарган авна.

$$a_1 = \frac{100-100}{10^2} = 0$$

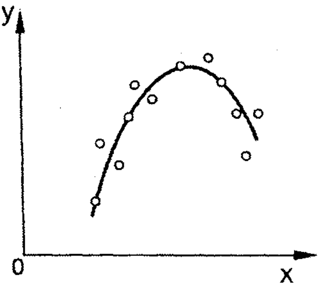
$$a_2 = \frac{99-100}{50^2} = -\frac{1}{50^2};$$

$$a_3 = \frac{98-100}{100^2} = -\frac{2}{2\cdot 50^2};$$

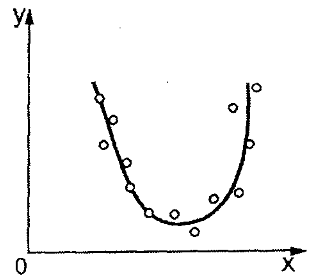
$$a_4 = \frac{95-100}{150} = -\frac{5}{9\cdot 50^2};$$

$$a_5 = \frac{88-100}{200} = -\frac{3}{4\cdot 50^2};$$

Эдгээрийн жигнэсэн дундаж хэмжигдэхүүн болох a коэффициентийг дараах байдлаар тодорхойлно.



6.7-р зураг



6.8-р зураг

$$a = \frac{5a + 3a_2 + 4a_3 + 2a_4 + 4a_5}{18} = -0.0002$$

Эндээс бидний олох гэж буй туршлагын томъёо $y = -0.0002x^2 + 100$ хэлбэртэй байна. Томъёог улам нарийн болгохын тулд хайж буй $y = ax^2 + c$ томъёонд $a = -0.0002$ – ыг орлуулан тавьж с коэффициентийг дундажийн аргаар олж болно. Бидний үзэж буй жишээнд $c = 100$ гэж авсан нь 6.1-р зурагт үзүүлсэнтэй тохирч буй учир цаашид тооцоог үргэлжлүүлэн хийх шаардлагагүй.

Туршиж үзэх арга: Жигдрүүлэх шугамын сонгон авсан тэгшитгэлд хэд хэдэн, жишээлбэл: a,b гэсэн хоёр коэффициент байх үед энэ аргыг хэрэглэнэ. Энэ аргын үед нэгээс тод биш мэдрэгдэж байгаа бусад бүх коэффициентүүдэд ойролцоо тоон утга өгөөд тодорхой бишээр үлдээсэн уг коэффициентийг туршилтын аргаар олдог. Дараа нь засвар хийх замаар бусад ойролцоо утга өгсөн коэффициентүүдийн утгыг дундажийн аргаар дэс дараалуулан олж тодотгол хийнэ.

Жигдрүүлэх (сонгосон) цэгүүдийн арга. Энэ аргын үед зургийн дагуу хэд хэдэн цэгийг сонгох регрессийн шулууны цэгүүдтэй давхцах албагүй, тэдгээрийг дайруулан жигдрүүлэх шугам татаад сонгосон цэгүүдийн координатаар түүний тэгшитэлийг тодорхойлдог.

Хэрэв регрессийн хугаралтай шугам координатын эхийг дайран гараагүй шулуунтай ойролцоо байрласан бол туршлагын томъёог $M_1(\varepsilon_1,\eta_1)$; $M_2(\varepsilon_2,\eta)$ цэгүүдийг дайран гарсан шулууны тэгшитгэлтэй адил гэж авч болох жишээтэй.

Аливаа шулууныг дайран гарах M_1, M_2 цэгийн координатуудыг зургаас тодорхойлж болно. Бидний хайж буй томъёо дараах хэлбэртэй байна.

$$\frac{y-\eta_1}{\eta_2-\eta_1}=\frac{x-\varepsilon_1}{\varepsilon_2-\varepsilon_1} \qquad (6.6)$$

Энэхүү тэгшитгэлийг у-тэй харьцангуй бодсоноор дараах хэлбэртэй туршлагын томъёог гарган авч болно. $y=ax+b$

Хэрэв регрессийн хугаралттай шугам босоо тэнхлэгтэй зэрэгцээ байрлах шулуунтай тэгш хэмтэйгээр байрласан параболтой ойролцоо байвал туршлагын томъёог $y=ax^2+bx+c$ хэлбэртэй байхаар хайна. Энэ тохиолдолд жигдрүүлэх цэгүүд нь

$M_1(\varepsilon_1,\eta_1)$; $M_2(\varepsilon_2,\eta_2)$; $M_3(\varepsilon_3,\eta_3)$; гэсэн гурван цэг болно.

Эдгээрийн координатыг дээрх тэгшитгэлд гурван удаа тавьж $a, b, c,$ гэсэн гурван коэфициентийг хайна.

Жишээ 6.4 Туршилтын дүнд үндэслэн гаргаж авсан хүний биеийн өндөр Y, цээжний тойргийн X уртын хоорондох статистик хамаарлын туршлагын томъёог тодорхойл.(6,3-р хүснэгт)

Регрессийн муруйн шугамыг 6,2-р зурагт үзүүлсэн билээ. Энэ шугам нь шулуунтай ойролцоо байгаа учир бидний олох гэж буй томъёог шугаман хамаарлын $y=ax+b$ хэлбэртэй гэж үзэж болно.

Түүнийг олохын тулд жигдрүүлэх цэгүүдийн аргыг хэрэглэж дээрх (6.6)томъёог ашиглая. Энэхүү шулууныг дайран гарах цэгүүд нь $M_1(92:160.4)$ $M_2(104:175.5)$ болно. Шулууны тэгшитгэл нь

$$\frac{y-160.4}{175.5-160.4}=\frac{x-92}{104-92} \text{ болно.}$$

Эндээс туршлагын томъёо $y=1.26x+44.4$ гэж олдоно.

6.2 Нэг хүчин зүйлт корреляцийн математик загвар зохиох

Технологийн ажиллагаа болон ямар нэг объектийг судлах үед орох хүчин зүйл X гарах үзүүлэлт Y нь бүгд санамсаргүй хэмжигдэхүүн байх тохиолдол байдаг. Жишээ нь: Ээрэх машинд орж байгаа цувимал, түүгээр үйлдвэрлэсэн ээрмэл эдлэлийн шугаман нягт, давууны хөндлөн утасны хоорондох зай түүний шугаман нягт, хүний биеийн өндөр, цээжний тойргийн хэмжээ зэрэг үзүүлэлтүүд бүгд санамсаргүй утгатай. Өөрөөр хэлбэл хүчин зүйлийн утга өөрчлөгдөхөд (жишээ нь 1000мм урттай ээрмэлийн жин) түүнд харгалзсан гарах үзүүлэлтийн ээрмэлийн бөх бат утга өөрчлөгдөнө гэсэн үг.

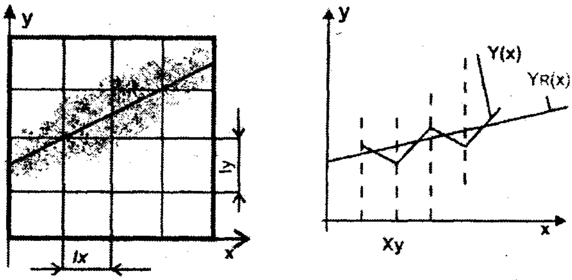
Эдгээр үзүүлэлтийн өөрчлөлтийг бүртгэн авч тэдгээрээс бүрдсэн хоорондоо холбоотой санамсаргүй хэмжигдэхүүний харгалзсан хоёр тоон дарааллыг дараах байдлаар гарган авна.

$$X_1 X_2 \ldots. X_j \ldots\ldots X_m$$
$$Y_1 Y_2 \ldots. Y_j \ldots\ldots Y_m$$

Эдгээр хос үзүүлэлтийг судлаач технологийн ажиллагааны горимыг өөрчилсөн тусгай төлөвлөгөөтэй туршилт тавилгүйгээр үйлдвэрлэлийн хэвийн нөхцөл, өөрөөр хэлбэл идэвхгүй туршилтын явцад гарган авч болно.

Хос хэмжилт бүрийн дунд тэдгээрийн X_j, Y_j утганд харгалзан тодорхой цэг корреляцийн талбайд (6.9 а-р зураг) олдоно. Зургаас харахад (6.9а) хүчин зүйлийн X_j утга бүрд үзүүлэлт Y_j - ийн хэд хэдэн утга харгалзаж байна. Санамсаргүй хэмжигдэхүүн X-ийг хэд хэдэн хүрээ болгон хувааж (6.9-р зураг) хүрээний дундаж X_j - д энэхүү хүрээн доторхи Y – ийн бүх утгыг шилжүүлсний дүнд хүрээ тус бүрийн дундаж утга $Y_x = Y_j$ – ыг олж болох бөгөөд түүнийг **нөхцөлт дундаж** гэж нэрлэдэг.

Хэрэв нөхцөлт дундаж Yx -д тохирох цэгүүдийг хооронд нь шулуунаар холбож (6.9.б-р зураг) тахир шугам гарган авч болох бөгөөд уг шугамыг корреляци хамаарлын туршлагын (**эмперический) шугам** гэж нэрлэдэг.



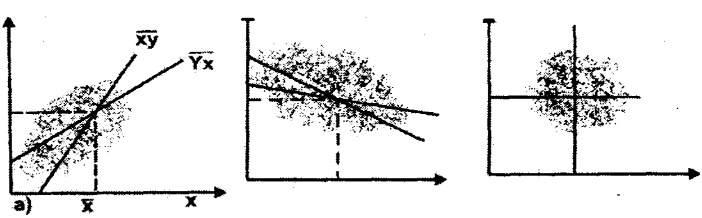
а) б)

6.9-р зураг. Цэгүүдийн корреляци талбай
ба түүний хувиргалт

Хязгаарт хүрээ буюу завсрын хэмжээ Jx–ыг багасган түүнтэй нэгэн зэрэг үзүүлэлт Y-ийн хэмжилтийн тоог нэмэгдүүлбэл туршлагын шугам $\overline{Y} = \overline{Y}_{(x)}$ онолын шугаманд дөхөж очно.

Энэхүү онолын шугамыг тодорхойлох $Y_{R(x)}$ тэгшитгэлийг **корреляцийн тэгшитгэл** гэж нэрлэдэг. Уг тэгшитгэл нь хүчин зүйлийн утга бүрийн хувьд нөхцөлт дундажийн нэгэн утгыг тодорхойлдог.

Хоёр санамсаргүй хэмжигдэхүүн Y ба X ийн хувьд корреляцийн хамаарлын онолын хоёр шулууны $\overline{Y}_{(x)} = \overline{Y}_{(Y)}$ гэсэн хоёр хамаарал байх бөгөөд эдгээр шугам гол төлөв хоорондоо давхцахгүй. Тэдгээрийг харилцан холбоотой шулуунууд гэж нэрлэдэг.



6.10-р зураг. Корреляцийн коэффициентүүдийн янз бүрийн утгатай байх үеийн харилцан холбоотой шулуунуудын ґрафик.

Хэрэв корреляцийн талбайд дөрвөлжин нүд бүхий тор татвал түүний нүд бүрийн хэмжээ I_X ба I_Y завсрын утгаар тодорхойлогдоно. Тэдгээрийн нүд бүрт ноогдох цэгүүдийн тоог, өөрөөр хэлбэл m_{ji} давтамжийг тоолж олсноор корреляцийн (6.4-р хүснэгт) гэж нэрлэгдэх хүснэгтийг гаргаж авна.

Корреляцийн хүснэгтэнд дараах тэмдэглэгээг хийв. Үүнд:

X_j^* -'X' хүчин зүйлийн j - ой завсрын дундаж утга

Y_i^* - "Y" үзүүлэлтийн j - ой завсрын дундаж утга, m_{ji}

санамсаргүй хос утга, X_j, X_i - ийн илрэх давтамж

6.4-р хүснэгт

Корреляцийн хүснэгт

Y \ X	$\overline{X}_1^*$	....	$\overline{X}_j^*$	....	$\overline{X}_p^*$	m_{Yi}	$\overline{X}_Y$
$\overline{Y}_1^*$	m_{11}	....	m_{j1}	....	m_{p1}	m_{Y1}	$\overline{X}_1$
....	....	....	....	....	....	....	....
$\overline{Y}_i^*$	m_{ji}	....	m_{ji}	....	m_{pi}	m_{Yi}	$\overline{X}_i$
....	....	....	....	....	....	....	....
$\overline{Y}_q^*$	m_{1q}	....	m_{jq}	....	m_{pq}	m_{Yq}	$\overline{X}_q$
m_{xj}	m_{X1}	....	m_{xj}	....	m_{xp}	m_{xq}	$\overline{X}$
$\overline{Y}_x$	$\overline{Y}_1$	....	$\overline{Y}_j$	....	$\overline{Y}_q$	$\overline{Y}$	-

$$m_{xj} = \sum_{j=1}^{q} m_{ji} \tag{6.7}$$

$$m_{yi} = \sum_{j=1}^{p} m_{ji} \tag{6.8}$$

$$m = \sum_{i=1}^{q} m_{yi} = \sum_{j=1}^{p} m_{xj} \qquad (6.9)$$

Корреляцийн хүснэгтийн өгөгдлүүдээр x ба y -ийн өгөгдсөн утганд тохирох нөхцөлт буюу салангид дундажийг дараах томъёогоор тодорхойлж болно.

$$\overline{\mathrm{Y}}_x = \overline{\mathrm{Y}}_i = \frac{1}{m_{xj}} \sum_{i=1}^{q} m_{ji} \overline{\mathrm{Y}}_j \qquad (6.10)$$

$$\overline{\mathrm{X}}_y = \overline{\mathrm{X}}_i = \frac{1}{m_{yi}} \sum_{j=1}^{p} m_{ji} \overline{\mathrm{Y}_j^*} \qquad (6.11)$$

Корреляцийн талбай дахь цэгүүдийн тархалтын төвийг тодорхойлогч санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн ерөнхий дундаж утга $\overline{y}$ ба $\overline{x}$ -ийн хэмжээг дараах томъёогоор тодорхойлно.

$$\overline{\mathrm{Y}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{p} m_{xj} Y_j \qquad (6.12)$$

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{q} m_{yi} \overline{Y_i} \qquad (6.13)$$

Санамсаргүй хэмжигдэхүүний бүтэн дисперси

$$\sigma^2_{(Y)} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} (y_i - \overline{y})^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{q} m_{yi} (Y_i - \overline{Y})^2 \qquad (6.14)$$

$$\sigma^2_{(X)} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} (X_j - \overline{X})^2 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{p} m_{xj} (X_i - \overline{X})^2 \qquad (6.15)$$

гэж тодорхойлогдоно.

Корреляцийн хүснэгтийн өгөгдлүүдийг ашиглан дараах асуудлуудыг дэс дараалан шийдвэрлэдэг. Үүнд:

1. Корреляцийн нягтрал ба нягтралын үзүүлэлтийн статистик үнэлээг тодорхойлно.

2. Судлаж буй ажиллагааны физик шинжилгээний үндсэнд юм уу хамаарлын төрлийг урьдчилан мэдээлэх зарим

шалгуурыг ашиглан корреляци холбооны төрлийг тодорхойлно.

3. Хамгийн бага квадратын арга ба тэдгээрийн статистик үнэлгээг ашиглан полином загварын магадлалт хүрээг тодорхойлно.

4. Корреляцийн загварын итгэмжлэлт завсруудыг тодорхойлно. Технологи ажиллагааг судлах практикт корреляцийн нэг хүчин зүйлт шугаман ба шугаман бус хамааралууд өргөн тохиолддог.

$$Y_{R(x)} = d_{ox} + d_{1x}\left(X - \overline{X}\right) \qquad (6.16)$$

$$X_{R(y)} = d_{oy} + d_{1y}\left(Y - \overline{Y}\right) \qquad (6.17)$$

хэлбэрээр бичигддэг.

Хоёр санамсаргүй хэмжигдэхүүний шугаман хамаарлын зэргийг үнэлэхдээ **корреляцийн коэффициент (КК)** гэж нэрлэгддэг тоон үзүүлэлтийг тооцож олддог. X ба У хэмжигдэхүүний хувьд корреляцийн талбай дахь цэгүүдийн тархалт хэдий чинээ бага байна, санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондын хамаарал төдий чинээ нягт, $Y_{R(x)}$, $X_{R(Y)}$ гэсэн харилцан уялдаатай шулуунуудын хоорондох өнцөг φ төдий чинээ бага байдаг .

Корреляцийн хос коэффициент $-1 \le r_{yx} \le 1$ утга авч байдаг. Корреляцийн коэффициентийн янз бүрийн утганд харилцан холбоотой шулуунуудын байршилын графикийг 6.10-р зурагт үзүүлсэн. Хөнгөн ба хөнгөн үйлдвэрийн салбарт хийгдэх судалгаанд санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондын корреляци холбоог дараах байдлаар үнэлнэ.

Хэрэв КК-ийн утга $0.3 \le |r_{yx}| \le 0.4$ үед сул,

$0.4 \le |r_{yx}| \le 0.7$ үед дунд

зэргийн, $0.7 \le |r_{yx}| \le 0.9$ үед их хүчтэй гэж үздэг.

Хэрэв $r_{yx} = 0$ бол санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд хоорондоо хамааралгүй гэж үзэх бөгөөд энэ үед харилцан холбоотой шулуунууд хоорондоо перпендикуляраар байрлаж байдаг (6.10-р зураг).

Хэрэв санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд хэвийн тархалттай санамсаргүй хувьсагчийн харилцан холбоотой хосуудын сонголт санамсаргүй сонголтод үндэслэгдсэн туршилт болон

тооцооны утгын хэлбийлт $\overline{Y_j} - \overline{Y_R}$ мөн хэвийн тархалттай бол корреляцийн хос коэффициентийг санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд У ба Х-ийн хамаарлын нягтарлын хэмжээс болгон ашиглана.

Энэ тохиолдолд $\overline{Y}, \overline{X}$ ь,$\sigma_{(Y)}, \sigma_{(X)} r_{yx}$ нь У ба Х-ийн корреляци

холбооны бүрэн төгс үзүүлэлтүүд болно. Дээрхээс өөр тохиолдолд корреляцийн коэффициентыг тайлбарлахдаа түүнд болгоомжтой хандах хэрэгтэй. Хоорондоо холбоотой Y_i ба X_i хосын хувьд хэмжилтийн тоо бага (m<30) бол корреляцийн коэффициентыг

$$r_{yx} = \frac{\sum_{j=1}^{m}(X_j - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{(m-1)\sigma_{(x)}\sigma_{(y)}} \tag{6.18}$$

гэж тодорхойлно.

Хэмжилтийн тоо их $(m \geq 30)$ үед корреляцийн коэффициентийг олохдоо корреляцийн өгөгдлийн хүснэгтийг ашиглан дараах томъёонуудаар тодорхойлно.

$$r_{xy} = \frac{\sum_{j=1}^{q}\sum_{j=1}^{p} m_{ji}(X_j - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{m\sigma_{(x)}\sigma_{(y)}} \tag{6.19}$$

эсвэл

$$r_{xy} = \frac{\sum_{j=1}^{q}\sum_{j=1}^{p} m_{ji} Y_i X_j - m\overline{Y}\overline{X}}{m\sigma_{(x)}\sigma_{(y)}} \tag{6.20}$$

Хэрэв санамсаргүй хэмжигдэхүүн Y ба Х-ийн утгыг

$$y = \frac{Y - Y_0}{I_X} \tag{6.21}$$

ба

$$x = \frac{X - X_0}{I_X} \tag{6.22}$$

хэмээн орлуулан бичвэл корреляцийн коэффициент дараах хэлбэрт шилжинэ.

$$r_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{p} m_{ji} y_i x_j - m\overline{yx}}{m\sigma_{(x)}\sigma_{(Y)}} \qquad (6.23)$$

Энд: $Y_0;\ X_0;\ I_x;\ I_y$ -тогтмол хэмжигдэхүүнүүд

$\bar{y};\ \bar{x}$ -томъёолсон санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн дундаж утга

$$\sigma_{(y)} = \frac{I}{I}\sigma_{Y} \qquad (6.24)$$

Корреляци хамаарлын холбооны нягтралын үнэлгээ нь

$$\sigma_{(x)} = \frac{I}{I}\sigma_{x} \qquad (6.25)$$

Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондох аль ч төрлийн корреляцийн харьцаа (КХ) "h" буюу дисперсийн харьцаа (ДХ)- "R" байж болно. Дисперсийн харьцааны утгыг дараах томъёогоор тодорхойлно.

$$h_{yx}^2 = \frac{\sigma^2(\overline{Y}_x/\overline{Y})}{\sigma^2(Y)} \qquad (6.26)$$

$$h_{xy}^2 = \frac{\sigma^2(\overline{X}_y/\overline{X})}{\sigma^2(X)} \qquad (6.27)$$

Энд:

$$\sigma^2\left(\overline{Y}_x/\overline{Y}\right) = \frac{I}{m}\sum_{j=1}^{p} m_{xj}\left(\overline{Y}_{xj} - \overline{Y}\right)^2 = \frac{I}{m}\sum_{j=1}^{p} m_{xj}\overline{Y}_{xj}^2 - \overline{Y}^2 \qquad (6.28)$$

$$\sigma^2\left(\overline{X}_y/\overline{X}\right) = \frac{I}{m}\sum_{i=1}^{q} m_{yi}\left(\overline{X}_{yi} - \overline{X}\right)^2 = \frac{I}{m}\sum_{i=1}^{q} m_{yi}\overline{X}_{yi}^2 - \overline{X}^2 \qquad (6.29)$$

$\sigma_{(y)}^2, \sigma_{(x)}^2$ -дисперс, эдгээрийн утгыг (6.14, 6.15) томъёогоор олно. Корреляцийн харьцааны утга $0 \le h_{yx} \le 1$: $0 < h_{xy} \le 1$ байна.

Корреляцийн харьцаа нь тэгш хэмт чанаргүйгээрээ өөрөөр хэлбэл $h_{yx} \neq h_{xy}$ корреляцийн коэффициентээс ялгаатай $\left(r_{yx} = r_{xy}\right)$. Дээрх үзүүлэлтүүд нь r_{yx}^2, h_{yx}^2 -ийн харьцуулалтаар шугаман холбоог үнэлж болно. Хэрэв дисперсийн харьцааны утга корреляцийн коэффициентийн r_{yx}^2 утгаас их хэмжээгээр илүү байвал X ба Y -ийн хоорондын хамаарлыг шугаман биш гэж тооцож болно. Хэрэв X ба Y үзүүлэлтүүдийн хооронд шугаман корреляцийн хамаарал байгаа бол

$$F_R = \frac{\left(h_{yx}^2 - r_{yx}^2\right)/(p-2)}{\left(1-h_{yx}^2\right)/(m-p)} \qquad (6.30)$$

Хэмжигдэхүүн Фишерийн хуулиар тархана. Хэрэв Фишерийн шалгуурын тооцооны утга хүснэгтийн утгаасаа бага $F_R<F_x$ бол шугаман хамааралтай нь батлагдана. Энэ тохиолдолд нэг хүчин зүйлт корреляцийн шугаман загварын коэффициентүүд дараах томъёогоор тодорхойлно.

$$d_{ox} = \overline{Y} \qquad (6.31)$$

$$d_{1x} = \frac{r_{yx}\sigma_{(Y)}}{\sigma_{(X)}} \qquad (6.32)$$

$$d_{oy} = \overline{X} \qquad (6.33)$$

$$d_{1y} = \frac{r_{yx}\sigma_{(x)}}{\sigma_{(Y)}} \qquad (6.34)$$

Хэрэв $F_R<F_x$ байвал шугаман корреляци хамаарлын нэгэн адил батлагдахгүй. Ийм учраас хамаарлын шугаман биш хэлбэрээр, өөрөөр хэлбэл өмнөх бүлэгт үзсэний нэгэн адил хоёрдугаар эрэмбийн, эсвэл гуравдугаар эрэмбийн мөн шугаман биш нэгдүгээр эрэмбийн тэгшитгэлийн хэлбэрээр илэрхийлэгдэнэ.

Жишээ 6.5 Судалгааны дүнд ээрмэлийн суналтын хэмжээ Y ба түүний бат бэх X-ийн m=100 хос утгыг гарган авчээ. Санамсаргүй хэмжигдэхүүн Y ба X –ийн харилцан холбоог тодорхойлогч корреляцийн загвар гарган авахын тулд дараах үйлдлүүдийг хийнэ.

1. Корреляцийн хүснэгт байгуулахын тулд бүлгийн (завсрын) тоо A_y, A_x -г дараах томъёогоор тодорхойлно. $A_y \approx A_x \approx 1+3.32\lg n$ Бидний жишээнд $A_y = A_x = 10$

2. Санамсаргүй хэмжигдэхүүний олонлогийг корреляцийн хүснэгтийн нүднүүдэд тараахын тулд өөрчлөгдөх хүрээний хязгаарын хэмжээг тодорхойлно.

$$I_x = \frac{X_{max} - X_{min}}{A_x} = \frac{350.1-168.1}{10} = 18.2$$

$$I_y = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{A_y} = \frac{6.2-2.8}{10} = 0.34$$

3. Санамсаргүй хэмжигдэхүүн ба -ийн өөрчлөгдөх хүрээний дундаж утгыг олно.

Корреляцийн хүснэгтэнд (6.5-р хүснэгт) өөрчлөгдөх хүрээний хязгаарыг $X_j \div X_{j+1}$; $Y_1 \div Y_{1+1}$ ба эдгээр дундаж утгыг $\overline{X}^*_j$, $\overline{Y}^*_i$ гэж тэмдэглэнэ. Завсарын дундаж утга дараах байдлаар тодорхойлогдоно.

$$\overline{X}^*_j = \frac{X_j + X_{j+1}}{2}; \; j=1 \text{ үед } \overline{X}^*_1 = \frac{168.2+186.3}{2} = 177.2$$

$$\overline{Y}^*_i = \frac{Y_i + Y_{i+1}}{2}; \; i=1 \text{ үед } \overline{Y}^*_1 = \frac{2.80+3.14}{2} = 2.97$$

4. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн давтамжийг тодорхойлно. Үүний тулд корреляцийн хүснэгтийн нүднүүдээр бүх m=100 хос утгыг тэдгээрийн өөрчлөгдөх завсруудад харгалзуулан тарааж тавина. Энэхүү утгуудыг нүднүүдэд цэгтэй зураасаар тэмдэглэнэ (жишээ 6.3-ын адилаар) Нийт дүнг түүний баруун дээд өнцөгт цифрээр илэрхийлэн бичнэ.

5. Корреляцийн хүснэгтийн (6.5-р хүснэгт) өгөгдлүүдийн тооцоог хялбарчлах зорилгоор санамсаргүй хэмжигдэхүүн ба -ийн өгөгдлүүдийг томъёоны хэлбэрт оруулна.

Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн өөрчлөгдөх хүрээ, хязгаарын дунджийн томъёолсон утга дараах илэрхийллээр тодорхойлогддог..

$$X_j = \frac{\overline{X}_j - \overline{X}_0}{I_x} = \frac{\overline{X}_j - 250}{18.2};$$

$$\overline{Y}_i = \frac{Y_i - \overline{Y}_0}{I_Y} = \frac{Y_i - 4.33}{0.34}$$

Энд: $\overline{Y}_0, \overline{X}_0$ -хүснэгтийн нөхцөлт дундажийн координатууд. Эдгээр нь гол төлөв хамгийн их давтамжтай нүдний тоо, өөрчлөгдөх хүрээний дундаж утгаар тодорхойлогдоно.

Гэхдээ координат нь хүснэгтийн төвд байхаар авах нь зүйтэй. Бидний жишээнд давтамж $m_{xj} = 24 - \max$ тул $\overline{X}^*_0 = 250$, $m_{yi} = 13$ хамгийн их биш ч дундаж нь учир $\overline{Y}_0 = 4.43$ гэж сонгон авав. Эндээс дундаж утга $\overline{X}_i = 177.2$-той тэнцүү эхний завсарын хувьд түүний дундажийн томъёолсон утга $x_i = \dfrac{172.2-250}{18.4} = -4$ дундаж утга нь

$\overline{X}_2 = 177.2$- той тэнцүү эхний завсарын хувьд

$$y_i = \frac{2.97-4.33}{0.34} = -4$$

байна. Бусад завсарын дундажийн томъёолсон утга X_j, Y-ыг 6.5-р хүснэгтэд харгалзсан нүднүүдэд тавина.

6. Хүснэгтийн m_{ji} давтамжтай нүдний зүүн дээд өнцөгт m_{jii} y_1, зүүн доод өнцөгт $m'_{ji}X_j$ утгыг тус тус бичнэ.

7. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн томъёолсон утгын ерөнхий дунджийг дараах томъёогоор тодорхойлно.

$$\overline{X} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{p} m_{xj} X_j = \frac{72}{100} = 0.72$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{q} m_{yi} Y_i = \frac{157}{100} = 1.57$$

Энд давтамж m_{xj}; m_{yi}; m –ийн утгыг (6.7-6.9)- томъёогоор олно.

8. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн бодит утгын ерөнхий дундажийг олно.

$$\overline{X} = I_x \overline{X} + X_0^* = 18.2 \cdot 0.72 + 250 = 263.1 \qquad (6.35)$$

$$\overline{Y} = I_y \overline{Y} + Y_0^* = 0.34 \cdot 1.57 + 4.33 = 4.864 \qquad (6.36)$$

9. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн томъёолсон утгын дисперси томъёонд тавигдах утгуудыг 6.5-р хүснэгтээс авна.

$$\sigma^2_{(x)} = \frac{1}{m}\left[\sum_{j=1}^{p} m_{xj} X_j^2 - m(\overline{X})^2\right] = \frac{1}{100}\left[464 - 100(0.72)^2\right] = 4.122$$

$$\sigma^2_{(y)} = \frac{1}{m}\left[\sum_{i=1}^{q} m_{yi} Y_i^2 - m(\overline{Y})^2\right] = \frac{1}{100}\left[847 - 100(1.57)^2\right] = 6.01$$

10. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн томъёолсон утгын дундаж квадрат хэлбийлт

$$\sigma_{(x)} = \sqrt{\sigma_{(x)}^2} = \sqrt{4.122} = 2.03$$

$$\sigma_{(y)} = \sqrt{\sigma_{(y)}^2} = \sqrt{6.01} = 2.45$$

11. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн (X, Y)–ийн бодит утгын дисперсийг (6.24; 6.25) томъёог ашиглан

$$\sigma_{(x)} = \mathrm{I}_x^2\sigma_{(x)}^2 = (18.2)^2 \cdot 4.122 = 1365.3025$$

$$\sigma_{(y)} = \mathrm{I}_y^2\sigma_{(y)}^2 = (0.34)^2 \cdot 6.01 = 0.6939$$ гэж олно.

12. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн бодит утгын дундаж квадрат хэлбийлт

$$\sigma_{(x)} = \sqrt{\sigma_{(x)}^2} = \sqrt{1365.3025} = 36.946$$

$$\sigma_{(y)} = \sqrt{\sigma_{(y)}^2} = \sqrt{0.6939} = 0.833$$ болно.

13. Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн хамаарлыг тодорхойлох корреляцийн коэффициентийг (6.23) томъёогоор олно.

$$r_{yx} \frac{507 - 100 \cdot 0.72 \cdot 1.57}{100 \cdot 2.03 \cdot 2.45} = 0.792$$

Детерминацийн коэффициент КД= $r_{yx}^2 = (0.792)^2 = 0.6272$

Энэ нь гаргах үзүүлэлт Y-ийн (утасны суналт) өөрчлөлтийн 62.72% нь тооцож буй хүчин зүйл X (утасны бат бэх)-ээс хамаарч үлдсэн 37.28% нь бусад хүчин зүйлүүдийн үйлчлэлээс хамаарахыг үзүүлж байна.

14. Стьюдентийн шалгуур ашиглан корреляцийн коэффициентийн утгыг тодорхойлъё. Энэ шалгуурын тооцооны утга:

$$t_R(r_{yx}) = \frac{r_{yx}\sqrt{m-2}}{\sqrt{1-r_{yx}^2}} = \frac{0.792\sqrt{100-2}}{\sqrt{1-0.792^2}} = 12.85$$

Шалгуурын хүснэгтийн утга(2-р хавсралт) $t_x\left[p_n = 0.95; f = m-2 = 100-2 = 98\right] = 1.98$ болно. Эндээс $t_R = 12.85 > t_x = 1.98$ учир коэффициент утгатай, дээрх хэмжигдэхүүнүүдийн хооронд корреляцийн хамаарал байна гэж үзнэ.

15. 6.5-р хүснэгтийн өгөгдлүүдээр дисперсийн ба корреляцийн харьцааг тодорхойлъё.

$$r_{yx}^2 = \frac{m\sum_{i=1}^{p}\frac{1}{m_{xi}}\left(\sum_{i=1}^{q}m_{ij}y_i\right)^2 - \left(\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{q}m_{ji}y_i\right)^2}{m\sum_{j=1}^{p}m_{yi}y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{q}m_{yi}y_i\right)^2} \quad (6.37)$$

$$h_{yx}^2 = \frac{100\cdot 657.29 - 157^2}{100\cdot 847 - 157^2} = 0.684;$$

$$h_{yx} = 0.827$$

$$h_{xy}^2 = \frac{m\sum_{i=1}^{q}\frac{1}{m_{yi}}\left(\sum_{j=1}^{p}m_{ij}x_i\right)^2 - \left(\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{q}m_{ji}x_i\right)^2}{m\sum_{j=1}^{p}m_{xi}x_i^2 - \left(\sum_{j=1}^{p}m_{xi}x_i\right)^2} \quad (6.38)$$

Корреляцийн хүснэгт

$Y_i - Y_{i+1}$	$\bar{Y}_i^*$	y_i	$X_1,\ldots,X_{j+1}$					
			168.- 186.3	186.- 204.5	204.- 222.7	222.- 240.9	240.- 259.1	259.- 277.3
			177.2	195.4	213.6	231.8	250	268.2
			-4	-3	-2	-1	0	1
2.80-3.14	2.97	-4	-41 -4	-41 -3	-41 -2	-	-	-
3.14-3.48	3.31	-3	-	-31 -3	-62 -2	-62 -2	-	-
3.48-3.82	3.65	-2	-	-21 -3	-63 -2	-42 -2	-	-
3.82-4.16	3.99	-1	-	-	-	-44 -4	-110	-
4.16-4.50	4.33	0			01 -2	03 -3	080	011
4.50-4.84	4.67	1	-	-	22 -4	22 -2	660	444
4.84-5.18	5.01	2	-	-	-	-	630	422
5.18-5.52	5.35	3	-	31 -3	-	-	1240	1244
5.52-5.86	5.69	4	-	-	-	-	820	2055
5.86-6.20	6.03	5	-	-	-	-	-	-
m_{xj}			1	4	9	13	24	16
$m_{xj}x_j$			-4	-12	-18	-13	0	16
$m_{xj}x_j^2$			16	36	36	13	0	16
$\sum_{i=1}^{q} m_{ji}y_i$			-4	-6	-14	-12	31	40
$x_j \sum m_{ji}y_i$			16	18	28	.12	0	40
$\left(\sum m_{ji}y_i\right)^2$			16	36	196	144	961	1600
$\left(\sum m_{ji}y_i\right)^2 / m_x$			16	9	21.77	1.07	10.04	100

$X_1,\ldots,X_{l+1}$				m_{yi}	$m_{yi}y_i$	$m_{yi}y_i^2$	$\sum_{i=1}^{4} m_{yi}y_i^2$	$y_i\sum m_{ji}x_i$	$\left(\sum m_{ji}x_i\right)^2$	$\left(\sum_i m_{ji}x_i^2\right)^2/m_{yi}$
277.3-295.5	295.5-313.7	313.7-331.9	331.9-350.1							
286.4	304.6	322.8	341							
2	3	4	5							
-	-	-	-	3	-12	48	-9	36	81	27.00
-	-	-	-		-15	45	-9	27	81	16.20
-	-	-	-		-12	24	-11	22	121	20.17
-	-	-	-		-5	5	-4	4	16	3.20
-	-	-	-	13	0	0	-4	0	16	1.23
-	-	-	-	6	6	16	3	3	9	0.56
11;2	11;3	-	-	8	6	32	9	18	81	10.125
42 4	21 3	-	-	18	54	162	29	87	841	46.72
31;2	186;18	62;8	-	15	60	240	30	120	900	60
204;8	51;3	153;12	153;15	11	55	275	38	190	1444	131.27
8	16	6	3	100	15 7	847	72	507	-	316.475
16	48	24	15	72						
32	144	96	75	464						
28	54	25	15	157						
56	162	100	75	507						
784	2916	625	225	7503						
98	182.25	104.16	75	657.29						

$$h_{xy}^2 = \frac{100 \cdot 316.475 - 72^2}{100 \cdot 464 - 72^2} = 0.642; \qquad h_{xy} = 0.801$$

16. Стьюдентийн шалгуур ашиглан корреляцийн харьцааны утгыг тодорхойлно. Түүний тооцооны утга дараах томъёогоор олдоно.

$$t_{R(yx)} = \frac{h_{yx}\sqrt{m-2}}{\sqrt{1-h_{yx}^2}} = \frac{0.827\sqrt{100-2}}{\sqrt{1-0.827^2}} = 14.13$$

$$t_{R(xy)} = \frac{h_{xy}\sqrt{m-2}}{\sqrt{1-h_{xy}^2}} = \frac{0.801\sqrt{100-2}}{\sqrt{1-0.801^2}} = 12.87$$

Стьюдентийн шалгуурын хүснэгтийн утгыг (2-р хавсралт) тодорхойлбол $t_x\left[p_u = 0.95;\ f = m-2 = 100-2 = 98\ \right] = 1.98$ болно Эндээс $t_R > t_x$ байгаа учир корреляцийн харьцаа утгатай, X ба Y хэмжэгдэхүүнүүдийн хооронд корреляцийн хамаарал байна гэж үзнэ.

17. Санамсаргүй хэмжигдахүүнүүд X ба Y хоорондоо шугаман хамааралтай хэсэхийг Фишерийн шалгуураар шалгана. Фишерын шалгуурын тооцооны утга (6.03) томъёо ёсоор

$$F_R = \frac{(0.684 - 0.627)/(10-2)}{(1-0.68)/(100-10)} = 2.03$$ байна.

Энэхүү шалуурын хүснэгтийн утга 3-р хавсралтаар тодорхойлогдоно.

$F_x\left[p_u = 0.95;\right.$

$\left.f_1 = p-2 = 10-2 = 8; \qquad f_2 = m-p = 100-10 = 90\ \right] = 2.99$

Энд $F_R = 2.03 < F_x = 2.99$ байгаа учир хэмжигдэхүүнүүдийн хооронд шугаман хамаарал байна гэж үзнэ.

18. Холбоотой хоёр шулууны (6.12-6.16) корреляцийн тэгшитгэлийн коэффициентүүдийг (6.31-6.34) ба (6.35-3.36) томъёогоор тодорхойлно.

$$d_{ox} = \overline{Y} = 4.86; \quad d_{1x} = 0.792 \cdot \frac{0.833}{36.946} = 0.0178$$

$$d_{oy} = \overline{X} = 263.1; \; d_{1y} = 0.792 \cdot \frac{36.946}{0.833} = 35.1275$$

Холбоотой корреляцийн тэгшитгэлүүд дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$Y_R(X) = 4.864 + 0.0178(X - 263.1) = 0.181 + 0.0178X;$$

$$X_R(Y) = 263.1 + 35.1275(Y - 4.864) = 9224 + 35.1275Y;$$

Тэгшитгэлүүдээр холбоотой шулуунуудын графикийг байгуулна. Тэгшитгэлд байгаа $Y_R\left(X_j^*\right)$-ийн тооцооны утгыг 6.6-р хүснэгтэд үзүүлэв.

19. Стьюдентийн шалгуур ашиглан корреляцийн тэгшитгэлийн коэффициентүүдийн утгыг тодорхойлъё. Шалгуурын тооцооны утга дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$t_R\{d_1\} = \frac{|d_1|}{\sigma\{d_1\}} = \frac{|d_1|\sigma_{(x)}\sqrt{m-2}}{\sigma_{(Y)}\sqrt{1-r_{YX}^2}}$$

$$t_R\{d_{1x}\} = \frac{0.0178 \cdot 36.946 \; \sqrt{100-2}}{0.833 \; \sqrt{1-0.792^2}} = 12.801$$

$$t_R\{d_{1y}\} = \frac{35.1275 \cdot 0833\sqrt{100-2}}{36.946\sqrt{1-0.792^2}} = 12.846$$

Стьюдентийн шалгуурын хүснэгтийг утгыг 2-р хавсралтаас авбал

$$t_x\left[p_u = 0.95; \; f = m - 2 = 100 - 2 = 98 \;\right] = 1.98$$

Энд $t_R\{d_1X\} > t_R$

$t_R\{d_1y\} > t_x$ байгаа учир хоёр коэффициент хоёулаа утгатай гэж үзнэ.

20. Хүчин зүйлийн утга бүрт $\overline{X_i^*}$ авах үзүүлэлтийн нөхцөлт дунджийг дараах томъёогоор тодорхойлно. (6.6-р хүснэгт)

$$\overline{Y}_{(x)} = \overline{Y}(\overline{X_j^*}) = \frac{1}{m_{xi}}\sum_{i=1}^{q} m_{ji}\overline{Y_i^*} = \frac{1}{m_{xj}}\sum_{i=1}^{q} m_{ji}(Y_j + Y_0^*)$$

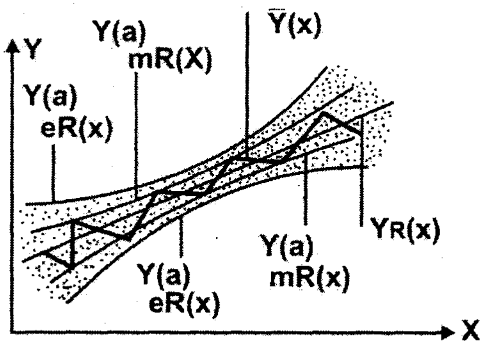
6.6-р хүснэгт

$\overline{X}_j^{\bullet}$	177.2	195.4	213.6	231.8	250.0	268.2	186.4	304.6	322.8	341
$Y_{R(x)} = Y_R(\overline{X}_j^{\bullet})$	3.334	3.658	3.982	4.306	4.630	4.954	5.277	5.602	5.926	6.250
$\sum m_{ji} y_i$	-4	-6	-14	-12	+31	+40	+28	+54	+28	+15
$\frac{I_y}{m_{xy}} \sum m_{ji} y_i$	-0.136	-0.510	-0.529	-0.6314	+0.43	0.850	1.190	1.148	1.416	1.70
$\overline{Y}_x = \overline{Y}(\overline{X}_j^{\bullet})$	-2.97	+3.82	-3.801	-4.016	+4.765	+5.180	+5.520	-5.478	-5.746	-6.03
$\overline{X}_j^{\bullet} - \overline{X}$	-8590	-67.7	-49.5	-31.3	-13.1	5.1	23.3	41.5	59.7	77.9
$(\overline{X}_j^{\bullet} - \overline{X})^2$	7378.81	4583.29	2450.25	979.69	171.61	26.01	542.89	1722.95	3564.09	6068.41
$\sigma_m^2\{Y_R(\overline{X}_j^{\bullet})\}$	0.016903	0.011499	0.007376	0.004533	0.002971	0.002689	0.003689	0.005968	0.009529	0.01437
$\sigma_m\{Y_R(\overline{X}_j^{\bullet})\}$	0.130011	0.107233	0.085882	0.067327	0.054507	0.051860	0.060734	0.077255	0.097615	0.119874
$E_m\{Y_{Ri}\}$	0.153413	0.126535	0.101341	0.0079446	0.064318	0.061195	0.071668	0.091161	0.115186	0.141451
$\sigma_c^2\{Y_R(\overline{X}_j^{\bullet})\}$	0.281	0.275418	0.271295	0.268452	0.266890	0.266606	0.257608	0.269887	0.273448	0.278289
$\sigma_c\{Y_R(\overline{X}_j^{\bullet})\}$	0.53	0.524803	0.520860	0.518124	0.516614	0.516341	0.517308	0.519507	0.522922	0.527531
$E_c\{Y_{Re}\}$	1.05	1.039109	1.031302	1.025884	1.022896	1.022356	1.024270	1.028624	1.035386	1.044511

Энд: $\overline{Y}^*(x) = I_y y_i + y_0^*$ томъёонд I_y, Y_0^*-ийн утгыг орлуулан тавьснаар

$$\overline{Y}(x) = \frac{0.34}{m_{xj}} \sum_{i=1}^{q} m_{ji} y_i + 4.33 \text{ болно.}$$

$\overline{Y}(x) = Y\left(\overline{X}_j^*\right)$-ийн тооцоог 6.5-р хүснэгтэд үзүүлэв. Гаргаж авсан утгуудаар гарах үзүүлэлтүүдийн нөхцөлт дундажийн өөрчлөлтийг тодорхойлогч туршлагын муруй шугамыг байгуулна. (6.11-р зураг)



6.11-р зураг. Нэг хүчин зүйлт шугаман КЗ-ын график ба түүний итгэмжлэх завсар

21. Гарах үзүүлэлтийн тооцооны утгын дисперси хүчин зүйлийн утга бүрд дараах томъёогоор тодорхойлогдоно.

$$\sigma_m^2\left\{Y_R\left(X_j\right)\right\} = \sigma^2_{(d_{0x})} + \sigma^2_{(d_{1x})}\left(\overline{X}_j^* - \overline{X}\right)^2$$

$$\sigma^2_{\{d_{0x}\}} = \sigma^2_{(Y)}\frac{(1-r_{yx}^2)}{m-2} = 0.69339\frac{\left(1-0.792^2\right)}{100-2} = 0.002639$$

Энд: $$\sigma^2_{\{d_{1x}\}} = \frac{\sigma_{(Y)}(1-r_{yx}^2)}{\sigma^2_{(x)}(m-2)} = \frac{0.002693}{1365.3}$$

$$\sigma_m\left\{Y_R(\overline{X}^*_j)\right\}=0.002639\left[1+\frac{\left(\overline{X}^*_j-\overline{X}\right)^2}{1365.3}\right]$$

Гаргах үзүүлэлтийн дисперси ба квадрат дундаж хазайлтыг (6.5)-р хүснэгтэд үзүүлэв.

22. Хүчин зүйлийн тогтмол утганд харъяалагдах гарах утгын бодит дундаж үзүүлэлтийн магадлалт хүрээ хязгаар дараах тэгшитгэл бишээс олдоно.

$$Y''_{mR(x)}=Y''_{mR}\left(\overline{X}^*_j\right)=Y_R\left(\overline{X}^*_j\right)-E_m\{Y_{Ri}\}\le h\le\overline{Y}_R\left(\overline{X}^*_j\right)+E_m\{Y_{Rj}\}=Y^0_{mR}\left(\overline{X}^*_j\right)=Y^0_{mR}(x)$$

Энд гарах үзүүлэлтийн тооцооны утгын үнэмлэхүй алдаа

$$E_m\left\{Y_{Rj}\right\}=\sigma_m\left\{Y_R(\overline{X}^*_j)\right\}\cdot t_x\qquad\left[P_u=0.95;f=m-2\right]$$

6.11-р зурагт $Y''_{mR}(x)$ ба $Y^0_{mR}(x)$-ийн графикийг үзүүлсэн бөгөөд тэдгээрийн хооронд нөхцөлт дундаж $\overline{Y}\left(\overline{X}^*_j\right)$ - д харгалзах цэгүүд 0.95-ын магадлалтай байрлах ёстой.

23. Хүчин зүйлүүдийн тогтмол $\overline{X}^*_j$ утгын үед гарах үзүүлэлтийн h_j утгын өөрчлөгдөх завсар дараах тэгшитгэл бишээр тодорхойлогдоно.

$$Y''_{mR(x)}=Y''_{mR}\left(\overline{X}^*_j\right)=Y_R\left(\overline{X}^*_j\right)-E_m\{Y_{Ri}\}\le h\le\overline{Y}_R\left(\overline{X}^*_j\right)+E_m\{Y_{Rj}\}=Y^0_{mR}\left(\overline{X}^*_j\right)=Y^0_{mR}(x)$$

Энд: $E_e\left\{Y_{Rj}\right\}$ гарах үзүүлэлтийн нэгж утгын үнэмлэхүй алдаа

$$E^2_e\left\{Y_{Ri}\right\}=\sigma_{Y\{Ri\}}t_x\left[P_u=0.95;f=m-2=98\right]=\sigma_{Y\{Ri\}}\cdot 1.98$$

$$\sigma^2_e\left\{Y_R\left(X^*_j\right)\right\}=\sigma^2_{(d_{0,x})}=\left[1+m+\frac{\left(\overline{X}^*_i-\overline{X}\right)^2}{\sigma^2_{(x)}}\right]$$

$$\sigma^2_e\left\{Y_R\left(X^*_j\right)\right\}=0.002639\left[1+100+\frac{\left(\overline{X}^*_i-263.1\right)^2}{1365.3}\right]\qquad(6.39)$$

Энэ томъёоны утгыг 6.6-р хүснэгтэд үзүүлэв. 6.11-р зурагт функц $Y''_{eR(x)}$ ба $Y^0_{eR(x)}$ -ийн графикийг дүрслэн үзүүлэв.

Эдгээрийн хооронд гарах үзүүлэлтийн $Y_{xj} = Y_j$ утгад харгалзах цэгүүд 0.95 магадлалтайгаар байрлах ёстой.

6.3 Судалгааны үр дүнгээр олон хүчин зүйлт корреляцийн шугаман загвар зохиох

Гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх хэд хэдэн хүчин зүйлийн нөлөөллийг нэгэн зэрэг авч үзсэн судалгааны үр дүнгээр олон хүчин зүйлт корреляцийн загвар (ОХКЗ) зохиож судлах нь судалгааг улам үр дүнтэй болгоно. Санамсаргүй өөрчлөгдөх утга бүхий эдгээр үзүүлэлт нэгэн удаагийн хэмжилтийн дүнг Y_j, X_{ij}, X_{2j},......,X_{mj} хэлбэрээр, харин нийт судалгааны үр дүнг 6.7-р хүснэгтэд үзүүлсэн байна.

6.7-р хүснэгт

Судалгааны дүнгийн утгууд

Хэмжилтийн дугаар	Нөлөөлөх хүчин зүйлүүд				Гарах үзүүлэлт
	X_1	X_2	X_i	X_M	Y_1
1	X_{11}	X_{21}	X_{i1}	X_{M1}	Y_i
j	X_{1j}	X_{2j}	X_{ij}	X_{Mj}	Y_j
m	X_{1m}	X_{2m}	X_{im}	X_{Mm}	Y_m

Хүснэгтэд бичигдсэн өгөгдлүүд дараах үзүүлэлтээр тодорхойлогдоно.

Дундаж утга

$$\overline{Y} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} Y_j \qquad (6.40)$$

$$\overline{X} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} X_{ij} \qquad (6.41)$$

Дисперси.

$$\sigma^2_{\{Y\}} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left(Y_j - \overline{Y}\right)_2 \qquad (6.42)$$

$$\sigma^2_{\{xi\}} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left(X_{ij} - \overline{X}_i\right)^2 \qquad (6.43)$$

Үүнээс гадна судалгааны өгөгдлүүдэд (6.7-р хүснэгт) корреляцийн шинжилгээ хийж санамсаргүй $Y, X_1, \ldots X_M$ хэмжигдэхүүнүүдийн хоорондох хамаарлын зэрэг болон ОХКЗ-ын коэффициентүүдийг олно.

ОХКЗ нь дараах хэлбэрээр бичигдэнэ.

$$Y_R = a_1 + a_0 X_1 + \ldots + a_M X_M \quad (6.44)$$

эсвэл

$$t_R = q_1 t_1 + \ldots + q_M t_M \quad (6.45)$$

Энд: $a_1 \ldots a_M$ бодит утга бүхий хүчин зүйлүүдтэй ОХКЗ-ын коэффициентүүд. Эдгээр нь X_1 хүчин зүйл нэгж утгаар өөрчлөгдөхөд (бусад нь тогтмол байх үед) гарах үзүүлэлт хэрхэн өөрчлөгдөхийг тодорхойлдог:

$q_1 \ldots q_M$ – Стандартын утга бүхий хүчин зүйлүүд

t_j, t_{ij} – ОХКЗ -ын стандартын коэффициент

$$t_j = \frac{Y_j - \overline{Y}}{\sigma_{\{Y\}}} \quad (6.46)$$

$$t_{ij} = \frac{X_{ij} - \overline{X}_i}{\sigma_{\{X_1\}}} \quad (6.47)$$

Дээрх тэгшитгэлийн q_i коэффициент нь хүчин зүйлийн утга $\sigma_{\{X_1\}}$ хэмжээгээр нэмэгдвэл гарах үзүүлэлт t_R утга $q_1 \sigma_{\{Y\}}$ хэмжээгээр нэмэгдэхийг харуулж байна.

Хувьсагчдыг стандартын болгох үед хэмжилтийн харьцангуй нэгжээр (өөрсдийн квадрат дундаж хэлбийлтийн) илэрхийлэгддэг $q_1, \ldots, q_M$ коэффициентүүд нь хүчин зүйл бүрийн гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх нөлөөллийн зэргийг тодорхойлно. Энэхүү коэффициентүүдийн их утгатай хүчин зүйлийг нөлөөлөл ихтэй хэмээн үзнэ. Хүчин зүйл бүрийн $X_i, \sigma_{\{X_1\}}$ үзүүлэлтүүд хоорондоо ихээхэн ялгаатай үед тэдгээрийг стандартчилна.

Санамсаргүй үзүүлэлтүүдийг стандартчилах нь корреляци хамаарлын статистик үзүүлэлтүүдийн тооцоог хийхэд хялбар болгоно.

Гарах үзүүлэлт хүчин зүйл бүрийн дундаж утга $t_i = 0$ $\sigma^2_{ii} = 1$ хос корреляцийн коэффициентүүд нь

$$r_{yx_1} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} t_j t_{ij} \quad (6.48)$$

$$r_{x_i \overline{x_v}} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} t_{ij} t_{vi} \quad (6.49)$$

болно. Корреляцийн загвар дахь стандартын q_1 болон ОХКЗ-н коэффициентүүдийн хооронд

$$a_i = q_i \frac{\sigma_{\{Y\}}}{\sigma_{\{X_1\}}} \quad (6.50)$$

$$a_0 = \overline{y} - \sum_{i=1}^{M} a_{ij}\overline{X_i} \quad (6.51)$$

харьцаа байдаг.

Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд $/Y, X_1 \ldots X_M/$ - ийн хоорондох шугаман холбооны нягтралын зэрэг нь корреляцийн гүйцэд олонлогийн коэффициент (КОК)-($R_{y,x_1\ldots x_M}$)- оор тодорхойлогдоно.

Энэхүү коэффициент нь бүх хүчин зүйл нийлж, туршилтаас гарах үзүүлэлтэд нөлөөлөх нөлөөллийн зэргийг заах бөгөөд стандарчилсан санамсаргүй хэмжигдэхүүний үед

$$R_{t,t_1\ldots t_M} = R_{y,x_1\ldots x_M} = \sqrt{q_1 r_{yx_1} + \ldots + q_M r_{yxM}} \quad (6.52)$$

гэж олдоно.

Корреляцийн хос коэффициентүүд мэдэгдэж буй тохиолдолд корреляцийн гүйцэд олонлогийн коэффициент (КОК)

$$R_{y,x_1\ldots x_M} = \sqrt{1 - \frac{Д}{Дуу}} \quad (6.53)$$

томъёогоор тодорхойлогдно.

Энд Д- корреляцийн бүх хос коэффициентуудаар үүссэн тодорхойлогч

$$Д = \begin{vmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2}\ldots & r_{yx_M} \\ r_{xy} & 1 & r_{x_1x_2}\ldots & r_{x_1x_m} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ r_{x_My} & & r_{x_Mx_1}\ldots & 1 \end{vmatrix}.$$

Дуу - тодорхойлогчийн минор, үүнийг эхний багана болон дээд мөрийг дарах замаар гаргаж авна.

$$Д = \begin{vmatrix} 1 & r_{x_1x_2}\dots & r_{x_1x_м} \\ r_{x_2x_1} & 1\dots & r_{x_2x_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{x_мx_1} & r_{x_мx_2}\dots & 1 \end{vmatrix}$$

Хоёр хүчин зүйлт загварын шугаман корреляцийн үед (6.53) томьёо дараах хэлбэрээр бичигдэнэ.Үүнд:

$$r_{yx_1(x_2)} = \sqrt{\frac{r^2_{yx_1} + r^2_{yx_{21}} - 2r_{yx_1}r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{1 - r^2_{x_1x_2}}} \qquad (6.54)$$

Корреляцийн гүйцэд олонлогийн коэффициент тэгээс нэг хүртэл утга авна. Бидний судалж байгаа санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд хэвийн тархалттай бол судалгааны явцад тэдгээрийн нягтралын хэмжээг илэрхийлэх корреляцийн коеффициент болон түүний магадлалт хүрээг тогтоодог. Энэхүү нөхцөл нь олон хүчин зүйлт математик загвар байгуулах корреляцийн аргыг ашиглан хүрээг хязгаарладаг. Уг аргыг олон хүчин зүйлт шугаман хязгаарыг гаргаж авахад өргөн хэрэглэдэг.

Гарах үзүүлэлт зөвхөн ямар нэгэн хүчин зүйлтэй холбоотой байж бусад хүчин зүйлийн нөлөөллийг тооцоогүй нягтралын ***корреляцийг салангид (частный коэффициент) коэффициент (КСК)*** гэж нэрлэдэг. Энэ нь олон хүчин зүйлт корреляцийн шинжилгээний давуу тал нь юм.

Хэрэв хоёр хүчин зүйлт корреляцийн математик загвар дахь хос коэффициентүүд мэдэгдэж байвал салангид коэффициентүүдийг нөлөөлөх хүчин зүйл тус бүрд дараах томъёогоор илэрхийлнэ.

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{yx_2})(1 - r^2_{x_1x_2})}} \qquad (6.55)$$

$$r_{yx_2x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1}r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r^2_{yx_1})(1 - r^2_{x_1x_2})}} \qquad (6.56)$$

КСК-ийн хэмжээ 0...1 хүртлэх хязгаарт өөрчлөгдөнө. КОК болон түүний магадлалт хүрээний утгыг үнэлэхдээ Стьюдентийн шалгуураар шалгах бөгөөд түүний тооцооны утга

$$t_R\{R_{yx_1...\bar{x}_1}\} = \frac{R_{y,x_1...x_M}}{\sigma\{R_{yx_1...x_M}\}} \qquad (6.57)$$

байдаг.Энд: $\sigma\{R_{yx_1...x_M}\}$ - КОК-ийн квадрат дундаж квадрат хэлбийлт, тэрээр дараах тэгшитгэлээр илэрхийлэгдэнэ.

$$\sigma\{R_{yx_1...x_M}\} = \frac{(1 - Ryx_1...x_M)}{\sqrt{m - M - 1}} \qquad (6.58)$$

Стьюдентийн шалгуурын хүснэгт (хавсралт)-ээс $t_x(P_u = .95; f = m - M - 1)$ нөхцлийг биелүүлсэн байхаар утгыг сонгож авна.

Хэрэв $t_R > t_x$ нөхцөл биелж байвал эх олонлогт корреляци хамаарал байна гэж үзнэ.

КОК-ийн үнэмлэхүй бодит алдааг

$$E_{\{Ryx_1...x_M\}} = \sigma_{\{Ryx_1...x_M\}} t[P_u, f] \qquad (6.59)$$

гэж тодорхойлно.

Эндээс түүний бодит утгатай магадлалт хүрээний зааг дараах тэгшитгэл бишийг бичиж болно.

$$Ryx_1...x_M - E_{\{Ryx_1...x_M\}} \le Pyx_1...x_M + E_{\{Ryx_1...x_M\}} \qquad (6.60)$$

Корреляцийн олон хүчин зүйлт хүрээний коэффициентүүдийг хамгийн бага квадратуудын хэлбэрээр тодорхойлно. Кореляцийн хоёр хүчин зүйлт загварын хувьд системт тэгшитгэл дараах хэлбэрээр бичигдэнэ.

$$\left.\begin{aligned} q_1 + q_2 r_{x_1x_2} &= r_{yx_1} \\ q r_{x_1x_2} + q_2 &= r_{yx_2} \end{aligned}\right\} \qquad (6.61)$$

Эдгээр тэгшитгэлийг бодсоноор коэффициентүүд нь

$$q_1 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1x_2}}{1 - r^2_{x_1x_2}} \qquad (6.62)$$

$$q_2 = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_1} r_{x_1x_2}}{1 - r^2_{x_1x_2}} \qquad (6.63)$$

гэж олддог.

Хоёр хүчин зүйлт загварын коэффициентүүдийн дисперсийг олохдоо:

$$\sigma^2_{\{q_1\}} = \sigma^2_{\{q_2\}} = \frac{1 - Ryx_1 \ldots x_M}{(1 - r^2_{x_1x_2})(m - 2)} \qquad (6.64)$$

томъёог ашиглана.

Эдгээр коэффициентийн утгыг үнэлэхдээ Стьюдентийн шалгуурыг ашиглана.

Жишээ 6.6 Нэхмэлийн зориулалттай Т=24 текс шугаман нягттай ээрмэлийн бат бэх суналт, хагас метрийн жинг тогтоохоор m=100 хэмжилт хийсэн юм гэж санаяа. Хэмжилтийн дээрх өгөгдлүүдээр хоёр хүчин зүйлт корреляцийн загвар $Y_R = f(x_1x_2)$ гаргаж авах гэж байгаа юм гэе. Энд Y-ээрмэлийн бат бэх, X_1- суналтын хэмжээ %, X_2- хагас метр ээрмэлийн жин, гр гэж тус тус тэмдэглэв.

Санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүдийн харгалзсан утгуудаар корреляцийн хүснэгт (6.7)-тэй төстэй зохиож (6.12; 6.15; 6.23; 6.37; 6.38) томъёонуудаар дараах статистик үзүүлэлтүүдийн утгыг тодорхойлов.

$\overline{Y} = 204.2$	$\overline{X_1} = 7.71\%$	$\overline{X_2} = 11.72$гр
$\sigma_{\{Y\}} = 20.47$	$\sigma_{x_1} = 0.584$	$\sigma_{x_2} = 0.753$
$r_{yx_1} = 0.8995$	$r_{yx_2} = 0.5332$	$r_{x_1x_2} = 0.1937$

1. КОК (6.54) томъёо ёсоор:

$$Ryx_1x_2 = \sqrt{\frac{0.8995^2 + 0.5332^2 + 2 \cdot 0.8995 \cdot 0.5332 \cdot 0.1937}{1 - .1937^2}} = .97107$$

Олонлогийн детерминацийн коэффициент

$кД_R = R^2_{yx_1x_2} = 0.9428$ буюу олонлогийн детерминаци 94,28% гэж олдов. Ийм үед ээрмэлийн бат бэхийн үзүүлэлтийн 94,28% нь бидний авч үзэж буй суналт, жингээс хамаарч үлдсэн 5.7% нь тооцогдоогүй хүчин зүйлээс хамаарч байна гэж үзнэ.

2. КОК-ийн квадрат дундаж хэлбийлтийн хэмжээг (6.58) томъёогоор тодорхойлбол:

$$\sigma_{/R_{yx_1x_2}/} = \frac{1 - 0.971^2}{\sqrt{100 - 2 - 1}} = 0.00582$$

болно.

3. Дээр олсон коэффициентийн утгыг Стьюдентийн шалгуураар (6.57) томъёоны дагуу олвол:

$$t_{R}\{R_{yx_1x_2}\} = \frac{0.97107}{0.00582} = 167.4$$

болно.

Энэхүү шалгуурын хүснэгтийн утга (2-р хавсралт)

$$t_x[P_u = 0.95; \quad f = m - M = 100 - 2 - 1 = 97] = 1.99$$

$t_R = 167 >> t_x = 1.99$ учир уг коэффициентийг хүрэлцэхүйц

утгатай гэж үзнэ.

4. Магадлалт хэмжээний утгыг (6.60)-ын дагуу олоход:

$$0.97107 - 1.99 \cdot 0.00582 = 0.960 \le P_{yx_1x_M} \le 0.97107 - 1.99 \cdot 0.00582 = 0.982$$

болж байв.

5. Хоёр хүчин зүйлт корреляцийн математик загварын коэффициентүүдийг (6.62; 6.63) томъёогоор олвол:

$$q_1 = \frac{0.8995 - 0.5332 \cdot 0.1937}{1 - 0.1937^2} = 0.827$$

$$q_2 = \frac{0.5332 - 0.8995 \cdot 0.1937}{1 - 0.1937^2} = 0.373$$

Олсон коэффициентүүдийн дисперси ижил бөгөөд түүний утга (6.64) томъёо ёсоор

$$\sigma^2_{\{q_1\}} = \sigma^2_{\{q_2\}} = \frac{1 - 0.97107^2}{(1 - 0.1937^2)(100 - 2)} = 0.000607$$

$$\sigma_{\{q_1\}} = \sigma_{\{q_2\}} = 0.0246$$

6. Регрессийн q_1, q_2 коэффициентүүдийн утга Стьюдентийн шалгуурын хүснэгтийн утга (2 -р хавсралт)

$t_x[P_u = 0.95; f = m - M = 100 - 2 = 98] = 1.99$ болно.

Эндээс $t_{R(q_1)} > t_x > t_{R(q2)} > t_x$ учир коэффициентүүдийн утга хүчин тэгэлдэр гэж үзнэ.

7. О лон хүчин зүйлт корреляцийн загварын магадлалт хүрээ

$$0.827 - 1.99 \cdot 0.246 = 0.778 \leq \gamma_1 \leq 0.827 + 1.99 \cdot 0.0246 = 0.876$$

$$0.373 - 1.99 \cdot 0.246 = 0.324 \leq \gamma_2 \leq 0.373 + 1.99 \cdot 0.0246 = 0.422$$

8. Стандартчилагдсан харгалзсан санамсаргүй хэмжигдэхүүн t_R, t_1, t_2-ын хувьд хоёр хүчин зүйлт корреляцийн загвар $t_R = 0.827\ t_1 + 0.373\ t_2$ хэлбэрээр бичигдэнэ.

9. Бодит утга бүхий нөлөөлөх хүчин зүйлүүдтэй корреляцийн олон хүчин зүйлт загварын коэффициентүүд томъёо (6.50; 6.51)-ны дагуу

$$a_1 = 0.827 \cdot \frac{2047}{0.584} = 28.987$$

$$a_2 = 0.373 \cdot \frac{20.47}{0.753} = 10.14$$

$$a_3 = 201.2 - 28.957 \cdot 7.71 - 10.14 \cdot 11.92 = -139.927$$

10. Бодит утга бүхий нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн корреляцийн математик загвар

$$Y_R = -139.927 + 28.987 X_1 + 10.14 X_2$$

11. Корреляцийн салангид коэффициентүүд (6.55; 6.56) томъёогоор

$$r_{yx_1(x_2)} = \frac{0.8995 - 0.5332 \cdot 0.1937}{\sqrt{\left(1 - 0.5332^2\right) \cdot \left(1 - 0.1937^2\right)}} = 0.9593$$

$$r_{yx_2(x_1)} = \frac{0.5332 - 0.8995 \cdot 0.1937}{\sqrt{\left(1 - 0.8995^2\right) \cdot \left(1 - 0.1937^2\right)}} = 0.8376$$

гэж тус тус олно.

Долоодугаар бүлэг
ОНОВЧЛОХ АРГУУД, ТЭДГЭЭРИЙН ТУХАЙ ЕРӨНХИЙ ОЙЛГОЛТ

Үйлдвэрлэлийн машин, тоног төхөөрөмжийн бүтээмж нэмэгдэж, технологи ажиллагаа идэвхижихэд юм уу технологи ажиллагаа төвөгтэй болоход түүнийг хамгийн ашигтайгаар удирдаж явуулахад хүндрэл учирдаг. Энэ үед машин төхөөрөмж, дамжлагын шугам, технологи ажиллагааг зохистойгоор удирдах цаашлаад үйлдвэрлэлийн технологи ажиллагааг автоматжуулахын тулд түүнд нөлөөлөх хүчин зүйлүүдийн хамгийн үр ашигтай буюу оновчтой байх утгыг тодорхойлох шаардлага гарна. Үүнтэй уялдаж нөлөөлөх хүчин зүйл нэг бүрийг нарийн зааглаж тус бүрд тохирсон шийдвэрийг хэрэгжүүлнэ. Оновчлолын бодлогын тавилт, бодолттой холбоотой зарим үндсэн ойлголтыг авч үзье.

7.1 Технологи ажиллагааг оновчлох бодлогын үед хэрэглэдэг үндсэн ухагдахуунууд

Удирдагдах хүчин зүйл. Хэрэв судлаач технологи ажиллагаанд нөлөөлөх $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ хүчин зүйлүүдийн утгыг түүнд оролцох хамгийн зохимжтой хэмжээгээр юм уу машин тоног төхөөрөмжийн ажиллагаанд зөвшөөрөгдөх утгаар нь өөрийн санаанд тохируулан сонгон авч байвал тэдгээр хүчин зүйлийг ***удирдагдах хүчин зүйл*** гэнэ. Тухайлбал үйлдвэрийн машины эрхтний үндсэн механизмын голын эргэлтийн тоо, арьс, ноос, ноолуур, даавуу угаах төхөөрөмж дэх шингэний температур, хүнсний бүтээгдэхүүн болон даавуу, ширэн эдлэл дамжуулж байгаа зэрэгцээ хос голын хоорондох зай, угаах ванн доторх усны түвшин, уурын даралт, будгийн найрлага, хооронд нь холих бодисын орцын хувь, ширхэглэг материалын урсгалын хурд, шавар зуурах машинд өгөх усны хэмжээ зэрэг нь удирдагддаг хүчин зүйлүүд болно.

Удирдагддаггүй хүчин зүйл. Технологи ажиллагааны явцад хувирахгүй хэвээр байдаг, тухайлбал нэхэх суурь машины ремизийн тоо, арьс ширний үйлдвэрийн угаах, тос авах барабаны диаметр, машины геометрийн хэмжээс, холих машины тогооны ээлхүүн, дугуй ээрэх машины цилиндрүүдийн диаметр зэрэг нь удирдагддаггүй хүчин зүйл мөн.

Санамсаргүй хүчин зүйл. Бодит үнэн хэмжээ нь технологи ажиллагааны үед өөрчлөгдөхгүй байх ёстой атлаа ямар нэгэн шалтгаанаар өөрчлөгдөж, үүний улмаас хэмжээний тоон үзүүлэлт нь хэлбэлздэг боловч математик дундаж, дисперси зэрэг статистикийн үзүүлэлт нь мэдэгдэж байдаг хүчин зүйлийг санамсаргүй хүчин зүйл гэнэ. Тухайлбал нэхмэлийн үйлдвэрт ээрэх ба нэхэх машин дээр утас тасрах тоо, даавууны нягт, даавууны нэгж талбай дээрх утасны зангиралт, бүрзийлтийн тоо, утас ээрэх үед түүний таталт, ээрмэл, тууз, даавууны шугаман нягт, хүнсний үйлдвэрт холионд орж байгаа бүрдлүүдийн тоон үзүүлэлт, арьс ширний үйлдвэрт арьсны зузаан, нэг арьсны талбай зэрэг нь бүгд санамсаргүй хүчин зүйл болно.

Тодорхойгүй хүчин зүйл. Утга нь анхнаасаа мэдэгдэхгүй ямар нэгэн мэдээлэл байхгүй хүчин зүйл. Жишээ нь үр тарианы дараагийн жилийн ургацын үеийн цавуулаг, шинээр хайгуул хийж байгаа талбайн ашигт малтмалын нөөц, хөвөнгийн ургамлын хогт хольц, шинэ хувцас, даавуу болон бусад бүтээгдэхүүний эрэлт хэрэгцээ гэх мэт хүчин зүйлүүд нь тодорхойгүй хүчин зүйл юм.

Шийдвэр гаргах хүн. Оновчтой утга гаргаж авахын тулд удирдагддаг хүчин зүйлүүдийн утгыг сонгох, шинжлэх ажлыг гүйцэтгэж байгаа нэг буюу хэсэг бүлэг мэргэжилтэнг шийдвэр гаргах хүн гэнэ. Технологи ажиллагааг төлөвлөх үйл ажиллгаанд шийдвэр гаргах хүн нь тухайн үйлдвэрийн технологи инженер юм уу энэ чиглэлээр тодорхой судалгаа хийиж байгаа судлаач байдаг. Хэрэв технологи, бүтээгдэхүүний хийц загвар маяг, эдийн засаг, нийгэм, байгаль хамгаалал зэрэг цогц асуудлыг оновчтой шийдвэрлэх гэж байгаа бол дээр дурьдсан салбарын мэргэжилтнүүдээс бүрдсэн хэсэг бүлэг хүн шийдвэр гаргагчид болно. Шинжлэх ухааны үндэслэлтэй, оновчтой шийдвэр гаргах нь математикийн тодорхой аргад тулгуурлана.

Ашигтай шийдвэр. Бололцоотой бүх шийдвэрүүдийн дотроос шийдвэр гаргах хүмүүсийн саналын дагуу гаргах удирдагддаг хүчин зүйлүүдийн цуглуулгыг ашигтай шийдвэр гэнэ. Гэхдээ энэ нь оновчтой шийдвэр биш юм.

Оновчлолын бодлогын зорилгын функци. Технологи ажиллагааны үр ашгийг тооцож илэрхийлэхэд зорилгын функци нь үр ашигтай шийдвэр гаргахад хүрэлцэх бүх шаардлагыг илэрхийлж чадахгүй, харин түүнийг ойролцоогоор тусгаж байдаг. Зорилгын функцийг заримдаа технологи ажиллагааны оновчлолын шалгуур гэж нэрлэнэ. Энэхүү шалгуурыг сонгохдоо машин тоног төхөөрөмж, технологи ажиллагааны үр ашгийг илэрхийлэх техник эдийн засгийн үзүүлэлтийг авна.

Судалгааны обьектын техник эдийн засгийн үзүүлэлт хамгийн ашигтай байна гэдэг нь ажиллагсдын ажлын нөхцөл дээшлэх, түүхий эд, эрчим хүч, бусад нөөц хэмнэгдэх, байгаль орчинд үзүүлэх хор нөлөө багасах, бүтээгдэхүүний чанар, үзүүлэлт сайжрах, хөдөлмөрийн бүтээмж өсөх гэсэн үг мөн. Техник эдийн засгийн үзүүлэлтийг онолын ба төсөөлж байгаа утгатай нь харьцуулж оновчлолын шалгуурын утгыг 0...1-ийн хооронд байхаар нормчилж болно. Энэ нь хүнсний бүтээгдэхүүний бүтэц найрлага, хими физикийн үзүүлэлт, ноосон утасны шугаман нягтын нэгэн төрлийн чанар гэх мэт технологи ажиллагааны оновчлолын шалгуурууд байж болно. Техник эдийн засгийн үзүүлэлтүүд дотроос машины бүтээмж, объектын ажлын ашигтай хугацааны коэффициент, бүтээгдэхүүний бүтэц, найрлага, будаг авалт, боловсролтын жигдэршил, шинээр зохион бүтээсэн машин тоног төхөөрөмжийн найдваршил, удаан эдлэгдэх чанар, нэгж бүтээгдэхүүнд зарцуулах эрчим хүчний хэмжээ, металл зарцуулалт, үйлчилгээний ая тухтай байдал, дуу чимээ, элэгдлийн хэмжээ, тээврийн хэрэгслийн нэгж жинд ноогдох ачаа, ургац хураах машины нэгж хугацаан дахь хураасан ургацын хэмжээ гэх мэт олон үзүүлэлт байж болно. Эдийн засгийн шалгуурт бараа нийлүүлэлтийн тасралт, торгууль, үйлдвэрлэлийн ашигт ажиллагаа, бүтээгдэхүүний өөрийн өртөг, ашиг зэрэг багтана.

Оновчлох хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалт. Технологи ажиллагааны үзүүлэлтүүдийг холбож байгаа удирдагддаг хүчин зүйлүүдийн өөрчлөлтийн мужийг хязгаарлах нөхцөлийн нэгдлийг тэнцэтгэл ба тэнцэтгэл биш хэлбэрээр бичсэнийг тэдгээрийн хязгаарлалт гэнэ. Удирдагддаг хувьсах хэмжигдэхүүн физик утгаараа сөрөг тэмдэг авдаггүй учир хязгаарлалт мөн сөрөг утга авдаггүй. Тухайлбал бүх төрлийн нэхэх болон бусад сууръ машины ажлын эрхтэний голын эргэх хурд тасралтгүй өөрчлөгддөггүй харин араа сольж залгаснаар дискрет утгаар хязгаарлагдсан хүрээнд, дэлгүүрт ачуулж байгаа барааны хэмжээ үйлдвэрлэсэн бүтээгдэхүүний тоо хэмжээнээс давж гарахгүй хэмжээнд тус тус өөрчлөгдөж байдаг.

Технологи ажиллагааны оновчлолын математик загвар. Зорилгын функц, оновчлох хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалтыг хамтад нь оновчлолын математик загвар буюу оновчлолын функци гэж нэрлэнэ. Оновчлох зорилт нь технологи ажиллагааны хамгийн ашигтай хувилбарын үед хувьсах хүчин зүйлүүдийн оновчтой утгыг олох явдал юм. Оновчлолын математик загварын хамгийн ашигтай байх хэлбэр нь зорилгын функцийн экстремум (максимум буюу минимум) утгын үед бий болдог.

Оновчлолын математик загварыг гаргаж авах аргуудыг дотор нь онолын ба туршилтын гэж хоёр хуваана. Онолын арга гэдэг нь материалын ба энергийн балансын тэгшитгэл юм уу тухайн технологи ажиллагааны шинж чанарыг агуулж чадах физикийн ерөнхий хуулиудыг ашигласан үйл ажиллагааны бодит мөн чанарыг томъёоны аргаар судлах явдал юм. Харин туршилтын арга гэдэг нь технологи ажиллагааг лаборатори ба үйлдвэрлэлийн аргаар судалсны үндсэнд регрессийн ба корреляцийн нэг юм уу олон хүчин зүйлт тэгшитгэлийн хэлбэрээр илэрхийлэх явдал юм. Ийм тэгшитгэл гаргаж авах аргын талаар номын 4,5,6-р бүлгүүдэд тодорхой авч үзсэн билээ.

Зөвшөөрөгдөх шиидвэр. Оновчлолын бодлогыг бодох үед хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалтыг нэгэн зэрэг хангаж байх үе дэх зорилгын функцийн утгыг зөвшөөрөгдөх юм уу байж болох шийдвэр гэж нэрлэнэ. Зөвшөөрөгдөх шийдвэр юм уу бодолт олон байх нь оновчлолын бодлогод байж болно. Харин зөвшөөрөгдөх шийдвэр зөвхөн ганц байвал тэрээр оновчтой шийдвэр болно. Зөвшөөрөгдөх шийдвэргүйгээр оновчтой утгыг олно гэж байж болохгүй, учир нь хувьсах хүчин зүйлүүд тодорхой өөрчлөгдөх хүрээнд хувирч байдаг. Зөвшөөрөгдөх шийдвэр нь анхнаасаа математик загварыг буруу бичсэн юм уу хувьсах хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх хүрээг алдаатай буюу ойролцоогоор авсантай холбоогүй, харин хувьсах хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээний доторхи өөрчлөлтийн утгатай холбоотой байдаг. Зөвшөөрөгдөх шийдвэрүүд олон байвал тэдгээрийн дотроос хамгийн ашигтай гэснийгээ сонгож авч болно.

Оновчтой шийдвэр. Оновчлолын бодлогыг бодох үед хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалтыг нэгэн зэрэг хангаж байгаа нөхцөлд зорилгын функцийн экстремум утгатай байх нөхцөлийг оновчтой шийдвэр буюу оновчтой бодолт гэж нэрлэнэ. Дээр дурьдсанаас үзэхэд зөвшөөрөгдөх ба оновчтой шийдвэр хоорондоо ижил бус юм. Энэ нь математик загвар нь технологи ажиллагааг ойролцоогоор илэрхийлж болно гэсэн үг юм. Ийм учраас оновчлолын бодлогын хамгийн зөв шийдвэрийг шийдвэр гаргах хүн буюу судлаач гаргана. Эндээс үзэхэд оновчлолын бодлого нь оновчтой шийдвэр гаргах боломжийг олгохоос гадна тухайн технологийн ажиллагаанд хүчин зүйлүүдийн оролцсоны хэм хэмжээг тогтоодог.

7.2. Оновчлолын бодлогын хэлбэрүүд

Оновчлолын математик загвар буюу зорилгын функцийг ашиглан оновчлолын бодлогыг математикийн бодлогуудын нэгэн адил бодож болно. Энд зорилгын функци нь ерөнхий тохиолдолд удирдагдах хүчин зүйл $X=(X_1,X_2,\ldots,X_n)$ үл удирдагдах хүчин зүйл $A=(A_1,A_2,\ldots,A_n)$, санамсаргүй ба тодорхойгүй хүчин зүйл ξ ба δ (δ - зарим тохиолдолд вектор хэлбэрээр өгөгдөж болно.) – аас тогтсон $F(X,A,\delta,\xi)$ хэлбэртэй байна. Хүчин зүйлийн хязгаарлагчид нь дээрх X,A,ξ,δ хувьсагчдийн функцийг хангах тэнцэтгэл юм уу тэнцэтгэл бишийн хэлбэрээр өгөгддөг. $g(X,A,\xi,\delta)$ илэрхийллийг хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалтын функци гэж нэрлэнэ. Оновчлолын математик загварт удирдагддаг хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн муж дахь хязгаарлалт $0 \le X0 \le X$ (сөрөг биш байх нөхцөл) юм уу $X_1 \le X \le X_2$ гэх мэт хэлбэрээр заавал өгөгдөнө. Дурьдсан үндэслэл, нөхцөлдөө тулгуурлаж оновчлолын загварыг

$$F(X,A,\xi,\delta)\to \max(\min)$$
$$g_1(X,A,\xi,\delta)\ge 0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$g_k(X,A,\xi,\delta)\ge 0$$
$$g_{k+1}(X,A,\xi,\delta)=0$$

....

$$gr(X, A, \xi, \delta) = 0$$

гэсэн ерөнхий хэлбэрээр бичиж болно. Мэдээжээр хязгаарлалтын фунцид A, ξ, δ хүчин зүйлүүд бүгд юм уу, аль нэг нь эсхүл оролцохгүй ч байж болно. Харин удирдагддаг X хүчин зүйл заавал оролцоно.

Оновчлолын бодлогыг бодох үед хязгаарлалтын нөхцлийг хангасан, зорилгын функци нь экстремум (максимум юм уу минимум) утга авах естой $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)^T$ векторыг хайх явдал гэж үзэж болно. F ба g функцийн хэлбэр, ξ ба δ хүчин зүйлүүдийн оролцооны байдлаас хамаарч оновчлолын бодлогууд таван ангид хуваагдана.

1. **Математик программчлалын бодлогууд.** Энэ үед A хүчин зүйл тогтмол, ξ, δ хүчин зүйлүүд байхгүй юм уу тооцогдохгүй орхигдоно. Тэгвэл оновчлолын функци

$$F(X, A) \to \max(\min)$$

$$g(X, A) \geq 0 \qquad i = 1, 2 \ldots k$$
$$g_i(X, A) = 0 \qquad i = k + 1 \ldots r$$

хэлбэртэй байна.

2. **Параметрт программчлалын бодлогууд.** Энэ нь өмнөх нөхцлийн нэг эдил боловч A хувьсагч хугацаанаас хамаарсан функцийн хэлбэртэй байдаг.

$$F(X, A) \to \max(\min)$$

$$g_i(X, A(t)) \geq 0 \qquad i = 1, 2 \ldots k$$

$$g_i(X, A(t)) = 0 \qquad i = k + 1 \ldots r$$

3. **Стохастик программчлалын бодлогууд.** Загварт санамсаргүй хүчин зүйл оролцсон, зорилгын функци ба хязгаарлалтууд нь удирдагддаг хүчин зүйлээс хамаарч моментын шинж чанарыг агуулсан юм уу, санамсаргүй хүчин зүйлтэй харьцангуйгаар магадлалын баталгааны хэлбэртэй байдаг.

Нийтийн үйлчилгээний оновчлолын бодлогууд. Зорилгын функцид стохастик программчлалын бодлогын нөхцөл өгөгддөг боловч оновчлох үйл явцад нэгэн

1. төрлийн обьектын түр зуурын юм уу огторгуйн системд

илэрхийлэгдэх санамсаргүй утгууд орж ирдгээрээ ялгаатай байдаг.

2. <u>**Статистикийн тоглоомын бодлогууд.**</u> Оновчлолын функцид тодорхойгүй δ хүчин зүйл оролцдог оновчлолын бодлого юм. Зарим тохиолдолд оновчлолын бодлого эдгээр таван хэлбэрийн хоёр юм уу түүнээс олон хэлбэрийн хослол (комбинаци) байж болно. Оновчлолын бодлогыг бий болгож бодох талаар хийсэн судалгаа, оролдлогын явцад төрөл бүрийн салбарт тохирсон бодлогын хэд хэдэн төрөл бий болжээ.

а)<u>Нөөцийн удирдлагын бодлогууд.</u> Оновчлолын бодлогод материаллаг нөөцийн физикийн мөн чанараас үл хамааруулан үйлдвэрлэлийг шаардлагатай түүхий эдийн нөөцтэй байлгахын тулд өдөр бүрийн зарцуулалтад тулгуурлан нөөцлөн хадгалах оновчтой хэмжээг тогтоодог. Энэ төрлийн бодлогод оёдлын үйлдвэрт нөөцөд байвал зохих даавуу, оёдлын зүйлс, машин төхөөрөмжийн сэлбэг хэрэгсэл, уур, ус, цахилгаан, энерги, түлш, ажиллах хүчний нөөц хэмжээг бэлтгэх нөхцөл, эд материалын хувьд тээвэрлэх зай, хүн хүчний хувьд эзэмшсэн мэргэшил, мэдлэг, чадвар, мэргэшилтэй нь уялдуулан математикийн аргаар тодорхойлно.

б)<u>Нөөцийг хуваарилах бодлогууд.</u> Энэ төрлийн бодлогод хязгаарлагдмал хэмжээтэй нэг юм уу хэд хэдэн нэр төрлийн түүхий эд, бараа мөн хэд хэдэн үйлдвэр, цех, хэрэглэгчид хамгийн зөв хуваарилах бодлогууд хамаарагдана. Хэрэглэгч бүрийн хувьд нөөцийн ашиглалт янз бүр байх боловч нийт хэрэглэгчдийн хэмжээнд үр ашиг хамгийн сайн байхаар хуваарилна.

в)<u>Тоног төхөөрөмжийг засварлах, солихтой холбоотой бодлогууд.</u> Энэ төрлийн бодлогод тоног төхөөрөмжийн зангилаа, эд ангиудыг засварлах солих хугацааг оновчтой тогтоох бодлогууд хамаарагдана. Машин төхөөрөмжийг засварлах, сэлбэг хэрэгслийг нэг бүрчилсэн аргаар хийх нь эдийн засгийн хувьд алдагдалд хүргэх ба солих, засах үйл ажиллагааг орхигдуулбал эх машин нь элэгдэгдэлд орж удаан эдлэгдэх боломжгүй болдог муу талтай. Ингэж элэгдсэний улмаас бүтээгдэхүүний тоо, чанар буурч гологдлын хэмжээ өснө. Иймээс аливаа машин техник, түүний сэлбэг хэсгүүдийн ашиглалтын хугацаа нь ажилласан цаг, тухай бүрд нь хийж байсан үйлчилгээтэй уялдан нарийвчлан тогтоогдсон байдаг.

г) <u>Сүлжээний оновлолын бодлогууд.</u> Энэ төрлийн бодлогод нөөцийг тээвэрлэлтийн явцад саатуулахгүй байх оновчтой маршрут сонгох бодлогууд хамрагдана. Хийн хоолой, дулаан цахилгааны шугам сүлжээ, хот дотор юм уу үйлдвэр, орон сууцны хооронд ажилчдыг автомашинаар тээвэрлэх, худалдаа үйлчилгээний цэгүүдийг хүн амын байршил, үйлдвэрийн болон хангамжийн газруудаас хамааруулан байршуулах бодлогууд оновчтой маршрут сонгох бодлогын нэгэн адил аргаар бодогдоно.

д) <u>Расписани (ээлжийн урсгал) оновчтой зохиох бодлогууд.</u> Энэ төрлийн бодлогод түүхий эдийг боловсруулан хагас ба эцсийн бүтээгдэхүүн үйлдвэрлэх явцад үйлдлүүдийн хоорондох машины саатал, хоосон зогсолт, түр зуурын засвар, тохируулгатай уялдан дамжлагын шугамын зарим хэсэгт тэдгээр нь хэт овоорч дуусаагүй үйлдвэрлэлийн бөөгнөрөл бий болохоос хамгаалахтай холбоотой бодлогууд хамаарагдана. Энэ нь түүхий эд боловсруулах эхний дамжлагаас эцсийн дамжлага хүртэл байнга хөдөлгөөнтэй байж боловсруулалтанд оруулж байхыг хангах нөхцөл юм.

е) <u>Үйлчилгээний системийг оновчлох бодлогууд.</u> Энэ төрлийн бодлогод үйлдвэрлэлийн машин болон түүн дээр ажиллаж байгаа хүмүүсийн тоо, нэг машинаас нөгөө машинд шилжиж ажиллах боломж зэргийг тооцох бодлогууд хамаарагдана. Хэрэв машин дээр хүний оролцоо бага бол ажилчин нэг буюу хэд хэдэн өөр төрлийн машин дээр нэгэн зэрэг ажиллахаар зохион байгуулдаг ажээ.

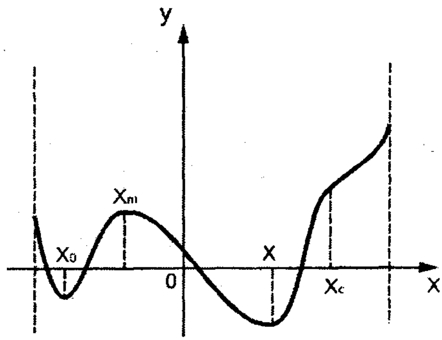
ё) <u>Бодлогын бүх төрлүүдийг агуулсан хам бодлогууд.</u> Оновлолын ихэнх бодлого саяын дурьдсан төрлүүдийг бүгдийг юм уу хэд хэдэн хэсгийг хамаарсан, нэгэн зэрэг бодолтой байдаг.

Оновлолын аргууд улс ардын аж ахуйн бүх салбарт өргөн хэрэглэгдэж байгаагийн дотор техник, технологийн зохих мэдлэг эзэмшсэн байвал уг аргуудыг бүтээлчээр хэрэглэж чадна. Оновлолын бодлогын үед хэрэглэдэг зорилгын функци нь нэг ба хэд хэдэн хүчин зүйлтэй байна. Хүчин зүйлийн тоо, оновчлох зорилгоос хамааруулан оновчлолын олон янзын аргуудыг хэрэглэдэг.

7.3 Нэг хүчин зүйлт зорилгын функцийг оновчлох томъёоны арга

Нэг хүчин зүйлт буюу нэг хувьсагчтай бодлогыг оновчлох нь оновчлолын хамгийн хялбар бодлого боловч оновчлолын бусад бодолгуудыг бодох онол, практикийн хувьд чухал ач холбогдолтой байдаг. Хэрэв $F_{(x)}$ функцийн (7.1-р зураг) тухайн хэсгийн (локаль) минимум X_0 бөгөөд үүнээс +X хэмжээнд орших цэг уг функцийн график дээр байгаа юм гэж үзвэл, өөрөөр хэлбэл $|X - X_0| < \delta$ бол $F_{(x)} \geq F_{(x_0)}$ болох ёстой.

Энэ нь графикийн тухайн хэсэгт авч үзэж байгаа асуудал юм.



7.1-р зураг

7.1-р зурагт үзүүлсэн графикаас харахад X_0 цэгт тухайн хэсгийн, X^* цэгт нийт графикийн хувьд байх (глобаль) минимум цэг байх нь илэрхий байна. Тэрчлэн X_m тухайн хэсгийн максимум, X_c нугаралтын цэг дэх босоо у тэнхлэгийн утга болж байгаа билээ. Ийм графикийн бүх цэг дээрх утгыг илэрхийлж чадах тэгшитгэлийг олох явдал оновчтой утгыг тогтоох үндэс болдог. Зургаас харахад X_0, X^*, X_m цэгүүд дээрх уламжлал $F'_{(x)}$ буюу функцийн хувиралт (градиент) тэгтэй тэнцүү байна. Өөрөөр хэлбэл X_0, X^*, X_m цэгүүдэд босоо Үтэнхлэгийн утга өөрчлөгдөхгүй.

$$F'(x) = 0 \qquad (7.1)$$
$$a \leq x \leq b$$

X_c цэгийн хувьд ч (7.1) тэгшитгэл хүчин төгөлдөр байна.

Зургаас харахад X_0, X^* цэгийн хувьд уламжлалын утга хасахаас нэмэхэд, X_m цэгийн хувьд хувирахгүй байна. Эндээс үзэхэд минимум цэг дээрх уламжлал өсөх, максимум цэг дээрх уламжлал буурах функци байх нээ. Энэ нь $F''_{(x_0)} > 0, F''_{(x^*)} > 0$ ба $F''_{(x_м)} < 0$ байна гэсэн үг юм. Дээр дурьдснаас үзвэл:

а) Хэрэв функцийн уламжлал $F'_{(x)} = 0$ байна гэдэг нь $X = x_0, X = x_m, X = x^*$ цэгүүдэд уг функцийн график максимум юм уу минимум утгын аль нэгийг авна.

б) Хэрэв хоёрдугаар эрэмбийн уламжлал буурах утга x_0, x^* байвал тэр цэгт максимум (x_m), өсөх утга авч байвал тэр цэгт минимум цэг байна. Өөрөөр хэлбэл $F''_{(x)} < 0$ максимум, $F''_{(x)} > 0$ минимум утгыг илэрхийлэх цэг гэж үзнэ.

Жишээ: $F_{(x)} = x^3 - 2x^2 + x + 1$ функцийн нугаралтын цэгийн шинж төлвийг шинжил!

Уг тэгшитгэлийг бодвол $F'_{(x)} = 3x^2 - 4x + 1 = 0$ буюу $(3x - 1)(x - 1) = 0$ болно.

Эндээс $x = \frac{1}{3}$, $x = 1$ утгуудыг олж болно. $F''(x) = 6x - 4$ тэгшитгэлд x хувьсагчийн олдсон утгуудыг оруулбал $x = \frac{1}{3}$ үед $F''(x) = -2$, $x = 1$ үед $F''(x) = 2$ болно.

Эндээс харахад $x = \frac{1}{3}$ үед $F''(x)$ уламжлал нэмэхээс хасах болж, $x = 1$ үед хасахаас нэмэх болж байгаагаас үзэхэд $x = \frac{1}{3}$ цэгт максимум, $x = 1$ цэгт минумум утга авч байна гэсэн үг юм.

Жишээ: $F(x)=x^3$ гэсэн зорилгын функци өгөгдсөн үед $F'(x) = 3x^2 = 0$, эндээс $x = 0$, $F''(x) = 6x > 0$ болж нугаралтын цэг дээрх экстремаль утга тодорхойгүй байна. Ийм үед гуравдугаар эрэмбийн уламжлал авна. Тэгвэл $F'''(x) = 6 > 0$ болж X нугаралтын (минимум) цэг болно.

Бодлого: Хэрэв зорилгын функци $F(x) = (x-1)^3 + (x-2)^2$ хэлбэртэй олдсон юм гэвэл түүний экстремаль утгуудын шинжийг тодорхойл!

Бодлого: Хэрэв ээрмэлийг харьцангүй тасдах ачаалал P_T (сН/текс), түүний эрчийн $\alpha_э$ коэффициентын хоорондох хамаарлыг судлахад дараах тэгшитгэл гарчээ.

$$P_T = -10^9 \cdot 231.85\alpha_э + 10^{-4} \cdot 13.25\alpha_э + 7.15$$

Түүний экстремаль утгуудын шинжийг тодорхойл!

7.4 Нэг хүчин зүйлт зорилгын функцийг оновчлох тоон аргууд

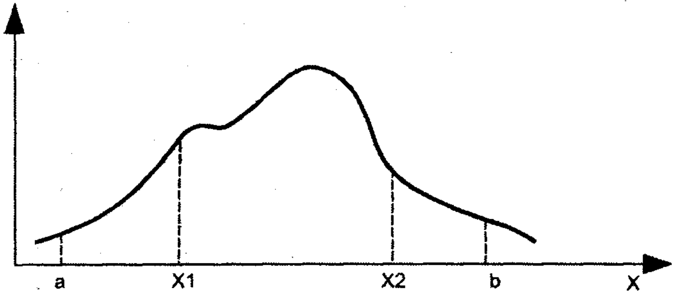
Нэг хүчин зүйлт буюу нэг хэмжээст функцийн оновчтой утгыг олох бодлого олон хүчин зүйлт оновчлолын бодлогын алгоритмыг нэгэн хэсэг болж байдаг.

Түүнийг тэгшитгэлийн хэлбэрээр бичвэл:

$$F(X) \to \max(\min)$$
$$a \le x \le b$$

байна. Энд x – нэг хэмжээст скаляр хувьсагч $a,b - F(x)$ функцийн x^* экстремаль утга олдох хязгаар. Экстремаль утгыг илэрхийлэх цэгийн байршлыг хайх арга, алгоритм маш олон янз байдаг. Оновчтой утгатай байх x^* цэгийг олох бодлогууд хувьсах a,b хүрээг багасгах замаар x^* цэгийг хайхад тулгуурлана. Координат дээрх x^* цэгийг олохоор хайхдаа туршилтын хэд хэдэн цэгийг авч шалгах бөгөөд тэдгээр цэгийг ***хайлтын цэгүүд*** гэж нэрлэдэг. Хэрэв хайлтын цэгүүдийн координатууд хайлт хийхийн өмнө мэдэгдэж байвал уг аргыг ***нэгэн зэрэг*** (зэрэгцүүлэн) хайх, хэрэв уг цэгүүд хайлтын явцад олдож байвал ***дэс дараалуулан*** хайх арга гэнэ.

Бидний авч судлах аргуудад $F(x)$ функци (a,b) хязгаарт (7.2-р зураг) ганц экстремаль утгатай (унимодаль) байгаа гэвэл өөрчлөгдөх хүрээний X_1, X_2 цэгт фунцийн авах $F_1(x), F_2(x)$ утгыг олоод хоорондоо нь харьцуулаад аль нь экстремаль цэгт ойр байна, тэр чиглэлд хайлт хийнэ гэсэн хэрэг мөн.



7.2-р зураг

Хэрэв (a,b) өөрчлөгдөх хүрээний дотор талд орших X_1, X_2

цэгүүд дээрх функцийн утга $F_1 = F(x_1), F_2 = F(x_2)$ мэдэгдэж байгаа гэе. $F_1 > F_2$ бол экстремаль утга авах x^* цэг $(a; x_1)$ хүрээний дотор, $F_1 < F_2$ бол x^* цэг (x_2, b) хүрээний дотор, $F_1 = F_2$ бол x^* цэг x_1, x_2 хүрээний дотор талд оршино. Энэ үед оновчтой байх цэгийн оршиж болох хүрээ x_1, x_2 гэсэн тодорхойгүй шинэ хүрээ (хязгаар) болно. Саяын дурьдсан зүйл нь унимодаль функцийн экстремаль утгыг олох дэс дараалуулан хайх аргын үндсэн агуулга юм. x_1, x_2 өгөгдөх алгоритмаас хамаарч оновчтой цэг олох аргын үр дүн янз бүр байна. Оновчлох аргын дүн нь анхны (a, b) ба (x_1, x_2) хувьсах хүрээг хамгийн бага ε хүртэл хуваасан хэмжилтийн хуваалтын тоо, бодолтод зарцуулсан хугацаагаар хэмжигдэнэ.

Оновчлох тоон аргын үе дэх бодолтууд ТБМ дээр хийгдэх учир зарцуулсан хугацаа нь машин/цаг байдаг. Хувьсах (a, b) хүрээг багасгах замаар оновчтой x^* цэгт хүрэх аргачлалаас хамаарсан хагаслан хуваалт (дихотоми) –ын Фибоначчийн, алтан огтлолын гэсэн аргууд байдаг.

Хагаслан хуваалтын арга. Энэхүү арга нь хуваалтын дараалал бүрийн дараа хувьсах хүрээний хагас нь орхигддог, хуваалтын өмнөх

$F_{(x_1)}$ ба дараах $F_{(x_2)}$ функцийг хооронд нь харьцуулах замаар оновчтой байх цэгт алгуур хүрэхэд үндэслэгддэг. Энэ аргын үед хувьсах хүрээний хязгаарт цэгийн утга ганц удаа тооцоонд хамаарагдана.

Энэхүү аргын мөн чанарыг ээрмэлийн үйлдвэрийн туузлах машин дээр гаргаж авсан туузны жигд бусын $y = C_R$ утга сунгах төхөөрөмжийн $x = R$ таталтаас хамааруулан

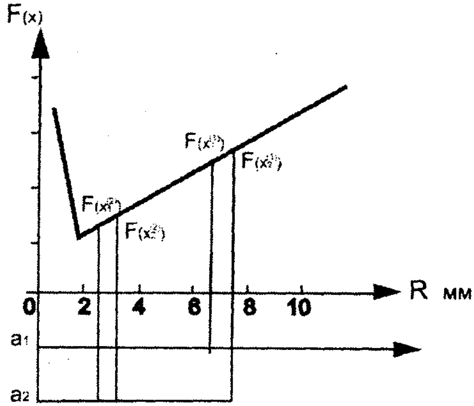
$y = x + \frac{1}{x}$ функцийн минимум утгыг хэрхэн олох жишээн (7.3-р зураг)

дээр тайлбарлая.

Зорилгын функцийн минимум утга $a = 0, b = 10$ хязгаарт оршиж байгаа квадрат жигд бус y хамгийн бага байхыг олъё. Энэ аргын үед хувьсах хүрээний хязгаарын цэгийн координатууд $x_1 > x_2$ үед

$$X_2 = \frac{a \pm b + \varepsilon}{2} \qquad X_1 = \frac{a + b - \varepsilon}{2} \qquad (7.2)$$

гэж олдоно. Энд– хэмжилтийн нарийвчлалыг илэрхийлэх хамгийн бага хэмжээ.



7.3-р зураг

Хагаслан хуваах арга дараах дэс дараалсан дөхөлтөөр явагдана.

1-р дөхөлт (итерация)

I алхам. Хэмжилтийн нарийвчлалыг илэрхийлэх хамгийн бага ε гэсэн нэмэх тоог сонгон авна. Бид ε =0.1 буюу $\varepsilon = 2\delta$ гэж авъя .

II алхам. Хувьсах хүрээн доторхи хайлтын цэгийн уртыг тодорхойлно.

$$\ell_1 = b_1 - a_1 = 10 - 0 = 10 \text{ мм}$$

III алхам. Завсрын цэгүүдийн координатыг(7.2) томъёогоор тодорхойлно.

$$x_1^{(1)} = 0.5(a_1 + b_1) - \delta = 0.5(0 + 10) - 0.05 = 4.95 \text{ мм}$$
$$x_2^{(1)} = 0.5(a_1 + b_1) + \delta = 0.5(0 + 10) + 0.05 = 5.05 \text{мм}$$

IV алхам. $x_1^{(1)}, x_2^{(1)}$ цэг дээр функцийн утгуудыг олно.

$$F(x_1^{(1)}) = 4.95 + \frac{1}{4.95} = 5.152\%, \qquad F(x_2^{(1)}) = 5.05 + \frac{1}{5.05} = 5.248\%$$

V алхам. $F(x^{(1)}) > F(x_1^{(1)})$ байна. Энэ үед хувьсах хүрээний шинэ хязгаар минимум утга олох гэж байгаа учраас
$a_2 = a_1 = 0, b_2 = x_1^{(1)} = 4.95$ мм болно.

VI алхам. Хувьсах хүрээний утгыг олно.
$$\ell_2 = b_2 - a_2 = 4.95 - 0 = 4.95 \text{ мм}$$
Олсон утгаа ε – тэй харьцуулж $\ell_2 > \varepsilon$ бол хайлт үргэлжилнэ.

<u>2-р дөхөлт</u>

I алхам. $l = 4.95$ **мм**

IIалхам. $X_2^{(2)} = 0.5(0 + 4.95) + 0.05 = 2.525$ мм
$X_1^{(2)} = 0.5(0 + 4.95) - 0.05 = 2.425$мм

IIIалхам. $F(X_1^{(2)}) = 2.425 + \frac{1}{2.425} = 2.885\%,$
$F(X_2^{(2)}) = 2.525 + \frac{1}{2.525} = 2.965\%$

Энэ үед хувьсах хүрээний урт $\ell_3 = 2.252$ нь $\varepsilon = 0.1$ утгаас их байгаа учир хайлт цааш үргэлжилнэ. Саяын олсон дөхөлтүүдийн үеийн утгыг 7.1 хүснэгтээр үзүүлэв .

$F(X) = X + \frac{1}{X}$ функцийн график

7.1-р хүснэгт

k	a_k	b_k	l_k	X_1^k	X_2^k	$F(X_1^k)$	$F(X_2^k)$
1	0	10	10	4.35	5.05	5.152	5.248
2	0	4.95	4.95	2.425	2.525	2.885	2.985
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
$X^* = 1.068$ $F^* = 2.002\%$							

Ийм маягаар 8 удаа дөхөлт хийсний дараа өөрчлөгдөх хүрээний урт $\varepsilon = 0.1$ – ээс бага болж байсан тул хайлтыг зогсоосон. Оновчтой утгыг 7.1 - р хүснэгтэд үзүүлэв. Хагаслан хуваалтын аргын дутагдалтай тал нь хайлтын дөхөлт бүрд зорилгын функцийн хоёр утгыг олох шаардлага гардаг бөгөөд энэ нь оновчтой цэгийг хайх хугацааг уртасгадагт оршино.

Фибоначчийн арга. Уг арга нь (a,b) өөрчлөгдөх битүү хүрээнд нэг хувьсагчтай, нэг оновчтой цэгтэй байх функцтийн максимум ба минимум утгыг олоход хэрэглэнэ. Фибоначчийн тоог хэрэглэхэд туршилтын төлөвлөлт сайн үр дүнд хүрнэ. Хайлт хийх оновчтой байх χ^* цэгийг олоход Фибоначчийн дор дурьдсан тоог ашиглах тул Фибоначчийн арга гэж алдаршжээ.

n	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$ф_n$	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987

Энэхүү $Ф_n$ тоон цувааны гишүүд гурав дахь тооноос эхлэн өмнөх хоёр тооныхоо нийлбэртэй тэнцүү байдаг. Эхлээд n туршилт явуулсны дараа хайлтын шаардагдах нарийвчлал ба тодорхойгүй өөрчлөлтийн l_n гэсэн хүрээ өгөгдөнө. Энэ өгөгдсөн үед Фибоначчийн тооны ойролцоо $Ф_n^*$ утгыг

$$\Phi_n^* = \frac{l_0}{l_n - 0.38\varepsilon} \tag{7.3}$$

томъёогоор олно. Энд ε – хамгийн бага алдаа. Хэрэв $l_n \rangle \varepsilon$ буюу $l_n = 2\varepsilon$ бол (7.3) тэгшитгэлээс

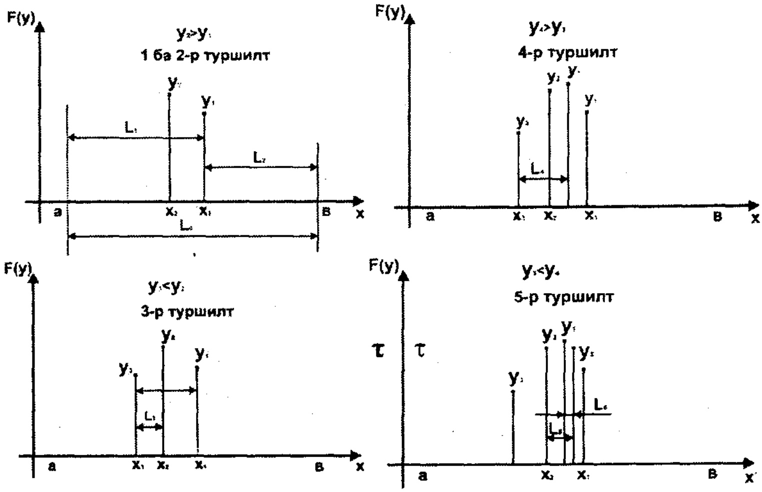
$$\Phi_n^* = 0.62 l_0 / \varepsilon \tag{7.4}$$

(7.4) томъёогоор олсон Фибоначчийн хүснэгтээс n туршилтын хамгийн ойролцоо утгыг сонгон авна. Хэрэв $l_0 = 100, \varepsilon = 2$ бол (7.4) томъёо ёсоор $\Phi_n^* = 0.62 \cdot 100 / 2 = 31$

Энэхүү тоонд Фибоначчийн хамгийн ойрхон тоо 34 байв. Үүний харгалзах туршилтын тоо n=8 байна. Дараа нь эхний хоёр туршилтын $X_1 = a + b : X_2 = b - l_1$ (7.4-р зураг) цэгүүдийн координатыг олно.

Тухайлбал :

$$l_1 = l_2 = l_0 \frac{\Phi_n - 1}{\Phi_n} \tag{7.5}$$



7.4-р зураг

Эхний хоёр туршилтыг явуулсны дараа $y_2 > y_1$ бол оновчтой хэмжээний байх утга (x_1, a) хүрээнд l_1 урттай хэрчмийн аль нэг цэгт оршино гэж үзнэ. Энэ үед $x_3 = x_1 - l_3$ хэмжээнд байрлах x_3 цэгийн координатыг олно.

$$l_3 = l_2 \frac{\Phi_{n-1}}{\Phi_{n-2}} = l_2 \frac{\Phi_{n-2}}{\Phi_n} \qquad (7.6)$$

Уг туршилтын дараа $y_2 \rangle y_3$ байвал оновчтой цэг орших хувьсах хүрээ ℓ_3 урттай $x_1 x_3$ хэрчим байна гэж үзнэ. Дөрөвдүгээр туршилтийн координатын утга $x_4 = x_3 + l_4$ болно.

Энд
$$l_4 = l_3 \frac{\Phi_{n-3}}{\Phi_{n-2}} = l_0 \frac{\Phi_{n-3}}{\Phi_n}$$

Хэрэв $l_4 > l_2$ бол хувьсах хүрээ x_2, x_4 цэгийн хооронд l_4 урттай байна .

$x_5 = x_2 + l_5$ координатын урт $l_5 = l_4 \frac{\Phi_{n-4}}{\Phi_{n-3}} = l_0 \frac{\Phi_{n-4}}{\Phi_n}$ байна.

Туршилтын бусад цэгийн координатууд иймбайдлаар

$$Det_1 = a_{11} = 10 > 0; Det_2 = \begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 3 & -8 \end{vmatrix} = -80 - 9 = -89 \langle 0; Det_3 = H(x^*) = 920 > 0$$

тодорхойлогдоно. Экстремум байх цэгийн байрлалаас хамаарч түүн рүү дөхөх өөр хувилбар байж болно. Тухайлбал гуравдахь туршилтын дараа $y_2 > y_3$ бол хувьсах хүрээ $(a, x_2\ )$ цэгийн хоорондох ℓ_3 болох ба $y_2 > y_3$ бол хэрчим x_2, x_3 цэгийн хооронд байрлана.

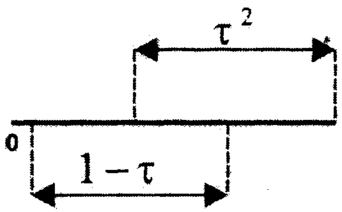
"**Алтан огтлол"-ын арга.** Уг арга нь Фибоначчийн аргын тухайн тохиолдол бөгөөд үр дүн муутай ч маш хялбар байдаг онцлогтой. "Алтан огтлол " гэж нийт хувьсах хүрээний уртыг бага хэрчимийнх нь уртад харьцуулсантай тэнцүү байхаар хувьсах хүрээний цэгийг хуваах явдал байдаг. (7.5-р зураг)

$(a, b\ )$ хэрчмийн алтан огтлолоор тэгш хэмт хоёр цэгээр хувааж байгааг зургаас харж болно.

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= a + (1-\tau)(b-a) \\ x_2 &= a + \tau(b+a) \end{aligned}\right\} \qquad (7.7)$$

Энд $\tau = 0.6180339$

X_1 – цэг алтан огтлолын $(a_{1,} x_2)$ X_2 - цэг $(x_{1,} b)$ хэрчмийг үүсгэнэ.



7.5-р зураг.
Хувьсах хүрээний алтан огтлолын тэгш хэмт байдал

Хувьсах хүрээний алтан огтлолын тэгш хэмт байдал хайлт хийх ажиллагаа дараах байдлаар явагдана. Үүнд :

а. Анхны хэрчмээ "алтан огтлол"-ын дүрмийн дагуу x_1, x_2 цэгээр хувааж уг цэгүүд дээрх $F(x_1), F(x_2)$ функцийн утгыг олно.

б. Энэхүү хоёр утгаа харьцуулж (a, x_1) юм уу (x_2, b) хэрчмийн аль нэгийг орхино. Үлдэж байгаа хувьсах хүрээнд "алтан огтлол "-ыг бий болгож байгаа хоёр цэгийн аль нэг нь үлдэнэ. Ийм учраас хоёр дахь цэгийг өмнөх аргаараа байгуулна. Үүний дараа өмнөх ажиллагаа давтагдана. Ийм байдлаар хоёр дахиас эхлэн алхам бүрд нэг функцийн утгыг олох хэрэгтэй бөгөөд хувьсах хүрээний урт 0.618 дахин богиносно. Цаашид сонгон авсан өчүүхэн бага ε хэмжээнээс хувьсах хүрээний урт бага болтол дөхөлт үргэлжилнэ. "Алтан огтлол"- ын арга минимум цэгт хамгийн төвөгтэй байдлаар хүрдэг яг үнэндээ үнэмшил багатай арга юм. Харин туршилтын тоог анхнаасаа заавал мэдсэн байх шаардлагагүй.

7.5 Олон хүчин зүйлт зорилгын функцийг оновчлох томъёоны арга

Ихэнх технологи ажиллагааны математик загвар олон гишүүнт буюу олон хүчин зүйлт тэгшилгэлийн хэлбэрээр олонтоо бичигддэг. Тухайлбал нэхмэлийн үйлдвэрт утасны цэнэглэлтийн үеийн таталтын оновчтой $T_{ОН}$ хэмжээ өргөлтийн өнцөг $\alpha_{ан}$ ангайлтын механизмын өндөр h_a, цэнэглэлтийн шугамтай чиглүүлэгчийн харьцангуй байршил h_c хөндлөн чиглэлийн дагуух даавууны нягт $P_у$ зэрэг олон хүчин зүйлээс тогтсон $f(\alpha_{ан} \cdot h_a \cdot h_c \cdot P_у)$ хэлбэртэй, мөн арьс ширний үйлдвэрт арьснаас тос авах технологи ажиллагааны эцэст арьсанд үлдэх тосны оновчтой хэмжээ $y_{ОН}$ нь угаах барабан дахь усны температур $T_у$, угаах бодисын орцын хувь $K_{уб}$, угаах хугацаа t, барабаны эргэх хурд $U_{бар}$ зэрэг хүчин зүйлээс хамаарсан $y_{ОН} = F(T_у \cdot E_{уб} \cdot t \cdot U_{бар})$ олон хүчин зүйлт тэгшилгэлийн хэлбэртэй байдаг. Ийм хэлбэртэй тэгшитгэлийг томъёоны аргаар бодоод оновчтой утгыг олох нь зорилгын $F(x) = f(x_1, x_2 ... H_m)$ функци x_i хувьсагчаар хоёр дахин дифференциалчлагддаг байх нөхцөлд боломжтой.

Оновчтой утгыг олох нь нэг хувьсагчтай функцийн экстремум утгыг томъёоны аргаар олдог аргын нэгэн адил бодогдоно.

Хэрэв $X^* \in R^n$ цэгт дифференциалчлагддаг

$F(x) = f(x_1 x_2 \ldots\ldots x_m)$ Зорилгын функц өгөгдсөн гэе. x^* цэг уг функцийн судлагдаж байгаа хэсгийн минимум (максимум) байхын тулд тухайн уламжлалын утга тэгтэй тэнцүү байх ёстой.

$$\frac{\partial F(x^*)}{\partial x} = 0 \qquad j = 1, 2, 3, \ldots mm \qquad (7.8)$$

(7.8) тэгшитгэлийн тогтворжилтын нөхцөлийг

$$\nabla F(x^*) = \left[\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \frac{\partial F}{\partial x_3}, \ldots\ldots\ldots \frac{\partial F}{\partial x_m}\right] = 0 \qquad (7.9)$$

Энд $\nabla F(x^*)$ нь $F(x)$ фунцын x^* цэг дээрх градиант (7.9) нөхцлөөс үзвэл X^* ийг олохоор m тооны тэгшитгэл бичиж болохоор байна. Эдгээр тэгшитгэл нь янз бүрийн дүрс хэлбэр, олон янзын бодолттой, тухайн тохиолдолд бодолтгүй ч байж болно. Дээр дурдсанаас үзвэл (7.8) нөхцөлд (7.9) тэгшитгэлийг бодоход X^* тогтвортой байх буюу эксремум цэг байх нь тодорхой байна. X^* тогтвортой цэгийн төлөв байдлыг тодорхойлохын тулд оновчтой байх хүрэлцээтэй нөхцлийг ашиглах хэрэгтэй болдог.

m хувьсагчтай $F(x)$ функцыг хоёр удаа диффренциальчлахад үл хөдлөх x^* цэг тухайн хэсгийн локаль минимум (максимум) байхын тулд хоёрдугаар эрэмбийн уламжлалын матриц (Гессийн) нэмэх (хасах) тэмдэгтэй байна. Матрицийн тэмдэгийг Сельвестрийн шалгуурыг ашиглан тодорхойлно.

$$H(x) = \begin{vmatrix} a_{11} a_{12} a_{1j} \ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21} a_{22} a_{2j} \ldots\ldots & a_{2n} \\ a_{31} a_{32} a_{3j} \ldots\ldots & a_{3n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_{n1} a_{n2} a_{n3} \ldots\ldots & a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (7.10)$$

Гессийн квадрат матрицийн n тэгшитгэл бишийн хувьд дараах

$$Det_1 = a_{11} \rangle 0 : Det_2 = \begin{vmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{vmatrix} \rangle 0 \ldots\ldots Det_n = H(x) \rangle 0 \qquad (7.11)$$

нөхцөл биелэгдэж байвал X^* цэг **минимум байх хүрэлцээтэй нөхцөл** гэнэ. Эсрэг тохиолдолд

$$Det_1 = a_{11} < 0 : Det_2 = \begin{vmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{vmatrix} < 0 ....Det_n = H(x) < 0 \qquad (7.12)$$

максимум байх хүрэлцээтэй нөхцөл гэж үзнэ.

Хэрэв хүрэлцээтэй нөхцөл биелэгдэхгүй бол x^* цэг максимум минимумын аль нь ч биш, завсарын "эмээл дээрх" цэг болно.

Жишээ нь: Төвийн композицит туршилтын явцад дараах тэгшитгэл олджээ. X^* цэгийн төлөв байдлыг тодорхойл.

$$F(x_1.x_2.x_3) = x_1^3 + x_2^2 + x_3^2 + x_2x_3 - 3x_1 + 6x_2 + 2$$

Бодолт. Нэгдүгээр эрэмбийн тухайн уламжлалыг тэгтэй тэнцүүлж экстремум байх цэгүүдийн координатыг олъё.

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 3x_1^2 - 3 = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial x_2} = 2x_2 + x_3 + 6 = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial x_3} = 2x_3 + x_2 = 0$$

Энэхүү тэгшитгэлийг бодоход $x^* = (-1;-4;2); x^*(1;-4;2)$ гэж олдов. Хоёрдугаар эрэмбийн уламжлалын утгыг олвол

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} = 6x_1 = a_{11} \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} = 0 = a_{12} \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_3} = 0 = a_{13}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} = 2 = a_{22} \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} = 0 = a_{21} \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_3} = 1 = a_{23}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_3^2} = 2 = a_{33} \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial x_3 \partial x_1} = 0 = a_{31} \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial x_3 \partial x_2} = 1 = a_{32}$$

болно. Олсон утгуудаар Генссийн матриц зохиоё.

$$H(x^*) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Нэг дэх үл хөдлөх цэг $x^* = (-1,-4,2)$ байх буюу $x_1 = -1$ байх үед Гессийн матриц

$$H(x^*) = \begin{vmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

болох бөгөөд Сильвестрийн шалгуур ёсоор

$$Det_1 = a_{11} = -6 < 0, \qquad Det_2 = \begin{vmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -12 < 0$$

$$Det_3 = \begin{vmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -24 + 6 = -18 < 0$$

болж $x^*(-1;-4;2)$ цэг зорилгын функцийн локаль максимум болно. Харин $x^* = (1;-4;2)$ цэгийн утгуудыг тавихад $Det_1 = 6 > 0$ $Det_2 = 12 > 0$ $Det_3 = 18 > 0$ болж локаль минимум болно.

Жишээ: БД -200S маркийн хийн механик ажиллагаатай ээрэх машин дээр төвийн композицит ротатабель туршилт (ТКРТ) тавихад утсыг харьцангуй тасдах ачааллын вариацийн коэффициент "у" нь самнах барабаны эргэлт x_1 утасны эрч x_2 туузны чийглэг x_3-аас хамаарч

$$F(x_1, x_2, x_3) = 10 + 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_1x_2 - 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 5x_1^2 - 4x_2^2 - 6x_3^2$$

гэсэн тэгшитгэлийн хэлбэртэй олдсон бол $x^* = (x_1, x_2, x_3)$ байх экстремум байх цэгүүдийг ол.

Бодолт. Нэгдүгээр эрэмбийн тухайн уламжлалын утгыг тэгтэй тэнцүүлж $F=f(x_1,x_2,x_3)$ функцийн экстремум байх цэгүүдийн координатыг олъё.

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 5 + 3x_2 - 2x_3 + 10x_1 = 0, \qquad \frac{\partial F}{\partial x_2} = 3 + 3x_1 + 2x_3 - 8x_2 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -2 - 2x_1 + 2x_2 - 12x_3 = 0$$

болох ба экстремум байх цэгийн координат гэж олдов.

$$X^* = (x_1 = 0.5614; x_2 = -0.175; x_3 = 0.044)$$

Гессийн матриц зохиовол

$$H\ (x^*) = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \\ a_{31}a_{32}a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & 3 & -2 \\ 3 & -8 & 2 \\ -2 & 2 & 12 \end{vmatrix}$$ болно.

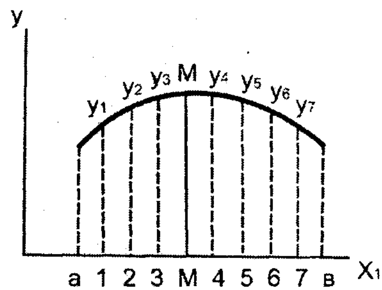
Сельвестрийн шалгуур ёсоор
болж максимум ба минимумын аль нэг байх хүрэлцээтэй нөхцөл зөрчигдөж, өөрөөр хэлбэл матриц нэмэх ч биш хасах ч биш болж үл хөдлөх x^* цэг " эмээл дээрх " цэг болно. Ийм үед x_1, x_2, x_3-ийн утгыг тодорхой хязгаарын нөхцөлд авч бодлогыг бодно. Мөн оновчлолын бодлого бодох өөр аргуудыг хэрэглэж болно.

Бодлого. Хэрэв зорилгын функц $F = (x_1 - 1)^2 + 2(x_2 - 3)^2 + 3(x_{3-2})^2$ хэлбэрээр өгөгдсөн бол үл хөдлөх оновчтой байх x^* цэгийн координатыг тодорхойл.

Бодлого. Хэрэв зорилгын функц $F = \cos\pi x_1 + \cos\pi x_2$ хэлбэрээр өгөгдсөн бол үл хөдлөх цэгийн координатыг тодорхойл.

НАЙМДУГААР БҮЛЭГ
ОЛОН ХҮЧИН ЗҮЙЛТ ЗОРИЛГЫН ФУНКЦИЙГ ОНОВЧЛОХ ЗАРИМ АРГА

Олон хүчин зүйлт зорилгын функцийг оновчлох олон аргын дотроос үйлдвэрлэлийн технологи ажиллагаанд хэрэглэхэд ихээхэн тохиромжтой градиентийн (тойруулан дөхөх ба симплекс), задлал алхмын, лагранжийн үржигдэхүүний, торгуулийн функци, байж болох чиглэл, таамгаар хайх зэрэг хэд хэдэн аргатай бид танилцах болно.



8.1-р зураг

Функцийн экстремум утгыг хайх градиентийн аргад үндэслэгдсэн туршилтын явцад оновчлох аргыг хэрэглэхэд төвөг багатай атлаа үр дүн сайтай учир өргөн ашиглагдана. Энэ аргын мөн чанарыг тайлбарлахын тулд X_1 гэсэн хувьсах хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн байдлыг авч үзье.

Хэрэв X_1 гэсэн хүчин зүйл a, b (8.1-р зураг) хязгаарын хооронд хувьсах олох ёстой У-ийн экстремум байгаа цэг нь М гэе. Эхлээд (a,b) хүрээн дотроо 1 цэгт туршилт тавьж үр дүнг X_2 гэж тус тус тэмдэглэе.

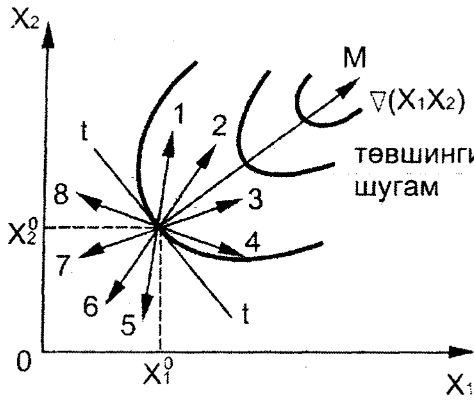
Хоёр үр дүнг харьцуулахад $y_2 > y_1$ бол М цэг 1 цэгээс баруун гар талд оршиж байна гэж үзнэ. Цаашид 3 цэгт туршилт тавьж y_3 -ийг олж y_2 -той харьцуулахад $y_3 > y_2$ байв. 4цэгт туршилт тавьж y_4 -ийг олоод дээрхийн адил харьцуулахад $y_4 > y_3$ бол М цэг 3,4 цэгийн хооронд байна гэж үзээд 3,4 цэгийн хоорондох алхамын хэмжээг багасган хувааж М цэгийг өмнөх аргаар нарийвчлан хайна. Энэхүү хайлтыг хийхдээ ε

нарийвчлал буюу байж болох алдааг өмнөхөөс сонгон авч тэрхүү хуваалтын 2 цэгийн хоорондох зай ε алдаанаас бага болтол юмуу тэр хэмжээний орчим болтол үргэлжлүүлж М цэгийг олно. Энэхүү арга нь өмнөх бүлэгт үзсэн хагаслан хуваалт, Фибоначчийн ба алтан огтлолын аргуудын нэгэн адил М цэгийг хайх хайлтын арга юм. Ийм маягаар олон хувьсагчтай функци дээр оновчтой цэгийг олж болно.

8.1 Бокс-Уилсоны тойруулан дөхөх арга

Туршилт тавих явцдаа оновчтой утга олдог аргуудын дотроос градиентийн арга нь хамгийн үр дүнтэй энгийн арга учраас технологи ажиллагааны оновчтой утгыг тогтооход өргөн хэрэглэдэг. Бокс-Уилсоны арга нь хэд хэдэн хувьсагчтай шугаман загварын у утга оновчтой цэгт хүрэхийн тулд хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн мужид эхний багц туршилт тавиад тэдгээрийн дотроос экстремаль утганд хамгийн дөхөмтэйг сонгон авч уг цэгээсээ түүнийг дайруулан татсан муруй шугамын шүргэгчид перпендикуляр градиентийн чиглэлд буюу функцийн өөрчлөлтийн сайн байх чиглэлд тогтмол алхамтайгаар шилжүүлж дараагийн багц туршилт тавих цэгийг сонгон авах замаар оновчтой цэгт хүрэх зарчимд үндэслэгджээ. Хэрэв X_1, X_2 гэсэн хувьсагч хоёр хүчин зүйл байгаа юм гэе. OX_1X_2 координатын тэнхлэгт (8.2-р зураг) сонгон авч хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээн дотор дурын $A(X_1;X_2)$ цэгийг авъя.

Энэхүү цэгээсээ өмнө дурьдсаны адил а, в цэгүүдийн чиглэлд биш, 1,2,3,......8 гэх мэт маш олон чиглэлд туршилт тавьж болно. Ажиглахад эдгээр чиглэлийн заримд тусгалын функци (отлитик) – ийн хэмжээ өсч (1-4), зарим чиглэлд буурч (5-8) байдаг. Оновчтой буюу экстремаль байх цэг мэдэгдэхгүй үед тусгалын функцийн хувьд ашигтай болж байгаа А цэгээс шилжих ёстой бөгөөд уг чиглэлийг тусгалын функцийн **градиент** гэж нэрлэнэ. Хүчин зүйлийн хавтгайн цэг нэг бүр дээрх градиентийн чиглэл нь тэрхүү цэгийг дайруулан татсан түвшингийн шугамын шүргэгчид перпенпикуляр чиглэлтэй байна.



8.2-р зураг

$f(X_1, X_2, ...X_n)$ -ийн градиент

$$\nabla f(X_1, X_2, ...X_n) = \left[\frac{df}{dX_1}; \frac{df}{dX_2}; ....; \frac{df}{dX_n}\right] \quad (8.1)$$

Хүчин зүйлийн орон зайн дурын цэгийн хувьд хайгуул хийхэд градиентын аргыг хэрэглэхэд тохиромжтой байдаг бөгөөд гагцхүү энэхүү цэгийн тусгалын функц өгөгдсөн байх ёстой. Энэхүү төсөөлөл нь математик загвар гарган авч улмаар туршилтыг оновчтой төлөвлөх арга хэрэглэх боломжийг бий болгодог. Туршилтын үр дүнд градиентийн чиглэлд явахад очвол зохих уг экстремум цэгээс зөрж болно. Ийм учраас оновчтой байх цэгийн орчим шилжилтийн алхамыг багасган дахин давтан туршилт тавьсанаар оновчтой цэгт хүрнэ. Хэрэв $X_1^0, X_2^0, ...X_n^0$ гэсэн координаттай А цэг бидний олох гэж буй оновчтой цэгийн орчимд байгаа гэе. Тэгээд А цэгээс эхлэн туршилт хийсэн гэж үзвэл түүнийг ***туршилтын төлөвлөлтийн төв*** гэж нэрлэнэ.

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + ... + b_nx_n \quad (8.2)$$

гэсэн тэгшитгэл гаргаж авсан юм гэж үзье. (8.1) томъёонд байгаа градиентийн векторын байгуулагчид нь регрессийн шугаман коэффициент болно.

$$\nabla f(x_1x_2 .... x_n) = (b_1, b_2........b_n) \quad (8.3)$$

Хүчин зүйлийн аль нэгний утгыг туршилтын төвд шугаман регрессийн коэффициенттэй пропорционалиар өөрчилж олох гэж буй оновчтой цэгийг дайрсан туршилт тавих замаар уг цэгийг олох аргыг ***тойруулан дөхөх арга*** гэнэ. Энэ аргаар тусгалын функцийн максимум цэгийг олох үед хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх утгууд нь

$$
\begin{aligned}
X_1 &= X_1^0 + \lambda b_1 \Delta_1 \\
X_2 &= X_2^0 + \lambda b_2 \Delta_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X_n &= X_n^0 + \lambda b_n \Delta_n
\end{aligned}
\tag{8.4}
$$

Энд: $\Delta_1, \Delta_2 \ldots\ldots\ldots\ldots \Delta_n$ - өмнөх туршилтын үеийн хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх хүрээ

λ -экстремумын чиглэл дэхь алхамын уртыг тодорхойлох коэффициент

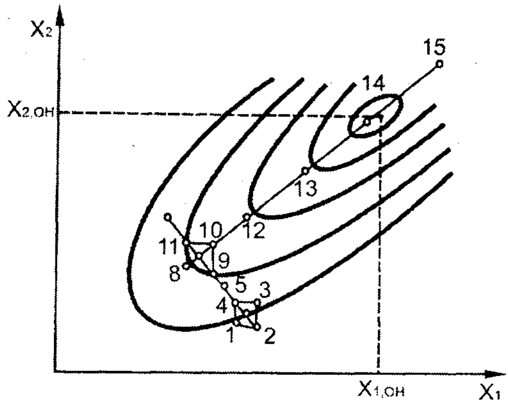
8.2 Тойруулан дөхөх аргыг хэрэгжүүлэх дэс дараалал

1. $X_1^{(0)}$ анхны цэгт доорхи хүчин зүйлийн $X_1 = X_1^0,\ X_2 = X_2^0 \ldots X_n = X_n^0$ утгыг сонгож авна. (8.3- зураг)

Энэ нь анхны багц туршилтын төв болно. Энэхүү цэг дээрхи туршилтын үед хүчин зүйлүүдийн хувьсах $\Delta_1, \Delta_2, \ldots\ldots \Delta_n$ хүрээг сонгоно.

Уг өөрчлөгдөх хүрээ нь өөрчлөлтийн бүх хүрээнээс бага байх ёстой. Энэ нь нийт өөрчлөлтийн хүрээнд хэд хэдэн туршилт тавих боломжтойгоор Δ_i хүрээг сонгон авна гэсэн үг.

2. Туршилтын $x_1^{(0)}$ төв дээр бүрэн хүчин зүйлт (БХТ) юмуу хагас хүчин зүйлт (ХХТ) туршилт тавина. (1-4цэг)



8.3-р зураг

3. Туршилтын үр дүнгээ боловсруулж шугаман загвар гарган авч улмаар регрессийн коэффициентүүдийн нөлөөлийг Стьюдентийн $t_T = \frac{|b_i|}{\sigma\{b_i\}} \rangle t_x$ шалгуураар төсөөтэй буюу хүчин төгөлдөр байгаа

эсэхийг Фишерийн $F_T = \frac{\sigma^2_{m\alpha}\{y\}}{\sigma^2\{\bar{y}\}} \langle F_x$ шалгуураар тус тус шалгана.

4. Цаашид (8.4) томъёоны дагуу тойруулан дөхөх туршилт тавина. Тавих боломцоотой туршилтаас зарим нэгийг нь гүйцэтгэх ба уг туршилтыг ***санаагаараа тавьж буй туршилт*** гэнэ. Үүнийг гүйцэтгэхдээ хүчин зүйл тус бүрийн хувьд $b_i \cdot \Delta_i$ үржвэрийг олно. X_1 хүчин зүйлийн хувьд энэхүү үржвэр бодит хэмжээгээрээ хамгийн их байгааг тулгуур болгон авна. Үүний тулд өөрчлөлтийн δ_i алхамыг сонгон авах бөгөөд түүний тэмдэг нь b_i коэффициентийн тэмдэгтэй адил байх ёстой. Харин минимум утга хайж байгаа бол эсрэг тэмдэгтэй байна

гэсэн үг. Дараа нь $\lambda = \frac{\delta_i}{b_i \cdot \Delta_i}$ томъёогоор λ коэффициентийг

улмаар хүчин зүйл тус бүрийн хувьд $\delta_i = \lambda b_i, \Delta_i$ утгуудыг олно. δ_i алхамтай үед хамгийн бага утга нь тойруулан дөхөх туршилтын үеийн хоёр зэрэгцээ туршилтын өөрчлөлтийн нөхцөлийг зааж хамгийн их утга нь x_i хүчин зүйлийн бололцоот утгаар хязгаарлагдана. Санаагаараа тавьж буй туршилтын хувьд (8.4) томъёо ёсоор

$$X_i^{(1)} = X_i^{(0)} + b_i \quad i = 1, 2, 3, \ldots\ldots n \tag{8.5}$$

буюу цаашид алхамыг нэмсний дараа

$$X_i^2 = X_i^{(1)} + b_i \tag{8.6}$$

гэж бичигдэнэ.

5. Анхны төв цэгт харьцангуйгаар 5,6,7,...гэх мэт цэгт санаагаараа туршилт тавина. Эдгээрийн дотроос хамгийн дөхөмтэй цэгийг сонгон аваад 2-т дурьдсаны нэгэн адил 6 цэгт туршилт тавина. 8-11 шинэ туршилтын цэг болох бөгөөд цаашид 12-15 цэгүүдэд тойруулан дөхөлтийн туршилт тавина.

6. Оновчтой цэг хамгийн ойртсон үед туршилтыг зогсооно.

Жишээ: Белорусийн Технологийн институтэд судлаач ГМ .Шутов [9.160] модыг хатаах үед түүний чийглэгийг хамгийн бага байлгах нөхцөлийн оновчтой горимыг тогтоох туршилт тавьжээ. Тэр өөрийн туршилтад дулаан дамжуулалтын харьцангуй зууралдалт (вязкость) X_1, хамаалтын үргэлжлэх хугацаа X_2, хатаагуурын температур X_3-аас чийглэг хэрхэн хамаарахыг авч үзсэн байна. Эхний багц туршилтын төв болгон $X_1 = 26c$, $X_2 = 5.5$ цаг; $X_3 = 45^0 c$, өөрчлөгдөх хүрээ $\Delta_1 = 2c, \Delta_2 = 1.5$ цаг $\Delta_3 = 5^0 c$ гэж авчээ.

(8.1-р хүснэгт)

Туршилтын нөхцөл

Д/д	Үзүүлэлтүүд	Хүчин зүйлийн бодит утга			y, %	Тайлбар
		$X_1 c$	X_2 цаг	$X_3\,^0C$		
1	Үндсэн түвшин $X_i^{(0)}$	26	5.5	45		
2	Өөрчлөгдөх хүрээ $\Delta_i(j_i)$	2	1.5	5		
3	Дээд түвшин $X_i^{дээд}$	28	7.0	50		
4	Доод түвшин $X_i^{доод}$	24	4	40		

8.2-р хүснэгт

БХТ2 ^{3} туршилтын матриц

5	Туршилтийн дугаар	Хүчин зүйлийн кодчилсон утга			У,%	Тайлбар
		x_1	x_2	x_3		
6	1	+	+	+	36.5	
7	2	+	+	-	41.2	
8	3	+	-	+	42.0	
9	4	+	-	-	47.0	БХТ2 ^{3}
10	5	-	+	+	29.0	
11	6	-	+	-	36.0	
12	7	-	-	+	39.4	
13	8	-	-	-	46.8	
14	Регрессийн Коэф b_i	1.94	-4.06	-3.01	-	$\lambda = 0.492$
15	$b_i\Delta_i$	3.88	-6.09	-15.05	-	
16	өөрчлөлтийн алхам δ_i	1.9	-3.0	-7.4	-	
17	Туршилтын дугаар u	Хүчин зүйлийн бодит утга				
		$x_1 c$	x_2 цаг	$x_3, {}^0c$		
18	9	24.1	8.5	52.4	22.17	Тойруулан
19	10	22.2	11.5	59.8	15.0	дөхөлтийн
20	11	20.3	14.5	67.2	7.4	санаагаараа

Эхний багц туршилтыг БХТ2 ^{3} аргаар хийж $y = 39.74 + 1.94x_1 - 4.06x_2 - 3.01x_3$ тэгшитгэлийг гарган авчээ. Хүснэгтийн 14-р мөрд (8.2-р хүснэгт) байгаа регрессийн b_1 коэффициентыг өөрчлөгдөх хүрээний Δ_1 утгаар үржүүлж гарсан $b_1\Delta_1 = 3.88$; $b_2\Delta_2 = -6.09$ $b_3\Delta_3 = -15.05$ утгыг 15 –р мөрөнд бичнэ. $|b_3\Delta_3| > |b_2\Delta_2| > |b_1\Delta_1|$ байгаа учраас 8.2 – ийн дөрөвт заасны дагуу x_3 хүчин зүйлийг тулгуур болгон авна. Өөрчлөгдөх алхамыг -7.4 гэж авав. Түүнийг сонгож авахдаа $|\delta_3| > \Delta_3$ байх ёстойг бодолцсон болно. Энэ нь оновчтой цэгт хүрэхэд дөхөмтэй юм.

Алхамын коэффициент нь $\lambda = \frac{\delta_3}{b_{3\Delta_1}} = \frac{-7.4}{-15.06} = 0.492$ болно

Алхамын коэффициентыг олсны дараа бусад хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх алхмыг $\delta_1 = 3.88 \cdot 0.492 \approx 1.9$ $\delta_2 = -6.09 \cdot 0.492 \approx -3$ болно. Эдгээрийг 16-р мөрөнд бичив. Цаашид тойруулан дөхөх аргын санаагаараа тавих туршилтыг хэрэгжүүлнэ. Чийглэг хамгийн бага байх минимум нөхцөлийг олох гэж байгаа бол хүчин зүйлийн түвшингээс хасна

$$X_i^1 = X_i^0 - \delta_l, X_i^2 = X_i^{(1)} - \delta_l = X_i^{(0)} - 2\delta$$

Тооцооны үр дүнг 18-21-р мөрөнд бичнэ. Энэ нь 9-12 дахь туршилт болно. Туршилтаас харахад тусгалын функцийн утга сайжирч (чийглэг багасч) байснаа 12 дахь туршилтаас эхлэн өсч (7.4% байснаа 8.9%) болж байна. Ийм учраас санаанаасаа тавих туршилтыг зогсоон саяын тавьсан дөрвөн (18-21) туршилтаас хамгийн сайн үр дүнтэй нь 11 дэхь туршилт болж байгаа учраас түүнийг шинэ туршилтын төв болгон авна. 2дахь багц туршилтад хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээг 1 дэхь багц туршилтын нэгэн адил авав. Тэгээд БХТ2 ^{3} туршилтыг нэмж авна (8.3,8.4-р хүснэгт)

Шинээр тавьсан туршилтын үр дүнд

$$y = 7.34 + 1.01x_1 - 0.31x_2 - 1.09x_3$$

загвар гарган авна. Өөрчлөлтийн алхамыг $\delta_3 = 5.4$ хэмээн сонгон

авахад $\lambda = \dfrac{\delta_3}{\delta_3 \Delta_3} \approx 1.0$ болов. Өмнөх аргаар бусад хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн алхмыг олж туршилтын нөхцлийг тодорхойлоод санаагаараа туршилт тавихад 21 дэх туршилт хамгийн сайн үр дүнд (чийглэг 2.3%) байгаа тул түүнийг оновчтой хэмээн үзэж $X_1 = 18.3c$, $X_2 = 15$ цаг $X_3 = 61.8^0c$ гэж авна. Энэ нь хүчин зүйлүүдийн оновчтой утга болно.

8.3-р хүснэгт

Туршилтын нөхцөл

д/д	Үзүүлэлтүүд	Хүчин зүйлийн бодит утга			У, %	Тайлбар
		$X_1 c$	X_2 цаг	$X_3, {}^0c$		
1	Үндсэн түвшин $X_i^{(0)}$	20.3	14.5	67.2		
2	Өөрчлөгдөх хүрээ $\Delta_i(J_i)$	2	1.5	5.0		
3	Дээд түвшин $X_i^{дээд}$	22.3	16	72.2		
4	Доод түвшин $X_i^{доод}$	18.3	13	62.2		

8.4-р хүснэгт

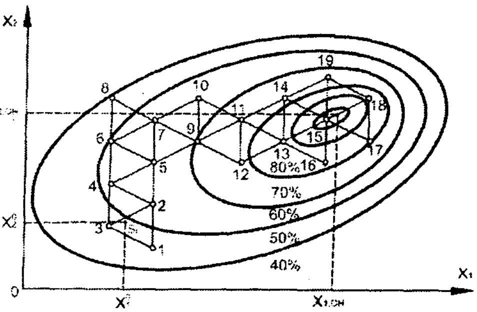
БХТ2³ Туршилтын матриц

5	Туршилтын дугаар u	Хүчин зүйлийн кодчилсон утга				Тайлбар
		x_1	x_2	x_3		
6	13	+	+	+	8.0	БХТ2³
7	14	+	+	-	8.1	
8	15	+	-	+	10.8	
9	16	+	-	-	6.5	
10	17	-	+	+	8.0	
11	18	-	+	-	4.0	
12	19	-	-	+	6.9	
13	20	-	-	-	6.4	
14	Регрессийн коэф b_i	1.0125	-0.3125	1.0875		$\lambda = 1$
15	$b_i \Delta_i$	2.025	-0.4687	5.4375		
16	Өөрчлөлтийн алхам δ_i	2	-0.5	5.4		
17	Туршилтын дугаар u	Хүчин зүйлийн бодит утга				
		x_1, c	x_2, цаг	$x_3, {}^0c$		
18	21	18.3	15.0	61.8	2.3	Санаагаар аа тавих туршилт
19	22	16.3	15.5	56.4	5.5	

8.3 Туршилтыг оновчтой төлөвлөх симплекс арга

Энэхүү арга нь зорилгын функцийн экстремум утгыг олохын тулд хэрэглэдэг градиентийн аргын нэгэн төрөл бөгөөд энэ аргыг хэрэглэснээр технологийн процессыг идэвхитэй удирдаж туршилтын тоог цөөлөх боломжийг бүрдүүлнэ. Уг аргын онцлог нь зорилгын функциас уламжлал авахгүй, бодит утгаараа олдсон тэгшитгэлд тулгуурлан энгийн тооцоо хийж алхам бүрд тодорхой нэг утга олдож байдагт оршино. Мөн хэд хэдэн хувьсагчийн утгаар тухайн зорилгыг хэрэгжүүлэхэд тэдгээрийн хамгийн оновчтой утгыг нэгэн зэрэг олдогт уг аргын давуу тал оршино. Энэхүү аргыг ашилахад туршилтыг дараах байдлаар тавина. Үүнд :

1. Эхлээд N=M+1 тооны туршилтыг хүчин зүйлийн хувьсах орон зайд тавьж S_0 төвтэй хамгийн сайн симплексийг байгуулна. Симплекс гэдэг нь M хэмжээст орон зайд байгуулсан M+1 тооны орой бүхий гүдгэр олон өнцөгт буюу геометрын зөв дүрс юм. Энэ нь хавтгайн системд гурван өнцөгт буюу гурвалжин дүрс байдаг. Өөрөөр хэлбэл M=2 гадаргуу буюу M=2 хүчин зүйлийн хувьд 1,2,3 (8-4р зураг) цэгт оройтой тэнцүү талт гурвалжин байна гэсэн үг.



8.4-р зураг. Хоёр хүчин зүйлт зорилгын функцийг симплекс аргаар оновчлох.

Эхлээд энэхүү гурвалжныхаа оройн цэгт туршилт тавьж y_1, y_2, y_3 утгыг олъё. Тухайлбал максимум утгыг олох гэж буй үед $y_1 < y_2, y_1 < y_3$ байгаа гэе. Өөрөөр хэлбэл симплексийн 1 орой дээр үзүүлэлт хамгийн муу байгаа гэе. Энэ үед нэг оройгоо 2, 3 талаар эргүүлэхэд очвол зохих 4 цэг дээр туршилт тавина. 2, 3, 4 цэгүүдэд туршилт тавихад $y_3 < y_2, y_3 < y_4$ болжээ. Тэгвэл 2, 4 талаар нугалан эргүүлж 3 цэгийн толин тусгал болсон 5 цэг дээр туршилт тавина. 2, 4, 5 цэгүүд дээрхи утгыг ажиглахад $y_2 < y_4, y_2 < y_5$ бол 2 цэгийг орхиж 6 цэгт дараа нь 4, 5, 6 гурвалжны хувьд

$y_4 < y_5, y_4 < y_6$ бол 4 цэгийн эсрэг 7 цэгт гэх мэт туршилт тавьсаар оновчтой байх мужид хүрнэ. Хэрэв хувьсах хэмжигдэхүүний тоо M=3 бол анхны багц туршилтын тоо N=M+1=3+1=4 туршилт байх ёстой. Туршилтын цэгүүд зөв гурван талт пирамид (тетраэдр)-ын орой болно. Мэдээжээр хувьсах хэмжигдэхүүн буюу хүчин зүйлийн тоо M=3 үед оновчтой цэгт хүрэх шилжилт огторгуйн системд зурагдах тетраэдрийн оройн цэгүүдийн аль нэгэн дээр муу утга олдоно. Түүний эсрэг орших талын нөгөө талд шинэ тетраэдрийн оройн цэгийг олох маягаар оновчтой байх цэгт хүрнэ. Эндээс үзэхэд уг аргаар оновчтой цэгт хүрэх нь анхныхаа симплексийг тусгалын функцийн сайн утгатай байх чиглэл рүү эргүүлж өнхрүүлэх замаар хэрэгждэг учраас заримдаа дэс дараалсан симплекс арга гэдэг. Хэрэв хувьсагчийн нийт тоо M=k бол k хэмжээст симплекс буюу R+1 оройтой гүдгэр олон талт дүрс болно. Оновчтой байх мужид ойртож ирэхэд симплекс оптимум байх цэгийг тойрон эргэлддэг. (13-19 дахь туршилт) Йнгэж эргэлдэх үедээ N_0

$$N_0 = 1.65k + 0.05k \qquad (8.7)$$

дахин ерөнхий нэг оройтой болоод байвал тухайлбал 15 цэг нь таван симплексийн ерөнхий орой болж $N_0 = 1.65 \cdot 2 + 0.05 \cdot 2 = 3.31$
буюу $N_0 = 3.31 < 5$ учраас түүнийг оновчтой цэг болгон авна. 8.4-р зургаас харахад 15 цэг бидний овол зохих мужид оршиж байгаа болохоос X_{OH} оновчтой цэгээс бага зэрэг зөрж байна. Иймээс 15 цэгийнхээ орчим хүчин зүйлүүдээ бүгдийг юмуу зарим хэсгийг нэгэн зэрэг ялимгүй хэмжээгээр өөрчлөн хамгийн сайн үр дүнтэй буюу оновчтой цэгийг нарийвчлан олж болно.

Анхаарах зүйл

1. Дэс дараалсан симплекс аргаар оновчтой цэгийг хайхад нэг цэг биш хэд хэдэн цэг нэгэн зэрэг муу утга авч болно. Тэгвэл тэдгээрийн аль нэгийг сонгон авч бусдыг орхиод туршилтаа үргэлжлүүлнэ.

2. Заримдаа симплекс нь аль нэг талдаа харьцангуйгаар хэлбэлзэх явдал байдаг .Тухайлбал бид 5,6,7 цэгт туршилт тавихад хамгийн муу цэг 5 болж бид 6,7 талаар эргүүлэн 8 цэг дээр туршилт тавьсан билээ. Гэтэл $y_8 < y_6; y_8 < y_7$ гарав.

Энэ үед 6,7,талаар эргүүлэн 5 цэг дээр очих ёстой боловч бид өмнө нь 5 цэгт туршилт тавьсан учир 5,7 талаар эргүүлэн 9 цэгт туршилт тавьж y_5, y_7, y_9, -ийг харьцуулан үзэж туршилтаа үргэлжлүүлнэ. Энэ үзэгдлийг ***симплекс хэлбэлзэх*** гэнэ.

Хүчин зүйлийн тоо янз бүр байхад, өөрөөр хэлбэл дурын тооны хүчин зүйлтэй үед анхдагч симплекс зөв байгуулах нь хамгийн чухал.

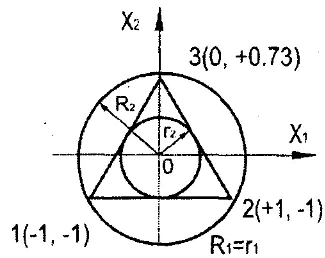
Симплексийн оройн цэгүүд хувьсах хүчин зүйлийн үндсэн түвшингийн утгатай дүйх ёстой. Туршилтыг хялбар болгохын тулд анхны симплексийн оройн цэгийг дараах 8.5-8.9-р хүснэгтийн дагуу сонгож авна.

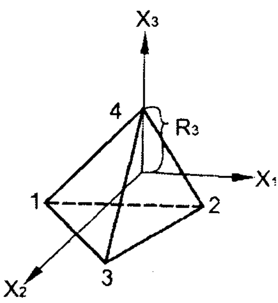
8.5-р хүснэгт
Анхдагч симплекс k=2

u	M=k=2	
	x_1	x_2
1	-1	-1
2	+1	-1
3	0	+0.73

8.6-р хүснэгт
Анхдагч симплекс k=3

u	M=k=2		
	x_1	x_2	x_3
1	-1	-1	+1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1





8.7-р хүснэгт

Анхдагч симплекс k=4

u	M=k=5				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	-1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	+1
3	+1	+1	-1	+1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1
5	+1	+1	+1	+1	-1
6	-0.38	-0.38	-0.38	-0.38	-0.38

8.8-р хүснэгт

Анхдагч симплекс k=5

u	M=k=4			
	x_1	x_2	x_3	x_4
1	-1	+1	+	+
2	+1	-1	+	+
3	+1	+1	-1	+
4	+1	+1	+1	-1
5	-0.018	-0.618	-0.618	-0.618

8.9-р хүснэгт

Анхдагч симплекс k=6

u	M=k=6					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	-1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	+1	+1
3	+1	+1	-1	+1	+1	+1
4	+1	+1	+1	-1	+1	+1
5	+1	+1	+1	+1	-1	+1
6	+1	+1	+1	+1	+1	-1
7	-0.215	-0.215	-0.215	-0.215	-0.215	-0.215

Хувьсагчийн тоо М=2;4;5;6 үед зөв симплексийг ашиглах боломжтой, харин М=3;7 байх үед бүхэл тоотой симплекс ашиглагдана. Түүний оройн цэгүүд ХХТ2^{3-1}, ХХТ2^{7-4} гэсэн хагас хүчин зүйлт туршилтын матрицуудтай тохирно. М=3 байх үед БХТ2^3=8 туршилт тавих ёстой авч ХХТ2^{3-1}гээд 4 туршилт тавина. Энэ үед x_3-ийн (8.6-р хүснэгтэд) тэмдгийг сонгохдоо (x_1x_2) үржвэрийн тэмдгийн дагуу авна. Ерөнхий тохиолдолд М хувьсах хэмжигдэхүүн буюу хүчин зүйлтэй үед зөв симплексийн оройн цэгүүдийн утга ямар хэмжээтэй байхыг 8.10-р хүснэгтэд өгөв.

8.10-р хүснэгт

Зөв симплексийн оройн цэгүүдийн утга

u	Хүчин зүйлийн кодчилсон утга					
	x_1	x_2	x_3	.....	x_{k-1}	x_k
1	$-r_1$	$-r_2$	$-r_3$	....	$-r_{k-1}$	$-r_k$
2	$+r_1$	$-r_2$	$-r_3$	....	$-r_{k-1}$	$-r_k$
3	0	$+2r_2$	$-r_3$	....	$-r_{k-1}$	$-r_k$
4	0	0	$+3r_3$	....	$-r_{k-1}$	$-r_k$
-	....	....	....	....	....	....
k	0	0	0	....	$+(R-1)\,r_{k-1}$	$-r_k$
k+1	0	0	0	....	0	$+Rr_k$

Энэхүү М=k хувьсах хүчин зүйлтэй зөв симплексийн төв нь координатын эхтэй давхцаж байх учир түүнийг төвийн төлөвлөлт (план) гэж ч хааяа нэрлэдэг. 8.10-р хүснэгтэд байгаа $-r_i$ утга дараах томъёогоор тодорхойлогдоно. [8,165]

$$r = \sqrt{\frac{k+1}{ik(i+1)}}, \qquad i \le k \tag{8.8}$$

Дээр үзүүлсэн симплекс төлөвлөлтийн кодчилсон утгаас бодит утганд шилжүүлэхдээ урьд өмнө үзсэн

$$x_i = \frac{X_i - X_i^0}{I_i} \tag{8.9}$$

томъёог хэрэглэнэ. K=7 байх анхдагч симплексийн оройн координатын кодчилсон утгыг 8.11-р хүснэгтээр үзүүлэв. [14,226]

8.11-р хүснэгт

$k \leq 7$ үед анхдагч симплексийн оройн координатууд

u	Хүчин зүйлийн кодчилсон утга						
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1	0.5	0.289	0.204	0.158	0.129	0.109	0.095
2	-0.5	0.289	0.204	0.158	0.129	0.109	0.095
3	0	-0.578	0.204	0.158	0.129	0.109	0.095
4	0	0	-0.612	0.158	0.129	0.109	0.095
5	0	0	0	-0.632	0.129	0.109	0.095
6	0	0	0	0	-0.645	0.109	0.095
7	0	0	0	0	0	-0.655	0.095
8	0	0	0	0	0	0	-0.611
9	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0

Тухайн тохиолдолд x_i^0 нь хүчин зүйлийн анхдагч буюу хамгийн эхний багц туршилтын төвийн цэг болно. $I_i = \Delta_i - i$ дугаар хүчин зүйлийн хувьсах хүрээ. Анхдагч симплексээ байгуулж эхний багц туршилт тавьсны дараа гарах у үзүүлэлтийн хамгийн муу (у-ийн максимум утга олох бол хамгийн бага, минимум утга олох бол хамгийн их) цэг байгаа оройн эсрэг талд шинэ орой сонгон авч шинэ симплекс байгуулахдаа түүний шинэ оройн цэгийн координатын утгыг хэрхэн олохыг авч үзье. Хэрэв M=R хүчин зүйлтэй үед k+1 туршилт тавихад хамгийн муу утгатай оройн цэг e дугаар цэг

$$y = 12.14 + 3x_1^2 - 2x_2^2 + 1.2x_1x_2 + 2.4x_1^2 - 1.3x_2^2; x_1^0 = 15; x_2^0 = 20; I_1 = 3; I_2 = 4$$

байгаа юм гэе. Тэгвэл k+2 дугаартай туршилт нь шинэ симплексийн нэг оройн цэг болох ба түүний координат

$$X_{iR+2} = \frac{1}{k}(X_{i1} + X_{i2} + \ldots + X_{ie-1} + \ldots + X_{iR+1}) - X_{ie}$$

$$i = 1,2,3,....,k \qquad (8.10)$$

болно. Энд: $X_{i(k+2)}$ – i-р хүчин зүйлийн k+2 дахь туршилтын утга,

X_{ie} – i-р хүчин зүйлийн хамгийн муу e дахь туршилтын утга,

(8.10) томъёонд хаалтан дотор байгаа утгууд дотор X_{ie} –г оруулдаггүй.

8.4. Симплекс аргыг хэрэгжүүлэх дэс дараалал

1. Анхны $x_i^0 = x_1^0, x_2^0, \ldots, x_R^0$ цэгээ сонгон авч энэхүү цэгийнхээ орчимд k+1 туршилт тавина. Хүчин зүйл тус бүрийн $I_i = \Delta i$ хувьсах хүрээ өгөгдсөн байх ёстой. Анхны цэгийг сонгох нь тойруулан дөхөх (8.1-8.2-р зүйл) аргын нэгэн адил градиентийн аргаар хийгдэнэ.

2. M=k-ээс хамааруулан 8.11-р хүснэгтээс зөв симплексээ сонгоно.

3. Бидний үзсэн (8.9) томъёоны дагуу бодит байдлаар бичигдсэн I_j утга олдож байх ёстой.

4. Эхний багц туршилтаас хамгийн муу утгатай цэгийг орхин түүнтэй тэгш хэмтэй цэг дээр туршилт тавина.

5. (8.10) томъёогоор дараагийн туршилтын утгыг олж муу үзүүлэлтэй цэгийг орхин симплексээ цаашид шилжүүлнэ.

6. (8.7) томъёогоор N_0-ийг олж $N \geq 1,65k + 0.05k$ үед зааврын дагуу туршилтаа зогсооно.

Жишээ: Технологийн ажиллагааг судлах явцад түүний эцсийн үзүүлэлтэнд нөлөөлөх M=2 хүчин зүйл байжээ. Тэдгээрийн тоон утга $x_1^0=300$ $I_1=20$ $x_2^0=5500$, $I_2=900$ гэж олдсон байна. Гарч буй үзүүлэлт хамгийн их байх үеийн x_1, x_2-ийн утгыг ол.

1. Анхны симплексээ сонгож авъя. (18.4-р зураг). Үүний кодчилсон утганаас бодит утганд шилжүүлдэг томъёог (8.11-р хүснэгтийг ашиглана.)

$$X_i = X_i^0 + x_i I_i \quad \text{буюу}$$

$$x_i = \frac{X_1 - X_1^0}{I_i}$$ -ийг ашиглана.

Эхний 1 дэх туршилтад S_0^I симплексийн оройн цэгийн координат

$$X_{1.1} = 300 + 0.5 \cdot 20 = 310\,;$$

$$X_{2.1} = 5500 + 0.289 \cdot 900 = 5760$$

S_0 симплексийн 2 дахь туршилтанд оройн цэгийн координат

$$X_{1.2} = 300 - 0.5 \cdot 20 = 290\,;$$

$$X_{2.2} = 5500 + 0.289 \cdot 900 = 5760$$

S_0 симплексийн 3 дахь туршилтанд оройн цэгийн координат

$$X_{1.3} = 300 + 0 \cdot 20 = 300\,;$$

$$X_{2.3} = 5500 - 0.578 \cdot 900 = 4980$$

Энэхүү цэгүүд дээр гарах үзүүлэлт y_1=190, y_2=180, y_3=165 гарчээ. (8,12-р хүснэгтэд бичив.)

8.12-р хүснэгт

Симплекс аргын бодолтын үр дүн

u	Хүчин зүйлийн бодит утга		Гарах үзүүлэлт $У_u$	Симплекс	Симплексийн орой	Орхих орой
	X_1	X_2				
1	310	5760	190	S_0	1,2,3	-
2	290	5760	180	S_0	1,2,3	-
3	300	4980	165	S_0	1,2,3	3
4	300	6540	200	S_1	1,2,4	2
5	320	6540	210	S_2	1,4,5	1
6	310	7320	222	S_3	4,5,6	4
7	330	7320	240	S_4	5,6,7	5
8	320	8100	216	S_5	6,7,8	хэлбэлзэх
9	340	6540	232	S_5	5,7,9	5
10	350	7320	264	S_6	7,9,10	9
11	340	8100	246	S_7	7,10,11	7
12	360	8100	256	S_8	10,11,12	11
13	370	7320	254	S_9	10,12,13	12
14	360	6540	238	S_{10}	10,13,14	түгжигдэх

2. Бид максимум утга хайж байгаа учраас хамгийн бага үзүүлэлтэй 3 цэгийг орхин симплексээ 1;2 талыг тойруулан эргүүлж 4 цэгт туршилт тавина. Тэрхүү цэгийн координат (8.10) томъёо ёсоор:

$$X_{1,k+2} = \frac{1}{k}(X_{1.1} + X_{1.2}) - X_{1.3} = \frac{2}{2}(310 + 290) - 300 = 300$$

$$X_{2.4} = \frac{1}{k}(X_{2.1} + X_{2.2}) - X_{2.3} = \frac{2}{2}(5760 + 5760) - 4980 = 6540$$

Энэ үед у=200 гарч y_1, y_2 үзүүлэлтээс сайжирсан байна.

3. Нэгэнт y_4 утга y_3–аас илүү байгаа учраас 3 цэгийг орхин 1;2;4 оройн цэг бүхий бага S_1 симплексийг бүрдүүлнэ.

4. Ийм маягаар бодолтыг үргэлжлүүлэхэд S_4 симплекс хүртэл гарах үзүүлэлт идэвхтэй өсч байна. Тухайлбал 5;6;7 орой бүхий S_4 симплекст хамаарах 7-р туршилтад y_7=240 хүртэл өсөв.

5. Зорилгын функцийн 5;6;7 симплексийн оройн цэгүүдийн утга y_5=210, y_6=222, y_7=240 байсан бөгөөд эдгээрээс хамгийн бага үзүүлэлтэй байгаа 5 цэгийг орхих ёстой. Тэгвэл 5 цэгийн толин тусгал болсон 8 цэгт

$$X_{1.8} = \frac{2}{2}(310 + 330) - 320 = 320$$

$$X_{2.8} = \frac{2}{2}(7300 + 7320) - 7320 = 8100$$

болон олдож улмаар y_8=210 гарчээ. Үүнийг y_6, y_7 тай харьцуулахад $y_8 < y_6 < y_7$ болж байна. Энэ нь симплекс хэлбэлзэж байгаа хэрэг юм.

6. Ийм үед y_5=210 байх 5 цэг бүхий оройг орхилгүй 6 цэгийн эсрэг 9 цэгт туршилт тавина.

$$X_{1.9} = \frac{2}{2}(320 + 330) - 310 = 340$$

$$X_{2.9} = \frac{2}{2}(6540 + 7320) - 7320 = 6540$$

болон олдож y_9=232 гарч түүнийг y_5=210, y_7=240-тэй хамт хүснэгтэд бичнэ.

7. $y_9 > y_5$ учир тусгалын гадаргуугаар симплексийг оновчтой

байх цэгийн чиглэлд шилжүүлсээр байна. Оройн 9 цэг үлдэж 6 цэг орхигдож 5,7,9 орой бүхий S_5 симплекс бий болно.

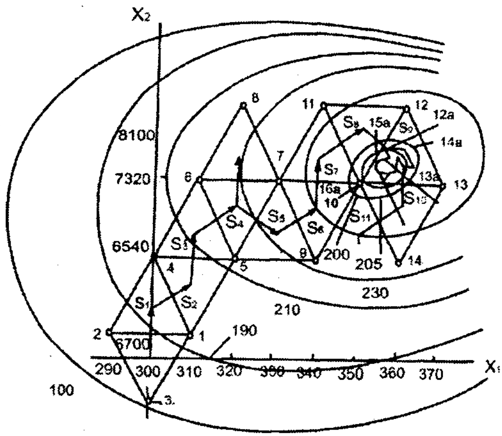
8.Одоо 5 оройн цэгийн толин тусгал болсон 10 цэг дээр хүчин зүйлийн түвшинг тогтооё.

$$X_{1.10} = \frac{2}{2}(330 + 340) - 320 = 350$$

$$X_{2.10} = \frac{2}{2}(7320 + 6540) - 6540 = 7320$$

$у_{10}$=264 болж $у_7$=240, $у_9$=232-аас их болж буй учир 10 оройн цэгийг байгуулсан нь сайн үр дүнд хүрэв.

Цаашид туршилтыг үргэлжлүүлэхэд S_7, S_8 симплексийн 11,12 цэгт үзүүлэлт сайжирч байна. Харин 13 цэгт үзүүлэлт $у_{13}$=254 болж $у_{10}$=264, $у_{12}$=256-аас буурсан байв. $У_{10}>у_{12}>у_{13}$ болж байгаа нь симплекс хэлбэлзэж байгааг илтгэнэ. Энэ үед 12 оройн цэгийн толин тусгал болсон 14 оройн цэгт туршилт тавина. $у_{14}$=238 гарч $У_{10}>У_{13}$ болж цаашид симплексийг хөдөлгөх шаардлагагүй. S_6-S_{10} симплексийг ажиглахад бүгд 10 гэсэн ерөнхий оройтой байна. Энэ нь оновчтой байх мужид хүрсэн болохыг харуулж байна.



8.5-р зураг.Симплекс аргаар оновчтой цэгийг хайх байдал

9. Оновчтой мужид хүрсэн тохиолдолд симплексийн төвийн координатыг олно.

$$X_{ic} = \frac{1}{M+1}\sum_{i=1}^{M+1} X_i$$

$$X_{1c} = \frac{1}{2+1}(350+360+370) = 360 \qquad (8.11)$$

$$X_{2c} = \frac{1}{2+1}(7320+8100+7320) = 7580$$

S_6 симплекс дээр 5 удаа туршилт тавихад $У_{14}$=268,264,266,265,267 гарчээ. Дундаж утга нь

$$\bar{y}_c = \frac{1}{5}(268+264+266+265+267) = 266$$

Эдгээр үзүүлэлтүүдийн дисперсийг олбол:

$$S^2\{y_c\} = \frac{1}{5-1}\left[(268-266)^2 + (264-266)^2 + \ldots + (267-266)^2\right] = 2.25$$

Симплексийн оройн цэгүүд дээрх үзүүлэлтүүдийн дундаж утга

$$\bar{y} = \frac{1}{3}(264+256+254) = 258 \text{ болов.}$$

Оновчтой утганд ойролцоо очсон эсэхийг Стьюдентийн шалгуураар шалгахаар түүний тооцооны утгыг дараах томъёогоор олно.

$$t_T\{\overline{y_c} - \bar{y}\} = \frac{|\overline{y_c} - \bar{y}|\sqrt{N_c(M+1)}}{S\{y_c\}\sqrt{N_c(M+1)}} = \frac{|266-258|\sqrt{5(2+1)}}{1.5\sqrt{5(2+1)}} = 7.32$$

$$t_x[P_d = 0.95, f = N_c + M - 1 = 5+2-1 = 6] = 2.45$$

гэж олдов. t_T =7.32>t_X =2.45 болж оновчтой байх муж алдагдахгүй байна. Хүчин зүйлийн тоо өсөхөд симплекс аргаар хийх туршилтын үр дүн өснө.

Бодлого. Зорилгын функци

$$y = 4.4 + 0.31x_1 - 0.99x_2 - 0.06x_1x_2 + 2.1x_1^2 + 2x_2^2; x_1^0 = 14, x_2^0 = 6, I_1 = 3, I_2 = 2$$

бол $У_{min}$ утгыг тодорхойл.

Бодлого. Зорилгын функци

$y = 2x_1^2 + x_1x_2 + 3x_2^2 - 3x_1 - 2x_2; x_1^0 = 10; x_2^0 = 20; l_1 = 3; l_2 = 8$

бол y_{max} утгыг тодорхойл.

Бодлого. Зорилгын функци

$y = 12.14 + 3x_1^2 - 2x_2^2 + 1.2x_1x_2 + 2.4x_1^2 - 1.3x_2^2; x_1^0 = 15; x_2^0 = 20; l_1 = 3; l_2 = 4$

бол y_{max} утгыг тодорхойл.

8.5. Оновчтой утга тодорхойлох задлал (диссоциативт)-алхмын арга

1-р эрэмбийн загвартай харьцуулахад 2-р эрэмбийн загвар нь гарах у үзүүлэлтэд $x_1, x_2, ..., x_n$ хүчин зүйлүүдийн нөлөөлөх нөлөөллийн тухай маш өргөн мэдээлэл өгдөг. Ийм учраас судалж байгаа объект, технологи ажиллаагааны хувьсах нөхцлийг оновчлох үед ашиглахад илүү боломжтой. Энэ нь хүчин зүйлүүдийн хувьсах хүрээн дотроос гарах үзүүлэлт хамгийн их юм уу, хамгийн бага байх үеийн утгыг эрж олж тогтоох явдал байдаг.

$$F(x) = F(x_1, x_2, ..., x_n) = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_j x_i x_j + \sum b_{ii} x_i^2 \qquad (8.12)$$

зорилгын функцийн өөрчлөлтийн байж болох муж $-1 \le x_1 \le 1$ хүрээнд утга авах гиперкуб байдаг. Оновчтой утга тодорхойлох задлал-алхмын аргыг В.А.Вознесенский, А.Ф.Ковальчук нар дараах 2 зарчмын үндсэнд хэрэглэж болохыг тогтоожээ. Үүнд:

1. Тогтмол түвшинтэй n-1 хувьсагч байх үед гиперболлог гадаргуу параболд хувирах.
2. n-1 хувьсагч нь дурын түвшинд биш, зөвхөн оновчтой түвшинд очих боломжтой байх.

Задлал – алхмын аргаар олон хүчин зүйлт загварын оновчтой утгыг хайх явдал нь уг загварыг хоорондоо харилцан холбоотой каноник (нэг хүчин зүйлт) тэгшитгэлд задлаад алхам алхмаар ахиулан шинжилгээ хийхэд оршино. (8,12) загварын хувьд x_1 хүчин зүйл нэг бүрийн экстремаль юмуу хамгийн их утга авах нь харилцан үйлчлэлийн b_{ij} үр дүнгээс буюу загварт байгаа өөр нэг хүчин зүйлийн түвшинтэй холбоотой байдаг. Хэрэв x_i, x_j , хүчин зүйлүүдийн харилцан үйлчлэл байхгүй бол оновчлолын бодлого хялбарчлагдаж $x_{i\,max}$ утга бүрэс хамаарч байдаг. (8.12)-д өгөгдсөн ихэнх загварын хувьд хүчин зүйлүүдийн харилцан үйлчлэл тэгээс өөр байх учраас $F(x) = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ зорилгын функцийн оновчтой утгыг

$$F(x) = F(x_i, \ldots, x_n) - b_0, \quad j \ldots n = (b_i + \sum b_{ij} x_j) x_i + b_{ii} x_i^2 \qquad 8.13)$$

хэлбэрийн каноник тэгшитгэлүүдийг хамтад нь шинжилж тогтооно. Уг аргатай танилцахын тулд нэг хүчин зүйлт 2-р эрэмбийн загварын хувьд оновчтой утгыг олсон В.А.Вознесенский , А.Ф.Ковальчук нарын аргатай танилцъя (8.13-р хүснэгт). Хүснэгтэд нэг хүчин зүйлт 2-р эрэмбийн загварын байж болох бүх хувилбарыг хүчин зүйлийн оновчтой утгатай байх нөхцлийн хамт оруулжээ. [4].

Олон хүчин зүйлт загварын хувьд хүчин зүйлүүдийн хувьсах хүрээ – 1...+1 байх тохиолдолд уг аргыг хэрэглэж болно. Хэрэв 2 өөр хүчин зүйлийн харилцан үйлчлэл байхгүй бол нэг хүчин зүйлт загварыг оновчлохын нэгэн адил гүйцэтгэнэ. Жишээ болгож y-ийн минимум утга олох

$$y = 315.24 + 91.04x_1 - 16.84x_2 + 21.62x_1^2$$

загварыг авч үзье.

Уг загвараа нэг хүчин зүйлт загвар (каноник тэгшитгэл)-т задлавал:

$$y_1 = 91.04x_1 + 21.62x_1^2; \quad y = -16.84x_2$$

болно. 8.13-р хүснэгттэй харьцуулахад эхний загварын хувьд $b_1 = 91.04 > 0$,

$b_{1i} = 21.62 > 0$ байгаагийн дээр $|b_i| > 2b_{ii}$ нөхцөл биелэгдэж байна.

8.13-р хүснэгт

2-р эрэмбийн нэг хүчин зүйлт загварыг оновчлох

Максимум утга хайхад		$X_{ion}(x_{jb}$ орой)		Минимум утга хайхад	
b_{ii}	b_i	Хэрэв $\lvert b_i\rvert < 2\lvert b_{ii}\rvert$ бол x_{ib} өөрчлөгдөх хүрээний дотор талд	Хэрэв бол $\lvert b_i\rvert > 2\lvert b_{ii}\rvert$ бол x_{ib} өөрчлөгдөх хүрээний гадна талд	b_i	b_{ii}
$b_{ii}<0$	$b_i<0$ $b_i=0$ $b_i>0$	$X_{ioH}=X_{ib}=-\dfrac{b_i}{2b_{ii}}$	$X_{ioH}=-1$ - $X_{ioH}=+1$	$b_i>0$ $b_i=0$ $b_i<0$	$b_{ii}>0$
$b_i=0$	$b_i<0$ $b_i=0$ $b_i>0$	- - -	$X_{ioH}=-1$ - $X_{ioH}=+1$	$b_i>0$ $b_i=0$ $b_i<0$	$b_{ii}<0$
$b_{ii}>0$	$b_i<0$ $b_i=0$ $b_i>0$	$X_{ioH}=-1$ +1 юмуу -1- ээр $X_{ioH}=+1$	$X_{ioH}=-1$ +1 юмуу -1- ээр $X_{ioH}=+1$	$b_i>0$ $b_i=0$ $b_i<0$	$b_i=0$

Хүснэгтэд үзүүлснээр 1-р загвар $\lvert b_i\rvert > 2\lvert b_{ii}\rvert$ учир параболийн орой хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээний гадна талд $X_{1oH}=-1$ болох ба 2-р загварын хувьд $X_{2oH}=+1$ байх нь тодорхой байна. (8.13-р хүснэгтийн хойт талаас 2,3 дахь баганын хамгийн дээд, доод мөрийг үзэх). Ийм маягаар хүчин зүйлүүдийн хослол байхгүй үед 8.13-р хүснэгтийг ашиглан хүчин зүйлүүдийн оновчтой утгыг олоод тэрхүү утгуудаа эх тэгшитгэлдээ тавьж гарах у үзүүлэлтийн экстемаль утгыг хялбархан тодорхойлж болно.

8.6. Задлал-алхмын аргыг хэрэгжүүлэх дэс дараалал

$$y'_{3/2,5,6,4,1} = -74.14x_5 + 11.8(1.027 + 0.541x_5)x_3 - 40.1x_5^2 = 61.98x_5 - 33.72x_5^2$$

Энэхүү арга нь максимум утга олоход тохиромжтой арга учир минимум утга олох бодлогын загварын гишүүдийн тэмдгийг эсрэгээр өөрчилж максимум утга олох бодлого болгон хувиргана. Бодолт дараах дэс дараалаар хэрэгжинэ. Үүнд:

1. 2-р эрэмбийн олон гишүүнт (8.12) зорилгын функцээ параболийн тэгшитгэлийн хэлбэрээр илэрхийлэгдэх нэг хувьсагчийн функцүүдэд задлана.

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= b_1x_1 + b_{11}x_1^2 + \sum b_1x_1x_j \\ y_i &= b_ix_i + b_{ii}x_i^2 + \sum b_{ij}x_ix_j \\ y_n &= b_nx_n + b_{nn}x_n^2 + \sum b_{ni}x_nx_j \end{aligned}\right\} \qquad (8.14)$$

$$x_{3OH} = -0.919, x_{2OH} = x_{5OH} = x_{6OH} = -1$$
$$x_{1OH} = 1.027 + 0.541x_{3OH} = 1.027 + 0.541 \cdot (-0.97) = 0.5022$$

2. (8.14) тэгшитгэлийн дотроос

$$b_{ii} \geq 0, \ |b_i| \geq \sum |b_{ij}| \qquad (8.15)$$

нөхцлийг хангах нэг хүчин зүйлт дурын тэгшитгэлийг сонгон авна. Энэ нөхцөлд F(x) функцийн хамгийн их утга хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээний хязгаарт +1 ба -1-ийн аль нэг байна. Тэмдэг $b_1 > 0$ нь коэффициентийн тэмдгээр тодорхойлогдох буюу

$b_1 > 0 \ \ x_{1max} = +1, b_1 < 0 \ \ x_{1min} = -1$ болох ёстой.

3. (8.14) функцийн үндсэн тэгшитгэлүүдэд $x_{1max} = +1$ $x_{1min} = -1$ утгуудыг тавина. Ингэж тавьсны дараа x_1 гэсэн хувьсагчгүй

$y_{2/1}^{(+)} \ldots y_{n/1}^{(+)} \quad y_{2/1}^{(-)} \ldots y_{n/1}^{(-)}$ гэсэн загваруудыг гаргаж авна.

4. Гаргаж авсан шинэ загваруудотор (8.15) нөхцлийг

хангах загвар шинээр гарч ирж болзошгүй байдаг. Гарч ирвэл оновчтой утга нь хязгаарын нөхцөлд буюу x_{lmax}=+1, x_{lmin}=-1, байх нөхцлөөс олно. Энэ мэтчилэн үргэлжлүүлэн бодоход (8.14) загварын үлдсэн тэгшитгэлүүд дотор (8.15) нөхцлийг хангахааргүй $y_{(k+1)/1}^{+}/.../R^{+}$ буюу $y_{(k+1)/1}^{-}/.../R^{-}$ тэгшитгэл үлдэнэ.

Жишээ: Минимум олох ёстой бодлого байсан тул максимум олох бодлого болгохоор бүх гишүүдийн тэмдгийг эсрэгээр өөрчилж бичье.

$$y' = -198.6 - 30.12x_1 - 3.98x_2 - 49.16x_3 + 7.98x_4 - 21.05x_5 + 24.62x_4^2 +$$
$$+ 25.92x_5^2 - 5.31x_1x_3 + 2.85x_1x_5 - 3.6x_3x_4 - 4.78x_3x_5 - 8.31x_4x_5 \qquad (8.16)$$

загвараа нэг хүчин зүйлт загварт задлая.

$$y_1 = -30.12x_1 - 5.31x_1x_3 + 2.85x_1x_5$$
$$y_2 = -3.98x_2$$
$$y_3 = -49.16x_3 - 5.31x_1x_3 - 3.6x_3x_4 - 4.78x_3x_5$$
$$y_4 = 7.98x_4 + 24.62x_4^2 - 3.6x_3x_4 - 8.31x_4x_5$$
$$y_5 = 25.92x_5^2 + 2.88x_1x_5 - 4.78x_3x_5 - 8.31x_4x_5$$

Энэхүү загваруудад буюу $b_{ij} \geq 0$ бөгөөд y_4-ийг олох загвараас бусдын хувьд $|b_i| \geq \sum |b_{ij}|$ нөхцөл биелэгдэж байна.

$$y = 15.39 + 0.687x_1 + 0.193x_2 + 0.736x_3 - 0.145x_1x_2 +$$
$$+ 0.385x_1x_3 - 0.08x_2x_3 + 0.438x_1^2 + 0.423x_2^2 + 0.0313x_3^2$$
$$|b_1| = 30.12 > |b_{13}| + |b_{15}| = |5.31| + |2.85| = 8.16$$

Авч судлаж байгаа аргачлалынхаа дагуу x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 хүчин зүйлүүдийн утгыг олъё.

$b_1 < 0$ учир 8.13-р хүснэгтийн дагуу $x_{1оН}$= -1 (3-р мөр, 4-р баганын огтлолцлын нүдэнд $x_{iоН}$= -1) болно. Түүнчлэн $x_{2оН}$= $x_{3оН}$= $x_{5оН}$= -1 болох нь илэрхий байна. Олсон $x_{iоН}$ утгуудаа y_4 - ийг илэрхийлэх томъёонд тавибал ийг илэрхийлэх томъёонд тавибал

$$y_{4/5.5}=7.98x_4+24.62x_5^2-3.6(-1)x_4-8.31x_4(-1)=19.84x_4+24.62x_4^2$$

Энд $b_4>0$, $b_{44}>0$ байна. 8.13-р хүснэгт ёсоор $x_{4oH}=+1$ болно. Ингээд $x_{1oH}=-1$,

$x_{2oH}=-1$, $x_{3oH}=-1$, $x_{4oH}=+1$, $x_{5oH}=-1$ болно. Олсон утгуудаа (8.16) загварт тавибал $y_{min}=31.1$ гарав.

5. Бидний судалж байгаа (8.14) загварын доторхи

тэгшитгэлүүдэд $b_{ii}\geq 0$ боловч $|b_i|\geq\sum|b_{ij}|$ (8.17) нөхцөл

биелэгдэхгүй, $b_{ii}\geq 0$, $|b_i|<\sum|b_{ij}|$ байх тохиолдолд өмнө олсон

оновчтой утгуудаа тавиад $x_i=-1$, $x_i=+1$ байх хоёр тэгшитгэлийг

бодно. Цаашид $|b_0|+\sum\limits_{i=1}|b_i|\rightarrow max$ байх аль нэгийг нь сонгож авна.

Энэ нь загварын тусгалын функцийн максимум утгыг илэрхийлнэ.

6. Бидний авч судлаж байгаа нэг хүчин зүйлт тэгшитгэлүүдийн дотор байгаа:

$$y_i=b_0+b_{ii}x_i^2+b_ix_i+\sum b_{ij}x_ix_j \qquad (8.18)$$

загварын хувьд $b_{ii}<0$ байх тохиолдлыг авч судална. Хэрэв $|b_i|+\sum|b_{ij}|<2|b_{ii}|$ бол x_{joH} утгыг (8.18) загвараас x_i-ээр авсан уламжлал тэгтэй тэнцүү байх нөхцлөөс эрнэ.

$$\frac{dy_i}{dx_i}=2b_{ii}x_i+b_i+\sum b_{ij}x_j=0 \qquad (8.19)$$

Энд x_i -ийн оновчтой утга дараах нөхцлөөс олдоно.

$$x_{ib}=x_{ioH}=-\frac{b_i}{2b_{ii}}-\frac{\sum b_{ij}x_j}{2b_{ii}} \qquad (8.19')$$

Өөрөөр хэлбэл x_{iOH} нь x_j –ээс хамаарсан шугаман функци хэлбэртэй байдаг. Ийм бодлогыг бодохдоо эх загварын хувьсагчийн тоог 1-ээр бууруулж оновчлолын дараагийн үе шатанд шилжинэ.

Жишээлбэл:

$$y = 109.4 - 49.4x_1 - 6.64x_2 + 27.4x_3 - 36.4x_1^2 - 16.2x_1x_2 - 9.8x_1x_3 - 96x_3^2 \to max \quad (8.20)$$

загвараа нэг хүчин зүйлт тэгшитгэлд задлавал

$$y_1 = -49.4x_1 - -36.4x_1 - 16.2x_1x_2 - 9.8x_1x_3$$
$$y_2 = -6.64x_2 - 16.2x_1x_2$$
$$y_3 = 27.4 - 9.8x_1x_2 - 96x_3^2$$

y_2 –ийг олох загварын хувьд $b_{ii} \geq 0$ (b_{22}=0) боловч 6.6<16.2 учраас

$|b_i| \geq \sum b_{ij}$ нөхцөл биелэгдэхгүй байна. Ийм үед 5-д бичсэнээр

x_2= -1, x_2=+1 тохиолдолд бодлогыг бодно.

x_2= -1 үед

$$y' = 116.04 - 33.2x_1 + 27.4x_3 - 36.4x_1^2 - 9.8x_1x_3 - 96x_3^2 \quad (8.21)$$

x_2= +1 үед

$$y' = 102.76 - 65.6x_1 + 27.4x_3 - 36.4x_1^2 - 9.8x_1x_3 - 96x_3^2 \quad (8.22)$$

(8.21) тэгшитгэлийн хувьд: $|b_0| + \sum |b_i|$=116.04+33.2=149.24,

(8.22) тэгшитгэлийн хувьд $|b_0| + \sum |b_i|$=109.4+49.4=158.8 болж

$|b_0| + \sum |b_i|$ нь (8.22) тэгшитгэлийн хувьд их (149.24<158.8) ийм

учраас 5-д заасан $|b_0| + \sum |b_i| \to \max$ нөхцлийн дагуу $x_{2он}$=+1

болно. (8.22) загвараа нэг хүчин зүйлт загварт задлавал:

$y_{1/2} = -65.6x_1 - 36.4x_1^2 - 9.8x_1x_3$ болох бөгөөд энэ нь y_3-ийг олох

загвартай дүйж байна. y_3 –ийг олох загварын хувьд b_{ii}<0 бөгөөд
$|b_i| + \sum_{i \neq j} |b_{ij}| \leq 2|b_{ii}|$ нөхцөл өөрөөр хэлбэл:

$$27.4 + 9.8 = 37.2 < 2 \cdot 16 = 192$$

болж x_{3oH} –утгыг (8.19^{i})шугаман загвараас олж болно. Өөрөөр хэлбэл:

x_{3oH}= -27.4/2(-96)-(-9.8x_i)/2(-96)=0.143-0.05x_i

Энэ утгаа $У_{\frac{1}{2}}$-д тавибал:

$$y_{\frac{1}{2},3} = -65.6x_1 - 36.4x_1^2 - 9.8x_1(0.143 - 0.05x_1) = -66.5x_1 - 36.4x_1^2$$

8.13-р хүснэгт ёсоор x_{1oH}= -(-66.5)/2(-36.4)= -0.91

Олсон утгаа x_{3oH}=0.143-0.05(-0.91)=0.188

Ингээд (8.20) загварын хувьд x_{1oH}= -0.91 x_{2oH}= +1 x_{3oH}=0.188 болов. Олсон утгуудаа (8.20) тэгшитгэлд тавибал y_{max}= 135.75 гарав.

7. Хэрэв загварын квадрат утгатай гишүүдийн коэффициент хасах буюу

b_{ii} <0 бөгөөд $|b_i| + \sum_{i \neq j} |b_{ij}| \leq 2|b_{ii}|$ нөхцөл биелэгдэхгүй, харин

$$|b_i| + \sum_{i \neq j} |b_{ij}| > 2|b_{ii}|$$

Нөхцөл биелэгдэж байвал

$$|b_i| + \sum_{i \neq j} |b_{ij}| \geq 2|b_{ii}| \qquad (8.24)$$

нэмэлт нөхцлийг шалгана. Хэрэв уг тэгшитгэл x_{iOH}=-1(b_i<0) буюу +1(b_i>0) бол x_i –ийн хувьсах хүрээний нэг хэсэгт x_{ioH}-ийг (8.19^{i}) томъёогоор олж, нөгөө хэсэгт x_{ioH}= -1 ба +1 гэсэн хязгаарын утгыг авна.

Жишээ:

$y=380+22.8x_1-22.6x_2-70.2x_3+59.8x_4-40.1x_5-15.0x_6-10.9x_1^2-40.1x_3^2-11.2x_4^2+11.8x_1x_3-3.8x_1x_5+4.2x_1x_6-7.8x_2x_4-3.9x_3x_4+1.8x_4x_5-7.1x_4x_6$ (8.25)

$y_1= -22.8x_1-10.9x_1^2+11.8x_1x_3-3.8x_1x_5+4.2x_1x_6$

$y_2= 22.6x_2-7.8x_2x_4$

$y_3= -70.2x_3+11.8x_1x_3-40.1x_3^2-3.9x_3x_4$

$y_4 = 59.8x_4 - 7.8x_2x_4 - 3.9x_3x_4 - 11.2x_4^2 + 1.8x_4x_5 - 7.1x_4x_6$
$y_5 = -40.1x_5 - 3.8x_1x_5 + 1.8x_4x_5$
$y_6 = -15.0x_6 + 4.2x_1x_6 - 7.1x_4x_6$

Эдгээр загварын дотроос $b_{ii} \geq 0$ байх загварыг авч үзье. Тэгшитгэлүүдийг ажиглахад y_2, y_5 ба y_6–ийг олох загваруудын хувьд $b_{ii} \geq 0$ $|b_i| \geq \sum|b_{ij}|$ гэсэн (8.15) нөхцөл биелэгдэж байна. Ийм учраас $x_{2oH} = -1$, $x_{5oH} = -1$, $x_{6oH} = -1$ болох нь илэрхий юм. Олдсон утгуудаа (8.25) ба y_4–ийг олох тэгшитгэлүүдэд тавибал

$$y_{1/2.5.6} = 22.4x_1 - 10.9x_1^2 + 11.8x_1x_3$$
$$y_{4/2.5.6} = 72.9x_4 - 3.9x_3x_4 - 11.2x_4^2$$ болно.

y_3 –ийг олох загварт x_2, x_5, x_6 хүчин зүйлүүд ороогүй учир уг тэгшитгэл өөрчлөгдөхгүй хэвээрээ үлдэнэ. y_3, $y_{1/2.5.6}$ ба $y_{4/2.5.6}$ тэгшитгэлүүдэд $b_{ii}<0$ болохын хамт (8.23) тэнцэтгэл биш, $y_{4/2.5.6}$ тэгшитгэлийн хувьд (8.24) тэнцэтгэл биш тус тус биелэгдэж байна. Ийм учраас өмнө үзсэний дагуу $x_{4oH} = +1$ болно. Энэхүү утгыг y_3–ийг олох тэгшитгэлд тавибал:

$y_{3/2.5.6.4} = -74.14x_3 + 11.8x_1x_3 - 40.1x_3^2$ болно. Энэхүү тэгшитгэлийн хувьд (8.23) тэнцэтгэл биш биелэгдэж (8.24) нөхцөл биелэгдэхгүй байна. Иймд (8.19[i]) томъёоны дагуу x_{1B} –ийн $y_{1/2.5.6}$ тэгшитгэлээс олъё.

$$x_{1b} = \frac{(-22.4 - 11.8x_3)}{2(-10.9)} = 1.027 + 0.541x_3$$

Энэхүү тэгшитгэлийн дагуу олдох x_1 –ийн утга $-1 \leq x_1 \leq +1$ хувьсах хүрээнд оновчтой байна.

$1.027+0.541x_3=1$ үед $x_{3MAX} = -0.05$ болох нь ээ.

Эндээс үзэхэд $-1 \leq x_3 \leq -0.05$ үед $x_{1oH} = 1.027+0.541x_3$ болох ёстой бөгөөд энэ утгыг $y_{3/2.5.6.4}$ -д тавибал

болох бөгөөд уг тэгшитгэл $-1 \leq x_3 \leq -0.05$ нөхцөлд хүчин төгөлдөр байна.

Бодолтын нөгөө нэг хувилбар нь $-0.05 \leq x_3 \leq 1$ нөхцөлд хүчин төгөлдөр байх бөгөөд энэ үед $x_{1oH} = +1$ болно. $y_{3/2.5.6.4}$ -д тавибал

$$y''_{3/2.5.6.4.1} = -74.14x_3 + 11.8(+1)x_3 - 40.1x_3^2 = -62.98x_3 - 40.1x_3^2$$

болно. Гаргаж авсан $y'_{3/2.5.6.4.1}$ $y''_{3/2.5.6.4.1}$ загваруудаа хооронд харьцуулж үзнэ. Тэгвэл $y'_{3/2.5.6.4.1}$ загварын тухайд x_{3B}=(-61.98)/2(-33.72)= - 0.919 болж өөрчлөгдөх хүрээний дотор талд олдож байна. y''_3 2.5.6.4.1 загварын хувьд түүний максимум утга нь $-0.05 \le x_3 \le 1$ хувьсах хүрээнд түүний хязгаарын $x_3 = -0.05$ цэгт байхыг тооцож болов гэж үзээд олсон утгуудаа (8.25) тэгшитгэлд тавибал түүний максимум буюу оновчтой утга гарна.

Бид задлал - алхмын аргаар зорилгын функцийн максимум утгыг хэрхэн олохтой танилцлаа. Одоо минимум утгыг хэрхэн олохыг авч үзье.

1. (8.15) нөхцлийн дагуу

$b_{ii} \ge 0, |b_i| \ge \sum |b_{ij}|$ үед $b_i > 0$ үед $x_i = -1, b_i < 0$ үед $x_i = +1$ байна.

2. (8.17) нөхцлийн дагуу $b_{ii} \ge 0, |b_i| < \sum b_{ij}$ бол bi-ийн тэмдгээс хамаарч $b \ge 0$ үед $x_i = 1$ ба $x_i = -1$ утга авна.

3. (8.23),(8.24) нөхцлийн дагуу

$b_{ii} > 0, |b_i| + \sum |b_{ij}| > 2|b_{ii}|; |b_i| - \sum b_{ij} \ge 2|b_{ii}|$ бол

$b_i < 0$ үед $x_i = 1$, үед болно.

4. Харин зөвхөн нөхцөл биелэгдэж байвал xi-ийн экстремаль утга $b_i = 0$ үед (8.19) томъёогоор олдоно.

5. $b_{ii} > 0, |b_i| + \sum |b_{ij}| \ge 2|b_{ii}|$; $|b_i| - \sum |b_{ij}| < 2|b_{ii}|$ бол $b = 0$

үед $x_i = -1,\ x_i = +1$ гэж тус тус олдоно.

Жишээ: Хээ гарган сүлжих машин дээр сүлжсэн эдлэлийн зузааныг хамгийн бага байлгахаар суурь хэсгийн утасны таталт X_1, гаргасан хээний утасны таталт X_2-оос хамаарсан туршилт тавьж:

$$y = 0.388 + 0.144x_1 - 0.130x_2 + 0.015x_1x_2 - 0.0049x_1^2 + 0.048x_2^2 \qquad (8.25)$$

загвар гарган авчээ. Уг загварыг В.А.Вознесенскийн аргаар бодох аргачлалын дагуу нэг хүчин зүйлт (квазиодномерная модель) тэгшитгэлд задлая.

$$y = 0.144x_1 + 0.015x_1x_2 - 0.0049x_1^2$$

$$y = -0.130x_2 + 0.015x_1x_2 - 0.0049x_1^2 + 0.048x_2^2$$

Уг тэгшитгэл минимум утга олох аргачлалын 1 дэх нөхцлийг хангаж байна, өөрөөр хэлбэл:

$b_{11} < 0, b_{1>0,} |b_1| = 0.144 > |b_{ij}| = 0.015$ учир болно. $x_{1он}$=-1

утгаа y_2 загварт тавибал $y_{2/1} = -0.145x_2 + 0.048x_2^2$ болно.

Энэхүү загвараа 8.13-р хүснэгтээс харахад $b_{22}>0$ ба $b_2<0$ үед $x_{2он}$=+1 болно. Олсон утгуудаа (8,25) загварт тавихад

y_{min}=0.98 болно.

Бодлого: АТМ-175 маркийн нэхэх суурь машин дээр лавсан вискозын хөндлөн утсаар үстэй даавуу (махровая ткань) нэхжээ. Даавууны зузаан-у, хамгийн их байх үед утас цэнэглэлтийн таталт x_1, суурь утасны таталт x_2, даавууны нягт (хөндлөнгөөрөө 10 см дахь утасны тоо) x_3-ийн оновчтой утгыг олох туршилт тавьсны үндсэнд

$$y = 4.4 + 0.31x_1 + 0.99x_2 + 0.66x_3 + 0.063x_1x_2 -$$
$$- 0.06x_2x_3 - 0.02x_1x_3 - 2.1x_1^2 - 2.2x_2^2 - 2x_3^2$$

загвар гарган авчээ. $У_{max}$ үед хүчин зүйлүүдийн оновчтой утгыг тодорхойл.

Бодлого: Арьснаас тос хамгийн сайн авах ($У_{min}$) оновчтой горимыг тогтоохоор барабаны эргэлт x_1 угаах шингэний температур x_2, угаах хугацаа x_3-ийг өөрчлөн төвийн композицит туршилт тавьсны үндсэнд:

загвар гарган авчээ. Y_{min} үед хүчин зүйлүүдийн оновчтой утгыг тодорхойл.

8.7 Оновчлолын олон шалгуур (критерия)-т бодлогууд

Зарим үед үйлдвэрийн бүтээгдэхүүний чанар нэг биш, хэд хэдэн үзүүлэлтээр тодорхойлогдоно. Эдгээр үзүүлэлтүүдийн хооронд корреляцийн нягт холбоо байхгүйгээс янз бүрийн материал, тэдгээрийн хувилбарыг хооронд нь жишиж оновчтой утгыг тогтоох явдал маш хүндрэлтэй. Ийм бодлогыг олон шийдтэй (компромиссийн) бодлого гэж нэрлэдэг. Ийм бодлогыг бодоход нэг үзүүлэлт сайжрахад нөгөөх нь мууддаг. Ийм учраас чанарыг сайжруулах үүднээс хэд хэдэн хувилбарыг зэрэгцүүлэн судлаж аль болохоор олон үзүүлэлтийг оновчтой байх утганд хүргэх хэрэгтэй.

Ийм тохиолдолд чанарын нэгтгэсэн шалгуур буюу аятай байдлын функцийг ашиглах нь зохимжтой байдгийг судлаачид тогтоожээ. Уг функци нь дараах нөхцлийг бүрдүүлэх шаардлагатай. Үүнд:

· функци хэмжээсгүй, тодорхой хязгаарлагдмал хүрээнд өөрчлөгддөг.

· Энэхүү хүрээний дотор талд чанарын үзүүлэлт нь алгуур өсч байх, дүүргэлтийн функцийг дараах томъёогоор тодорхойлно:

$$Д = \sqrt[n]{d_1^{h_1} \cdot d_2^{h_2} \cdot \ldots \cdot d_n^{h_n}} \qquad (8.26)$$

Энд n-оновчлох шалгуур (үзүүлэлт)-ын тоо, Y_1, Y_2,....,Y_n

d_1, d_2,..., d_n - дүүргэлтийн тухайн функци, энэ нь 0-1 хязгаарт байна.

b_1, b_2,..., b_n -оновчлолын n шалгуур тус бүрийн агуулгын хэмжээ.

Олон шалгууртай байх оновчлолын бодлогын зорилт нь дүүргэлтийн нэгтгэсэн функцийн максималь утгыг тогтооход дүүргэлтийн функцийг хэрхэн тодорхойлохыг дараах жишээн дээр тайлбарлая.[7]

Жишээ: 8.64 текс нягттай ноосон ээрмэлийн цувимлыг боловсруулж хийсэн утасны шугаман нягтыг тодорхойл. Туршилтын өгөгдлүүдийг 8.14-р хүснэгтэд үзүүлэв.

8.14-рхүснэгт

д/д	Утасны шугаман нягт, текс	Цувимлын чанарын үзүүлэлт		
		Y_1	Y_2	Y3
1	0,400	17,6	11,9	20,7
2	0,385	18,5	14,6	19;0
3	0,360	18,2	11,8	. 18,6

Энд:

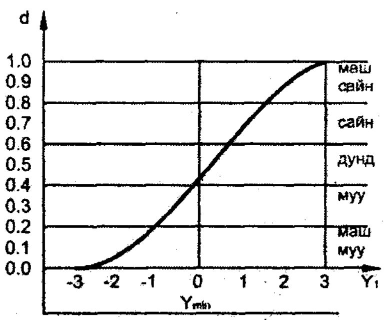
Y_1 - цувимлыг харьцангуй тасдах ачаалал, CH/текс

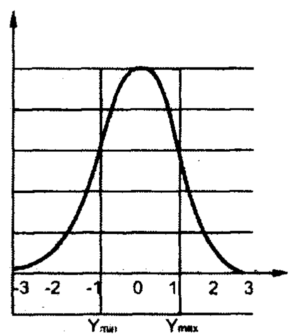
Y_2 - цувимлыг тасдах ачааллын вариацийн коэффициент, %

Y_3 - цувимлын шугаман нягтын вариацийн коэффициент (Устерийн багажаар), %

Сонгож авсан оновчлолын үзүүлэлгүүд физик утгаараа хоорондоо ялгаатай, өөр өөр нэгжээр илэрхийлэгдэж байна. Иймээс нэгтгэсэн функцийг олох хэрэгтэй бөгөөд үүний тулд гарч байгаа эдгээр үзүүлэлтүүдийн бодит утгаас дүүргэлтийн тухайн функци d гэгдэх хэмжээсгүй (нормчлогдсон) утганд шилжүүлэх хэрэгтэй байдаг.

Үүний тулд үзүүлэлтүүдийн нэг талын хязгаарлалттай (Харрингтоны) дүүргэлтийн S хэлбэрийн муруйг (8.6^{а}-р зураг) ашиглах нь зохимжтой байдаг. Зарим тохиолдолд 2 талын хязгаарлалттай (8,6^{б}-р зураг) байх тал бий.





8.6-р зураг. Дүүргэлтийн функцийн нэг ба хоёр талын хязгаарлалттай байх тохиолдол

Нэг талын хязгаарлалттай үед дүүргэлтийн тухайн функци

$$d_i = \exp[-\exp(-y_i)] \qquad (8.27)$$

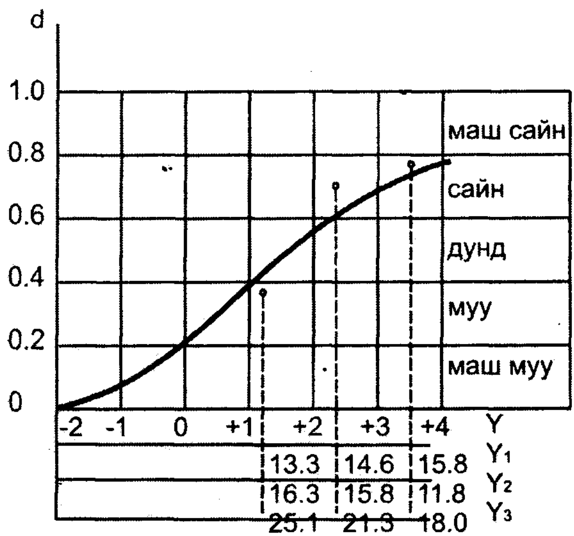
томъёогоор тодорхойлогдоно. Энд y_i - оновчлолын тухайн шалгуурын хэмжээсгүй (кодчилсон) утга. Оновчлолын бодит y_i -шалгуурын кодчилсон y_i -утганд шилжүүлэхдээ:

$$y_i = a_0 + a_1 Y_i \qquad (8.28)$$

$$y_i = a_0 + a_1 Y_i + a_2 Y_i^2 \qquad (8.29)$$

томъёог ашиглана. a_0, a_1, a_2 - бодит Y_i -үзүүлэлтийн тулгуур утгуудыг кодчилсон утганд шилжүүлэх коэффициент. 8,7-р зурагт Харрингтоны S хэлбэрийн муруйн үед дүүргэлтийн тухайн функцийг үнэлэх үзүүлэлтийг уг бодлогын хувьд тодорхойлж харуулсныг анхаарна уу.

Бидний авч судалж байгаа жишээний 8,64 текс нягттай ээрмэлээр үйлдвэрлэх утасны шугаман нягтыг тодорхойлох үеийн үзүүлэлтийн тулгуур утгуудыг 8,15-р хүснэгтээр үзүүлэв. (8,28), (8,29) томъёо болон 8,15-р хүснэгтийг ашиглана.



8.7-рзураг

a_0, a_1, a_2 коэффициентүүдийг олохоор тэгшитгэлийн системийг зохиовол

$$\begin{aligned} y_1 &= a_0 + a_1 Y_1 \\ y_2 &= a_0 + a_1 Y_2 + a_2 Y_2^2 \\ y_3 &= a_0 + a_1 Y_3 + a_2 Y_3^2 \end{aligned} \quad (8.30)$$

болно.

Y_1 -ийн хувьд:

$$\begin{aligned} 3.35 &= a_0 + a_1 \cdot 15.8 \\ 2.18 &= a_0 + a_1 \cdot 14.6 \\ 1.01 &= a_0 + a_1 \cdot 13.3 \end{aligned} \quad (8.31)$$

байх бөгөөд

$$a_0 = -12.05; \; a_1 = 0.976 \quad \text{буюу}$$

$$Y_1 = -12.05 + 0.976 Y_1 \quad (8.32)$$

Y_2 -иин хувьд:

$$\begin{aligned} 3.35 &= a_0 + a_1 \cdot 11.3 + a_2 \cdot 11.3^2 \\ 2.18 &= a_0 + a_1 \cdot 15.8 + a_2 \cdot 15.8^2 \\ 1.01 &= a_0 + a_1 \cdot 16.3 + a_2 \cdot 16.3^2 \end{aligned} \quad (8.33)$$

Эндээс $\quad a_0 = -0.8 \; ; \quad a_1 = 0.95; \quad a_2 = -0.05$

$$Y_2 = -0.8 + 0.95 Y_2 - 0.05 Y_2^2 \quad (8.34)$$

Y_3 -ийн хувьд ийм маягаар тэгшитгэлийн системийг зохиож бодлогыг бодвол:

$$Y_3 = 12.41 - 0.625 Y_3 + 0.0068 Y_3^2 \quad (8.35)$$

(8.32), (8.34), (8.35) томъёонуудыг ашиглан Y_i -ийн хэмжээсгүй үзүүлэлтийн y_i утгыг 8,64 текс нягттай ээрмэлээр үйлдвэрлэсэн утас нь бүх тулгуур хэмжээний хувьд тодорхойлж болно.

8.15-р хүснэгт

8,64 текс ээрмэлийн тулгуур үзүүлэлтүүд

Зэрэг	Ээрмэлийн үзүүлэлтүүд			Дүүргэлт d_i	Хэмжээсгүй үзүүлэлтүүд y_i
	Y_1	Y_2	Y_3		
Дээд	15.8	11.3	18.0	0.75	3.35
Нэгдүгээр	14.8	15.8	21.3	0.63	2.18
Хоёрдугаар	13.3	16.3	25.1	0.37	1.01

(8.32) томъёо, 8,14-р хүснэгтийг ашиглан $у_1$-ийн хувьд олбол

$$y_1 = -12.05 + 0.976 \cdot 17.6 = 5.15$$
$$y_1 = -12.05 + 0.976 \cdot 18.5 = 6.003$$
$$y_1 = -12.05 + 0.976 \cdot 18.2 = 5.71$$

Ийм маягаар $у_2$ $у_3$-ийн утгыг тодорхойлж 8,16-рхүснэгтэд бичив. Улмаар (8,27) томъёогоор дүүргэлтийн тухайн d_i функцийн утгыг (8,26) томъёогоор "Д" функцийн утгыг тус тус олов. Ийм байдлаар гурван төрлийн ээрмэлийн хэмжээсгүй үзүүлэлтүүд, дүүргэлтийн тухайн функцийн утгыг олж уг хүснэгтэд оруулав.

хувилбар	Y_1	y_i	d_1	Y_2	y_2	d_2	Y_3	y_3	d_3	Д
1	17.6	5.15	0.82	11.9	3.18	0.73	20.7	2.76	0.90	0.74
2	18.5	6.00	0.85	14.6	2.10	0.62	19.0	2.79	0.72	0.71
3	18.2	5.71	0.84	11.8	3.24	0.73	18.6	2.16	0.73	0.75

Үүний дараа b_0. b_1, b_2 коэффициентуудийн утгыг экспертийн, магадлалыи юмуу үнэлгээний аргын аль нэгээр олно.

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} \kappa_i}{\kappa_i n} \qquad (8.36)$$

Энд κ - оновчлолын і-р шалгуурын ранг (чансаа)

n - оновчлолын шалгуур (хүчин зүйлүүд)-ын тоо

$$n = \sum_{i=1}^{n} 1/b_i \qquad (8.37)$$

нөхцлийг биелүүлэх ёстойг анхаарах хэрэгтэй. Экспертийн үнэлгээний аргаар тодорхойлоход b_1=1,71, b_2=1,09, , b_3=0.87 гэж олдов.

Тооцооны үр дүнгээс үзэхэд дүүргэлтийн нэгтгэсэн функцийн хамгийн их утга буюу утасны 0,36 текс гэсэн сайн үзүүлэлт гуравдагч хувилбарын ээрмэлээр хийх ёстойг харуулж байна.

8.8 Лагранжийн тодорхойгүй үржигдэхүүний арга

Хүчин зүйлийн өөрчлөлтийн өргөн утганд хэд хэдэн функцийг зэрэг бодох шаардлагатай олон шийдтэй (компромисс) бодлогыг бодоход Лагранжийн тодорхойгүй үржигдэхүүний аргыг хэрэглэх нь ихээхэн тохиромжтой. Хэрэв оновчлолын бодлого:

$$F(X_1, X_2, ..., X_n) \to \min \qquad (8.38)$$

$$g_i(X_1, X_2, ..., X_n) = b; \qquad (i=1,2,...m) \qquad (8.39)$$

хэлбэрээр буюу хязгаарлалт нь тэнцэтгэлийн хэлбэрээр өгөгдсөн юм гэж бодъё.

Энд: n - удирдагдах хүчин зүйлүүдийн тоо

m - тэнцэтгэлийн хэлбэрээр өгөгдсөн хяэгаарлалын тоо

(хязгаарлалд тэнцэтгэл бишийн хэлбэрээр өгөгдсөн тэгшитгэл байхгүй). (8.38) тэгшитгэлийн минимум утгыг тодорхойлох бодолтын хамгийн хялбар арга нь тэнцэтгэлийн системийг дараах хэлбэрт хувиргах явдал байдаг.

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1(X_{m+1}, ..., X_n) \\ X_2 &= X_2(X_{m+1}, ..., X_n) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ X_m &= X_m(X_{m+1}, ..., X_n) \end{aligned}$$

Гаргаж авсан $X_1, X_{2,...,} X_m$ илэрхийллийг бодлогын зорилгын функцид тавибал тэрээр $X_{m+1}, ...X_n$ хувьсагчтай n-m тооны функци болон хувирна.

Энэхүү хувьсагчаар зорилгын функцийн минимум утгыг олно гэж үзвэл хязгаарлалт мөн тийм тооны хувьсагчтай болох ёстой.

Жишээ: Хуудас төмрөөр V эзэлхүүнтэй цилиндр сав хийжээ. Материал хамгийн бага зарцуулах үеийн савны овор хэмжээг тодорхойл.

Бодолт: Материал цилиндр савны хана, ёроолыг хийхэд зарцуулагдана. Хэрэв савны өндрийг $h = X_1$, түүний ёроолын радиусыг $r_{ёр} = X_2$ гэвэл ашигласан материалын нийт талбай $S_{хана} + S_{ёр} = 2\pi X_1 X_2 + \pi X_2^2$ болох ёстой. Харин савны эзэлхүүн $V = \pi X_1 X_2^2$ тогтмол хэмжээтэй байх нь тодорхой. Тэгвэл оновчлолын бодлогыг дараах хэлбэртэй бичиж болно.

$$F(X_1, X_2) = 2\pi X_1 X_2^2 + \pi X_2^2 \to \min \qquad (8.40)$$

$$g_i(X_1, X_2) = 2\pi X_1 X_2{}^2 - V = 0 \quad X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0 \qquad (8.41)$$

(8,41} тэгшитгэлээс X_1-ийг олбол $x_1 = V/\pi x_2^2$ болох бөгөөд үүнийг зорилгын (8.40) функцид тавибал

Эндээс $\qquad F(X_2) = 2V/X_2 + \pi X_2^2$

$$X_1^* = \sqrt[3]{V/\pi} \qquad X_2^* = \sqrt[3]{V/\pi} \qquad \text{буюу}$$

олж болно. Уг бодлогыг бодсон энэхүү арга (8,39) тэнцэтгэлийн тоо m үед боломжтой гэж үзэж болох боловч ***Лагранжийн тодорхойгүй үржигдэхүүний арга*** гэж нэрлэгдэх аргыг хэрэглэхийг Лагранж дэвшүүлжээ. Түүний дэвшүүлсэн санааг функцийн хэпбэрээр бичвэл;

$$L(X, \lambda) = F(X) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_1 \cdot g_i(X) \qquad (8.42)$$

$$\begin{aligned} L(X_1, X_2, \ldots X_n; \lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_m) = F(X_1, X_2, \ldots, X_n) - \\ - \lambda_1 g_1(X_1, X_2, \ldots, X_m) - \ldots - \lambda_m g_m(X_1, X_2, \ldots, X_m) \end{aligned} \qquad (8.42')$$

болно. $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_m$ хувьсагчид $\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \ldots, \lambda_m^{(0)}$ гэсэн тодорхой утга авах үед Лагранжийн (8.42') функцийн минимум утгыг хэрхэн тодорхойлохыг авч үзье.

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ хувьсагчийн минимумыг $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \ldots, X_n^{(0)}$ гэж тэмдэглэе.

Тэгвэл $X^{(0)} = X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \ldots, X_n^{(0)}$ цэгт (8.39) тэнцэтгэл биелэгдэж байвал (8,38), (8,39) тэгшитгэлүүд хялбар бодогдоно. Үүний нэгэн адилаар $\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, \ldots, \lambda_m^{(0)}$-ийг (8.39) нөхцлийг биелүүлэхээр сонгож авах хэрэгтэй. Үүний тулд Лагранжийн (8.42') функцийн $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \ldots, X_n^{(0)}$ минимум утгыг $\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_m$ функци хэлбэрээр олно.

$$X_1^{(0)} = X_1^{(0)}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m)$$

$$X_n^{(0)} = X_n^{(0)}(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m)$$

Энэ илэрхийллээ (8.39)-д тавьж $\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, ..., \lambda_m^{(0)}$ -ийг олно.

Жишээ: Өмнөх жишээг Лагранжийн үржигдэхүүний аргаар бодьё. Лагранжийн функцийг бичвэл

Минимум утгыг олохын тулд L функцээсээ $X_1 X_2$ хувьсагчид уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлвэл:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 2\pi X_2 - \lambda_1 \pi X_2^2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 2\pi X_1 - 2\pi X_2 - \lambda_1 \pi X_1 X_2 = 0$$

болно. Энэхүү систем тэгшитгэлийг бодвол $X_1^{(0)} = {}^2\!/_{\lambda_1}, X_2^{(0)} = {}^2\!/_{\lambda_1}$

Олсон эдгээр утгаа томьёонд тавьж λ_1 -тэй харьцангуйгаар тэгшитгэлээ бодвол

$$\frac{8\pi}{\lambda_1^3} - V = 0; \quad \lambda_1^{(0)} = 2\sqrt[3]{\pi/V}$$ болох ёстой.

$\lambda_1^{(0)}$ утгыг $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}$ -ийг олохоор минумум утгыг тодорхойлох томьёонд тавьбал $X_1^{(0)} = \sqrt[3]{V/\pi}; X_2^{(0)} = \sqrt[3]{V/\pi}$ болно. Олсон эдгээр утга $\lambda_1^{(0)}$ үед Лагранжийн функцийн минумум утгыг бүрэн хангана. Үүнийг Сильвестрийн шалгуурын үр дүн харуулав. $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, ..., X_n^{(0)}$ гэсэн аналитик илэрхийллүүдийг $\lambda_1 \lambda_2 ... \lambda_m$ -ээр илэрхийлэх шаардлагагүй. Дээр дурьдсанаас узвэл (8.38), (8.39) бодлогыг бодох ажиллагаа нь Лагранжийн (8.42') функцийн хэлбэрээр функцээ бичиж хувьсагчийн байж болох бүх цэгт Лагранжийн функцийн тогтвортой цэгийг олохтой нэгэн адил хэмээн үзэж болох нээ. Иймд (3.39) хэлбэрээр өгөгдсөн хязгаарлалт-тэнцэтгэлийг Лагранжийн функцийн хэлбэрээр дараах байдлаар бичиж болно.

$$\frac{\partial L(X_1, X_2, ..., X_n, \lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m)}{\partial X_i} = g_i(X_1, X_2, ..., X_n) = 0. i = 1,2,...,m \quad (8.43)$$

$$\frac{\partial L(X_1, X_2, ..., X_n, \lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m)}{\partial X_i} = \frac{\partial F(X_1, X_2, ..., X_n)}{\partial X_i} -$$

$$\sum \lambda_i \frac{\partial g_i(X_1, X_2, ..., X_n)}{\partial X_i} = 0 \quad (8.44)$$

(8.44) тэгшитгэл X_i хувьсагчийн үед Лагранжийн функци минимум ут$_{Га}$ авах зайлшгүй нөхцөл мен билээ. Зайлшгүй нөхцөл гэдэг нь Лагранжийн функцээс хувьсагчаар авсан нэгдүгээр эрэмбийн уламжлал тэгтэй тэуцүү байх явдал юм, Энэхүү хоёр тэгшитгэл нь Лагранжийн функцийн *m+n* тэгшитгэл бичиж $(X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, ..., X_n^{(0)}; \lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, ..., \lambda_m^{(0)})$ гэсэн тогтвортой (оновчтой) байх цэгүүдийг олох боломжийг бий болгох ба эдгээр цэгүүдийн дотор ерөнхий хамгийн бага (глобаль минимум) утга авах X цэг оршино.

Лагранжийн тодорхойгүй үржигдэхүүний арга нь хязгаарлалт тэнцэтгэлтэй (8.38), (8.39) бодлогыг *m+n* шугаман бус тэгшитгэлд шилжүүлж хайж байгаа утгаа олон шийдийн дотроос тодорхойлж болох боломжийг олгож байна.

$$F(X_1, X_2, ..., X_n) \rightarrow \min, g(X_1, X_2, X_n) = 0 \quad (8.45)$$

гэсэн нэг хязгаарлалттай (8.40), (8.41) бодлогыг Лагранжийн функцид хэрхэн шилжүүлэхийг авч үзье. Хязгаарлалтыг $X_1, X_2, \ldots, X_n$ хувьсах хүчин зүйлүүдийн хоорондох хамаарлын *n-1* тооны тэгшитгэлийн хэлбэрээр илэрхийлж болно. Хамаарал хувьсагчийг $X_n = X_n(X_1, X_2, ..., X_{n-1})$ хэмээн авч энэхүү хамаарлаа зорилгын функцид тавьж хоорондоо хамааралгүй *n-1* хувьсагч бүхий

$$F[X_1, X_2, ..., X_n(X_1, X_2, ..., X_{n-1})]$$

тэгшитгэлийг гарган авья.

Энэхүү функцийн зайлшгүй минумум байх нөхцлийг

$$\partial g(X_1, X_2, ..., X_n) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\frac{\partial g(X^{(0)})}{\partial X_i} + \frac{\partial g(X^{(0)})}{\partial X_n} \cdot \frac{\partial X_n}{\partial X_j} \right] \partial X_j = 0$$

зорилгын функцийн дифференциалийг тэгтэй тэнцүүлэн авах хэлбэрээр бичвэл:

$$\partial F\left(X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, ..., X_n^{(0)}\right) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[\frac{\partial F(X^{(0)}.)}{\partial X_j} + \frac{\partial F(X^{(0)}.)}{\partial X_n} \cdot \frac{\partial X_n}{\partial X_j} \right] \partial X_j = 0 \quad (8.46)$$

болно. (Энд тодорхойгүй функцийг дифференциальчлах дүрмийг хэрэглэв). - ийг хязгаарлалтад тавьж функцийн дифференциалийг оруулсан нөхцлийг бичвэл
болно.

$\partial X_1, \partial X_2, ..., \partial X_{n-1}$ өөрчлөлтүүд хамааралгүй дурын (8.46), (8.47) нөхцлийг хангахын тулд хаалтанд бичигдсэн утгууд тэгтэй тэнцүү байх ёстой.

$$\frac{\partial g(X^{(0)})}{\partial X_j} + \frac{\partial g(X^{(0)})}{\partial X_n} \cdot \frac{\partial X_n}{\partial X_j} = 0 \qquad j=1,2,...,n-1$$

Энэхүү тэгшитгэлүүдээс $\frac{\partial X_n}{\partial X_j}$ үржвэрийг арилгаж, дахин бүлэглэж бичвэл

$$\frac{\partial F(X^{(0)})/\partial X_1}{\partial g(X^{(0)})/\partial X_1} = ... = \frac{\partial F(X^{(0)})/\partial X_{n-1}}{\partial g(X^{(0)})/\partial X_{n-1}} = \frac{\partial F(X^{(0)})/\partial X_n}{\partial g(X^{(0)})/\partial X_n} = \lambda$$

болно.

Энд λ-бүх харьцаанд адил байх ***Лагранжийн үржигдэхүүн*** гэж нэрлэгдэх коэффициент.

Эндээс харахад (8.45) бодлогын $X^{(0)}$ байх зайлшгүй нөхцөл нь (8.43),(8.44) -ийг авч үзсэнээр

$$\frac{\partial F(X^{(0)})}{\partial Xj} - \lambda\frac{\partial g(X^{(0)})}{\partial Xj} = 0 \qquad j = 1,2,...,n; \qquad g(X^{(0)}) = 0$$

байхыг мэдэж болно.Тэрчлэн (8,40), (8,41) бодлогын шийд нь Лагранжийн функцийн $X_1^{(0)}$, $X_2^{(0)}$,..., $X_n^{(0)}$, $\lambda_1^{(0)}$, $\lambda_2^{(0)}$,..., $\lambda_m^{(0)}$ тогтвортой цэгүүд болохыг, мөн тэрээр $X_1, X_2, ..., X_n$ -ээр хамгийн бага утгыг λ_1 , λ_2 ...... λ_m -ээр хамгийн их утгыг илэрхийлэх **"эмээл нугачаан дээрх цэг"** (седловая точка) болохыг баталж болно. Энэхүү үр дүн нь*F(x), g_i(X)* функцүүд дифференциальчлагддаггүй үед хүчин төгөлдөр болно.

Лагранжийн тодорхойгүй үржигдэхүүний аргын давуутай тал нь (8.43), (8.44) систем тэгшитгэлийг тоон аргаар бодох, мөн уг тэгшитгэлүүдийн уламжлалын утгыг бичихэд төвөгтэй юмуу боломжгүй үед ч "эмээлийн цэг"-ийг хайхад хэрэглэж болдогт оршино. Тоон аргыг хэрэглэхэд бодлогыг бодох хүрээ өргөжиж, харин бодолт нэлээд хүндрэлтэй болох тал бий. Практикт Лагранжийн үржигдэхүүний аргыг оновчлолын функцийн хязгаарлалтын тоо бага, (8.43), (8.44) хэлбэрийн систем тэгшитгэлийг аналитик аргаар бодох боломж байгаа үед өргөн ашиглах бололцоотой.

8.9 Лагранжийн тодорхойгүй үржигдэхүүний аргыг хэрэгжүүлэх дэс дараалал

1. Шинэ m хувьсагчаар Лагранжийн үржигдэхүүнийг үүсгэх:

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)^T$$

2. Үл хамаарах гэж тооцогдох $n+m$ хувьсагчаар Лагранжийн функци зохиох

$$L(X, \lambda) = F(x) + \lambda [b - g(x)] \qquad (8.48)$$

эсвэл координатын хэлбэрээр

$$L(X_1, X_2, \dots, X_n, {}_1, \lambda_2, \dots, \lambda m) = F(X_1, X_2, \dots, X_n) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i [b_i - g(X_1, X_2, \dots, X_n)] \qquad (8.48')$$

3. Лагранжийн функцийн нэгдүгээр эрэмбийн тухайн уламжлалуудыг
тэгтэй тэнцүүлж X^*, λ^* цэгийг олно. Үүнд

$$\frac{\partial L(X^*, \lambda^*)}{\partial X} = \frac{\partial F(X^*)}{\partial X} + \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial g(X^*)}{\partial X} = 0 \qquad (8.49)$$

$$\frac{\partial L(X^*, \lambda^*)}{\partial X} = b - g(X^*) = 0 \qquad (8.50)$$

гаргаж авсан n харьцаа (8.49) нь хязгаарлалтын $g_i(x^*) = b_i$ $(X^*) =$ b, гэсэн бүх функцийн Якобын I(X*) матрицаар үржүүлсэн Лагранжийн үржигдэхүүний вектортой тэнцүү байна. Үүнийг дараах байдлаар харуулж болно. Үүнд:

$$\frac{\partial L(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)}{\partial X_i} = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i^* \frac{\partial g_i(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)}{\partial X_i} \qquad (8.51)$$

Энд $i = 1, 2, \dots, n$

(8.50)-ын бусад m нөхцөл хязгаарлалтын $g[X^*) = b$ системийг төлөөлнө.

4. Лагранжийн үржигдэхүүн $\lambda = \{\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_m^*\}$ ба үл мэдэгдэх $X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots X_n^*)^T$ хувьсагчийн $m+n$ утгыг гаргаж

авахаар (8.50), (8.51) тэгшитгэлийн системийг хамтруулан бодно. Зайлшгүй экстремум байх нөхцлийг нэгдүгээр эрэмбийн уламжлалын нөхцлөөр тодорхойлоход хүрэлцээгүй байдаг учир Лагранжийн функцээс хоёрдугаар эрэмбийн уламжлал авч улмаар Гессийн матриц зохиож тодорхойлогчдыг шинжилж зайлшгүй эксремум байх нөхцлийг тогтооно

$$H_L = \nabla^2 L = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial^2 X_j^2}, \frac{\partial^2 L}{\partial X_1 \partial X_2}, \dots, \frac{\partial^2 L}{\partial X_1 \partial X_n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{\partial^2 L}{\partial X_n \partial X_1}, \frac{\partial^2 L}{\partial X_n \partial X_2}, \dots, \frac{\partial^2 L}{\partial X_n^2} \end{vmatrix} \tag{8.52}$$

X^* цэг хэсэг орчны минимум (максимум) болж байхын тулд H_L матриц нэмэх (хасах) тэмдэгтэй байх ёстой. Энд Лагранжийн

$\lambda = i = 1,2,\dots,m$ үржигдэхүүн буюу $\frac{\partial F(X^*)}{\partial b} = -\lambda$ нь (8,45) хязгаарлалтын баруун талын маш бага өөрчлөлтөд оновчлолын шалгуурын хамгийн бага утгыг мэдрэх коэффициентийн хэлбэрээр харуулж болно.

Гаргаж авсан үр дүнгийн практик ач холбогдол нь $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ хязгаарлалтын баруун талын шинэ утгын үед (8,45) тэгшитгэлийг бодсоноор b векторын өчүүхэн бага өөрчлөлтийн үед $F(x)$ функцийн оновчтой байх утга хэрхэн өөрчлөгдөхийг үнэлэх боломж олгож байгаад оршиж байна.

Жишээ: $F(X_1, X_2) = (X_1 - 2)^2 + (X_2 - 3)^2$ функцийн нөхцөлт экстремаль утгыг $X_1 \ge 0; X_2 \ge 0$ гэсэн өгөгдсөн мужид $g(X_1, X_2) = X_1 + X_2 = 7$ үед шинжил!

Бодолт: Бодлогын өгөгдсөн нөхцөлтэй уялдуулсан (8.48) томьёоны дагуу Лагранжийн функцийг зохиоё.

$$L(X_1, X_2, \lambda) = (X_1 - 2)^2 + (X_2 - 3)^2 + \lambda(7 - X_1 - X_2)$$

Лагранжийн функцээс X ба λ-аар авсан нэгдүгээр эрэмбийн тухайн уламжлалыг олж (8.49), (8.50) харьцааны дагуу тэгтэй тэнцүүлье.

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 2(X_1 - 2) - \lambda = 0$$

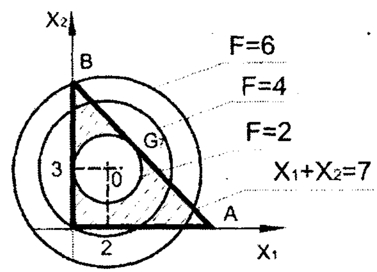
$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 2(X_2 - 3) - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 7 - X_1 - X_2 = 0$$

Гаргаж авсан гурван тэгшитгэлийг хамтруулан бодвол $X_1=3$, $X_2=4$ ба $F(X_1, X_2) = 2$ болж зорилгын функцийн $F = 2$ байх экстремаль утга нөхцөлт тогтвортой $X=(3;4)$ m цэгт олдож байна гэж үзнэ. Лагранжийн функцээс хувьсагч X ба λ -ээр уламжлал авч хоёрдугаар эрэмбийн тухайн уламжлалыг олвол

$$\frac{\partial^2 L}{\partial X_1^2} = 2; \quad \frac{\partial^2 L}{\partial X_2^2} = 2; \quad \frac{\partial^2 L}{\partial X_1 \partial X_2} = 0$$

Гессийн матриц зохиовол $H_L = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$ болох ба Сильвестрийн шалгуур ёсоор $Det_1=2>0$; $Det_2=4>0$; буюу $X^*=(3;4)$ цэг зорилгын $F(X_1 , X_2)$ функцийн минимум утгыг илэрхийлэх цэг болох нь тодорхой байна.



8.8-р зураг

8.8-р зурагт OAB гэсэн зөвшөөрөгдөх муж болон хамгийн бага утга F=2 функцийн түвшингийн шугамыг G(3,4) цэгт шүргэж байна.

Жишээ: Дараах хоёр тэгшитгэлийг зэрэг бод!

$$Y_1 = 55.84 + 7.31X_1 + 26.65X_2 - 3.03X_1^2 - 6.96X_2^2 + 2.69X_1X_2$$

$$Y_1 = 85.72 + 21.85X_1 + 8.59X_2 - 9.20X_1^2 - 5.18X_2^2 + 6.26X_1X_2$$

Лагранжийн үржигдэхүүний аргаар нэгэн зэрэг хоёр функцийн утга олох бол ерөнхий тохиолдолд бодлогыг дараах байдлаар бодно.

$$y_2 = f(X_1, X_2, ..., X_k);\qquad \frac{\partial y_1}{\partial X_1} + \lambda\frac{\partial y_2}{\partial X_1} = 0$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial X_2} + \lambda\frac{\partial y_2}{\partial X_2} = 0 \qquad \ldots\ldots \qquad \frac{\partial y_1}{\partial X_k} + \lambda\frac{\partial y_2}{\partial X_k} = 0$$

$У_2$= 90% байх үе гэж жишээ авч үзье. Тэгвэл:

$$(7.31 - 6.06X_1 + 2.69X_2) + \lambda(21.85 - 18.4X_1 - 6.26X_2) = 0$$

$$(26.65 + 13.92X_2 + 2.69X_1) + \lambda(8.59 - 10.36X_2 - 6.26X_1) = 0$$

$$85.72 + 21.85X_1 + 8.59X_2 - 9.20X_1^2 - 5.18X_2^2 - 6.26X_1X_2 = 0$$

Бодолтыг компьютер дээр хийвэл ихээхэн хялбарчлагдана. Ингэж бодоход Y_1=88.68 , $У_2$=90,0;

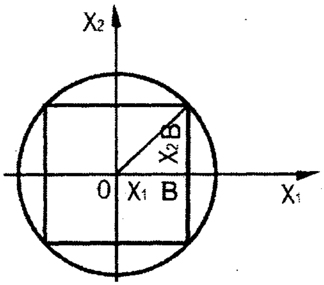
X^*_1 =1,075 , X^*_2 =1,479 (λ =0,665) гарав.

Жишээ: Дөрвөлжлөн сүлжсэн сүлжмэл эдлэлийн нэгж дөрвөлжинг үүсгэж байгаа гогцооны зэрэгцээ утасны хоорондох зай X_1 гогцооны өндөр X_2-ийг түүний (нэгж дөрвөлжин) F талбайг хамгийн их, X_1, X_2 талуудтай тэгш өнцөгт r радиустай дугуйд багтсан (8.9-р зураг) байхаар тодорхойл.

Бодолт: Хэрэв авч судалж байгаа тэгш өнцөгтийн оройн координат $X_{1b}X_{2b}$ гэвэл зорилгын функцийг F = $4x_{1b}x2b$ хязгаарлалтыг $g(x)= X_{1b}^2+X_{2b}^2 = r^2$; $\partial g / \partial x_2 = 2x_b \neq 0$ гэсэн хэлбэрээр бичиж болно. Энэ үед Лагранжийн функц

$$L(X_{1b}, X_{2b}, \lambda) = 4X_{1b}X_{2b} + \lambda(r^2 X_{1b}^2 - X_{2b}^2)$$

болно.



8.9-р зураг

Энэхүү функцээс X_1, X_2, λ *-аар* тухайн уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлж бичвэл

$$\frac{\partial L}{\partial X_{1h}} = 4 - X_{2h} - 2\lambda X_{1h} = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_{2h}} = 4 - X_{1h} - 2\lambda X_{2h} = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Delta} = r^2 - X_{1h} - X_{2h} = 0;$$

болно. Тэгшитгэлийн системийг бодвол

$$X_{1h}^* = r/\sqrt{2}; \qquad X_{2h}^* = r/\sqrt{2}; \qquad \lambda^* = 2$$

Дөрвөлжилсөн сүлжээний нэгж сүлжээний хамгийн их талбайтай байх нөхцөл нь заагдсан хязгаарлалтын нөхцөлд нэгж гогцооны урт, өргөн хоорондоо тэнцүү байх явдал хэмээн үзэж болно.

Хэрэв хязгаарлалт тэгшитгэл бишийн хэлбэрээр

$$F = f(X) \to \min; \quad g(X) \le 0 \quad i=1,2,\ldots,m$$

өгөгдсөн бол Лагранжийн үржигдэхүүний нэгтгэсэн (обобщенный) аргыг хэрэглэнэ. Энэхүү аргын гол санаа нь: хэрэв f(x) функцийн нөхцөлт бус оновчтой цэг нь бодлогын бүх хязгаарлалтыг хангахгүй бол нөхцөлт оновчтой цэг зөвшөөрөгдөх утгуудын хязгаарын цэгт тулж очно. Энэ нь нэг юмуу хэд хэдэн хязгаарлалт тэнцэтгэлийн хэлбэртэй байхыг үзүүлж байна. Ийм хязгаарлалтыг ***идэвхтэй хязгаарлалт*** гэнэ. Энэ үед бодлогыг дараах 3 үе шатаар бодно.

1-р алхам. Хязгаарлалтыг тооцохгүйгээр бодлогыг бодож F = f(x) $\to$0 утгыг хайна. Хэрэв минимум байгаа цэг хязгаарлалтын бүх нөхцлийг хангаж байвал бодолтыг зогсооно. Эсрэг тохиолдолд хязгаарлалтын тоог k = 1-тэй тэнцүү авч дараагийн шатаар бодлогыг бодно.

2-р алхам. Дурын k идэвхтэй хязгаарлалтыг тэнцэтгэлийн хэлбэрээр сонгон авч f(x) функцийн минимум утгыг Лагранжийн үржигдэхүүний аргаар олно. Хэрэв бодолтын утга бусад хязгаарлалтуудтай харьцуулахад зөвшөөрөгдөх (байж болохуйц) бол бодолтыг зогсоож хэсгийн минимум олсноор тооцно. Хэрэв k-ээс бусад хязгаарлалт хийх бололцоотой бол идэвхтэй хязгаарлалтын тоог нэмэгдүүлж 2-р алхмын хэлбэрээр бодно. Хязгаарлалтыг олон янзаар өөрчилсөн ч функцийн утга зөвшөөрөгдөх минимум хэмжээнд очихгүй бол 3-р алхмаар бодно.

3-р алхам. Хэрэв хязгаарлалтын тоо к = m бол бодолтыг зогсоож байж болохуйц оновчтой утга байхгүй гэж үзнэ. Эсрэг тохиолдолд хязгаарлалтын тоог к = к+1 гэж аваад 2-р алхмын дагуу бодно. Лагранжийн нэгтгэсэн аргыг хэрэглэх үед функцийн оновчтой утгыг бүрэн тодорхойлж чадсан гэж үзэж болохгүй. Ялангуяа функци олон экстремаль утгатай бол огт болохгүй. Хэрэв зорилгын функци ганц минимумтай бол Лагранжийн нэгтгэсэн аргаар ерөнхий минимумыг олж болно.

8.10. Лагранжийн үржигдэхүүний арга дахь Куна-Таккерын нөхцөл

Шугаман бус хэлбэртэй байгаа зорилгын функцийн хязгаарлалт тэнцэтгэл бишийн хэлбэрээр өгөгдсөн үед тогтвортой (оновчтой) цэгийг тодорхойлохдоо Куна-Таккерийн зайлшгүй нөхцлийг хэрэглэх нь ихээхэн тохиромжтой. Хэрэв оновчлолын функци нь

$$F = f(X) \to \min \qquad (8.53)$$

$$g_i(X) \le 0 \quad i=1,2,\dots,m \qquad (8.54)$$

хэлбэрээр өгөгдсөн бол (8.54) тэнцэтгэл бишийн хэлбэрээр өгөгдсөн хязгаарлалт дээр S_i^2 гэсэн дурын хувьсат нэмэх замаар хязгаарлалтыг тэнцэтгэлийн хэлбэрт шилжүүлж болно.

$$g_i(X) + S_i^2 = 0$$

Тэгвэл (8.53),(8.54) бодлого хязгаарлалт нь тэнцэтгэлийн хэлбэрээр өгөгдөх үед Лагранжийн

$$L(X,S,\lambda) = f(X) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left[g_i(X) + S_i^2\right] \qquad (8.55)$$

хэлбэрийн функци зохиож бодлогыг бодно.

Лагранжийн үржигдэхүүний аргаар тогтвортой цэг байх зайлшгүй нөхцлийг тодорхойлохоор (8.55) функциэс нэгдүгээр эрэмбийн уламжлал авч бичвэл

$$\frac{\partial L}{\partial X_j} = \frac{\partial f}{\partial X_j} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^* \frac{\partial g_i}{\partial X_j} = 0 \quad j=1,2,\dots,n \qquad (8.56)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i} = 2\lambda_i S_i = 0 \quad i=1,2,\dots,m \qquad (8.57)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = g_i(X) + S_i^2 = 0 \qquad i=1,2,\ldots,m \qquad (8.58)$$

болно. (8.58) тэгшитгэл хязгаарлалтыг дахин бичсэн хэлбэр юм. (8.57) тэгшитгэлд $\lambda_i \neq 0$ бол Si=0 болох ба хязгаарлалт $g_i(X) \leq 0$ болж минимум утга авах цэг идэвхтэй (хязгаарлалт тэнцэтгэлийн хэлбэртэй), харин $S_i^2 > 0$ бол $\lambda_i = 0$ болж $g_i(X) < 0$ минимум байх цэг болж тогтвортой цэг идэвхтэй бус болно. Иймээс $\lambda_i = 0$ нөхцлийг тооцохгүй байх хэрэгтэй. (8.57), (8.58) тэгшитгэлээс

$$\lambda_i g_i(X) \leq 0, \qquad i=1,2,\ldots,m \qquad (8.59)$$

гэж үзэж болно. Сүүлчийн нөхцөл үед (эсвэл) буюу (эсвэл) үед байх нь илэрхий.

Хамгийн бага (минимум) утга олох бодлогын хүчин зүйлүүдийн түвшингийн өөрчлөлт нь тэнцэтгэл бишийн хэлбэрээр өгөгдсөн хязгаарлалттай үед тогтвортой цэгийг тодорхойлж байгаа X ба -ийг Куна-Таккерын аргаар олох зайлшгүй нөхцлийг

$$\frac{\partial f(X)}{\partial X_j} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i(X)}{\partial X_i} = 0 \qquad j=1,2,\ldots,m \qquad (8.60)$$

$$g_i(X) \leq 0, \lambda_i g_i(X) = 0, \lambda_i \geq 0 \qquad j=1,2,\ldots,m \qquad (8.61)$$

хэмээн бичиж болно гэсэн дүгнэлтэд хүрэв.

Хэрэв хязгаарлалт тэнцэтгэлийн хэлбэрээр өгөгдсөн бол Лагранжийн үржигдэхүүний тэмдэг ямарч үүрэг гүйцэтгэдэггүй.

Жишээ: $F(X_1 X_2) = 10X_1 + 20X_2 + X_1 X_2 - 2X_1^2 - 2X_2^2 \to \max$ зорилгын функцийг $g_j(X_1X_2)=X_1+X_2 \leq 5,\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0$ хязгаарлалтад бод.

Бодолт: Лагранжийн функцийг зохиож бичвэл

$$L(X_1, X_2, \lambda) = 10X_1 + 20X_2 + X_1X_2 - 2X_1^2 - 2X_2^2 - \lambda(X_1 + X_2 - 5)$$

Куна-Таккерын нөхцөл

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 10 + X_2 - 4\lambda X_1 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 20 + X_1 - 4\lambda X_1 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -X_1 - X_2 + 5$$

болно. (8.60), (8.61) тэгшитгэлийн дагуу дэлгэрүүлж бичвэл

$$\left.\begin{aligned} &10 + X_2 - 4X_1 - \lambda \le 0; X_1(10 + X_2 - 4X_1 - \lambda) = 0 \\ &20 + X_1 - 4X_2 - \lambda \le 0; X_2(20 + X_1 - 4X_2 - \lambda) \\ &X_1 + X_2 - 5 \le 0; \lambda(X_1 + X_2 - 5) = 0; X_1 \ge 0; X_2 \ge 0; \lambda \ge 0 \end{aligned}\right\rangle \quad (8.62)$$

болно.8.10[a]-р зургаас харахад $X^*_1>0$, $X^*_2>0$ байна. Иймээс $10 + X_2 - 4X_1 - \lambda = 0 \qquad 20 + X_1 - 4X_2 - \lambda = 0$

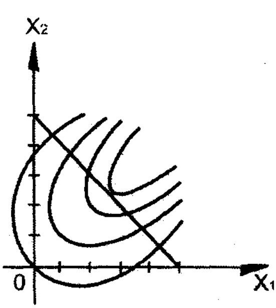
Эндээс

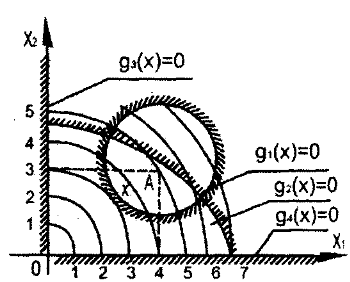
$$X_1 = 4 - \frac{1}{3}\lambda; \qquad X_2 = 6 - \frac{1}{3}\lambda \qquad (8.63)$$

Энэ томьёонуудаас үзвэл $\lambda > 0$ болж байгаа тул $X=(X_1=4;X_2=6)$ цэгүүд зөвшөөрөгдөх мужийн гадна талд оршиж байна. Тэгвэл (8.62) тэгшитгэлийг ажиглахад $X_2+X_1-5=0$ болно. Уг тэгшитгэлд X_1,X_2-ийн олсон

(8.63) утгыг тавьбал $10 - \frac{2}{3}\lambda - 5 = 0$.; $\lambda = 7.5$ (8.63) томьёогоо ашиглавал

$X^*_1=1.5$, $X^*_2=3.5$. Эндээс харахад бодлогын зорилгын функци түүний хязгаарлалтын нөхцөлд $(X^*_1,X^*_2)=(1.5;3.5)$ цэгт зөвшөөрөгдөх мужийн хүрээнд максимум утга авч байна.





8.10-р зураг

Куна-Таккерийн нөхцөл бодлогыг бүрэн шинжлэх боломжийг олгож байгаа боловч зарчмын өөр арга болж чадахгүй. Лагранжийн үржигдэхүүний аргыг баяжуулсан хэлбэр болж байгаа билээ. Тухайлбал уг бодлогыг зорилгын функцийн хэлбэрээр бичсэн тохиолдолд (8.62) нөхцөл түүнийг чухам яаж бодохыг тодруулан гаргаж чадахгүй байна.

8.11 Торгуулийн функцийн арга

Энэхүү арга нь оновчлолын функцид орсон хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалтай байдаг бодлогыг хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалтгүй хэлбэрт шилжүүлэн бодоход үндэслэгджээ.

Функцийн хамгийн бага утга тодорхойлох (минимизация) бодлогын хувьд уг аргыг тайлбарлая. Энэ арга нь Лагранжийн тодорхойгүй үржигдэхүүний аргатай нэгэн адил санааг агуулах боловч хүчин зүйлүүдийн хязгаарлалттай нөхцөлд хамгийн бага утга олох бодлого хялбар байдгийг бодолцон уг аргыг боловсруулжээ. Нөхцөлт бус экстремум утга хайхад ашиглах функци нь хязгаарлалтын функцийг дотроо агуулсан шугаман биш програмчлалын хэлбэрээр өгөгдсөн анхны бодлогын зорилгын функцийн нэгэн хэлбэр болж өгдөг.

Жишээ: Хоёр хүчин зүйлт $F(x_1,x_2)=x_1^2+3x_2^2\rightarrow\min$ зорилгын функцийг тэнцэтгэлийн хэлбэрээр өгөгдсөн $X_1+4X_2+3=0$ хязгаарлалтын нөхцөлд бодож хүчин зүйлүүдийн оновчтой утгыг ол!

Бодолт: Энэхүү бодлогыг нөхцөлт бус хамгийн бага утга олох дараах бодлогын хэлбэрт шилжүүлнэ.

$$S(x_1x_2)=\left[x_1^2+3x_2^2+k(x_1+4x_2+3)^2\right]\rightarrow\min \qquad (8.53)$$

Энд k-хангалттай их утгатай нэмэх тоо, $S(x_1x_2)$-торгуулийн функци.

(8*.53) илэрхийллийг ажиглахад бодлогын анхдагч зорилгын функц, хязгаарлалтын функцийн квадрат утгыг агуулсан байна. Уг бодлогыг бодохдоо хязгаарлалтыг ингэж их утгатай эерэг тоогоор үржүүлж, функцийн утгыг квадрат зэрэг дэвшүүлэх замаар өсгөж байгаа нь торгуулийн функцийн утгыг өсгөж, өөрөөр хэлбэл торгуулийг өсгөж байгаа хэрэг юм. Ингэж өсгөсөн учраас $S(x_1x_2)$ функцийн минимум цэгийн утга анхны зорилгын функци, түүний хязгаарлалтын өгөгдсөн утгын үеийн минимумтай тохирдоггүй. Үүнийг батлахын тулд уг бодлогыг хоёр хэлбэрээр нь бодьё.

Бодлогод өгөгдсөн хязгаарлалтын утгаас x_1-ийг олж зорилгын функцид орлуулж тавьбал $19x_2^2+24x_2+9\to\min$ гэсэн хэлбэрт шилжинэ. Уг тэгшитгэлээс x_2-оор уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлбэл x_{2OH}=-12/19, болох ба энэ утгаа хязгаарлалтын функцид орлуулбал x_{1OH}=-9/19 болно.

Одоо (8.53) бодлогоо бодохын тулд $S(x_1 x_2)$ функцээс x_1 ба x_2-оор дараалуулан тухайн уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлбэл:

$$X_1(1+k)+4kx_2=-3k$$

$$4kx_1+x_2(3+16k)=-12k$$

болох бөгөөд $x_{1OH}=-9/(3/k+19)$; $x_{2OH}=-12/(3/k+19)$ гэж олдоно. Эндээс харахад бодлогыг хоёр янзаар бодоход хүчин зүйлийн оновчтой байх утга тохирохгүй байна. Гагцхүү $k\to\infty$ нөхцөлд (8.53) функцийн хувьд олдсон x_{1OH}; x_{2OH} утга анхдагч функцийн мөн утгуудтай тохирч байна. Ийм учраас k-ийг хангалттай их утгатай нэмэх тоо гэж үздэг. Дээр авч үзсэн бодолтын хэлбэрийг **гадаад торгуультай функци** гэж нэрлэдэг. Үүнээс гадна **дотоод** (логарифм ба гиперболлог) **квадрат торгуулийн функцийн арга** гэж байдаг. Хэрэв хязгаарлалт нь зөвхөн нэг талын тэнцэтгэлийн $g(X)\geq 0$ хэлбэртэй өгөгдсөн үед дотоод торгуультай функцийг

$$S(X,b)=F(X)+b\omega[g(X)] \qquad (8.54)$$

хэлбэрээр бичнэ.

Энд b-саадын дугуйралтыг тодорхойлох үзүүлэлт, $\omega(g(X))$-торгуулийн функци. Хэрэв $g(X)>0$ бол уг функци тэг утганд ойрхон, $g(X)\to 0$ бол хязгааргүй рүү тэмүүлнэ гэж үзнэ. $b\to 0$ үед $g(X)=0$ хязгаарт саад бий болж, $g(X)>0$ үед торгууль маш бага байна гэж үзнэ.

$\omega(g(X))$-ийг ихэнхдээ $\omega(g(X))=-\ln g(X)$ гэсэн логарифм функцийн хэлбэрээр юм уу $\omega(g(X))=1/g(X)$ гэсэн гиперболлог функцийн хэлбэрээр бичиж ашиглана. Функцид саад үүсэлтийг жишээгээр авч үзье.

Жишээ: $F(x_1,x_2)=x_1^2+(X_2+0.5)^2\to\min$ зорилгын функцийг

$g(X_1, X_2)=X_1^2+16X_2^2-16 \geq 0$ үед бодож хүчин

зүйлүүдийн оновчтой утгыг ол!

Зорилгын функци (8.54) дараах хэлбэртэй бичигдэнэ. Үүнд:

$$S(X_1, X_2, b) = X_1^2 + (X_2 + 0{,}5)^2 - b\ln(X_1^2 + 16X_2^2 - 16) \to \min$$

Уг функцийн градиент (тухайн уламжлал)-ыг тэгтэй тэнцүүлбэл

$$\frac{\partial(X_1, X_2, b)}{\partial X_1} = 2X_1 + 2bX_1\left(X_1^2 + 16X_2^2 - 16\right)^{-1} = 0$$

$$\frac{\partial(X_1, X_2, b)}{\partial X_2} = 2\left(X_2 + 0.5\right) - 3bX_2\left(X_1^2 + 16X_2^2 - 16\right)^{-1} = 0$$

Эхний тэгшитгэлээс $X_1=0$ болох ба энэ утгыг хоёр дахь тэгшитгэлд тавьбал

$X_2+0.5-bX_2(X_2^2-1)^{-1}=0$ болно.

Энэхүү тэгшитгэлээ дараах байдлаар хувиргъя.

$X_2^3+0.5X_2^2-(b+1)X_2-0.5=0$

b-гийн утгыг тэгрүү тэмүүлбэл $x_1 = -0.5; x_1 = \pm 1$ болно.

Саяын олсон $X_1=0$, $X_2=-0.5$ утгыг шууд зөвшөөрч болохгүй. Иймээс бодолтыг арай өөр хэлбэрээр бодъё.

$(X_1^2+16+X_2^2-16)=b$ гэж аваад $X_1=0$ утгыг хоёр дахь

тэгшитгэлд тавьбал

$$X_1 = \pm\sqrt{b + 16 - 16/30^2}; X_2 + 0.5 - 16X_2 = 0; \qquad X_2 = 1/30$$

$X_1 = \pm 4\sqrt{899/30}(b \to 0)$.

Харин энэ утга байж болох утга юм. Зорилгын функцидээ дээр олсон

$x^{(1)} = (0;-1),\ x^{(2)} = (0;+1),$

$$X^{(3)} = \left(-4\sqrt{899/30};1/30\right), \qquad X^{(4)} = \left(+4\sqrt{899/30};1/30\right)$$

утгуудаа ээлжлэн тавьж минимум утгыг олно. Ингэж хайхад $F(X_1,X_2)$ функцийн минимум утга $X^{(1)}$ утганд харгалзана.

Торгуулийн функцийг гиперболлог торгуулийн хэлбэрээр бичвэл

$$S(X_1, X_2, b) = X_1^2 + (X_2 + 0{,}5)^2 - b(X_1^2 + 16X_2^2 - 16)^{-1} \to \min$$

Тухайн уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлбэл

$$\frac{\partial S(X_1, X_2, b)}{\partial X_1} = 2X_1 + 2bX_1\left(X_1^2 + 16X_2^2 - 16\right)^2 = 0$$

$$\frac{\partial S(X_1, X_2, b)}{\partial X_2} = 2\left(X_2 + 0.5\right) - 32bX_2\left(X_1^2 + 16X_2^2 - 16\right)^2 = 0$$

Энэхүү бодлогыг бодвол $X=(0;-1)$ гэж олдоно.

Томъёоны аргаар торгуулийн функцийн тогтвортой байх цэгийг олох бололцоогүй бол нөхцөлт бус хамгийн бага утга хайх арга хэрэглэнэ. Энэ аргаар оновчтой байх X^* цэгийг хайх хайлт нь дараах дэс дараалаар явагдана. Эхлээд X-ийн анхдагч X^a цэгийн орчим $b=b_0$ анхны утгаар тухайн хэсгийн минимум утгыг хайж $X^{(0)}(b_0)$ цэгийг олно.Цаашид b хэмжээгээ өөрчлөн (дотоод торгуулийн аргаар багасгана) $b=b_1$ болгоод хайлтаа үргэлжлүүлэн $X^{(0)}b_0$-ээс $X^{(0)}(b_1)$-д очно.

Цаашид b-гийн хэмжээг дахин өөрчилж $X^{(0)}(b_0)$, $X^{(0)}(b_1)$, $X^{(0)}(b_2)$.... явсаар X^* цэгт хүрнэ. Энэ явцад $X^{(0)}(b_k)$ гэсэн цэг дахин давтагдан илрэх үед туршилтаа зогсооно. Дотоод торгуулийн аргын давуутай тал нь шинээр олж байгаа $X^{(0)}(b_k)$ цэгүүд бодолтын үед зөвшөөрөгдөх (байж болох) цэгүүд байдагт оршино. Гагцхүү зөвшөөрөгдөх анхдагч X^a цэгийг зөв сонгох нь чухал байдаг.

Хэрэв хязгаарлалт $h(x)=0$ гэсэн тэгшитгэлийн хэлбэрээр өгөгдсөн бол (8.54) тэгшитгэлийг квадрат торгуулийн функцийн

$$S(X_1,X_2,...X_n,b) = F(X_1,X_2,...X_n) + b\left[h(X_1,X_2,...X_n)\right]^2 \to \min$$

аргыг хэрэглэх нь тохиромжтой.

Жишээ: $F(X_1,X_2)=X_1+X_2\to\min$, $X_1(X_2-5)=10$ бодлогыг бодохоор торгуулийн функцийн хэлбэрээр бичвэл

$S(X_1,X_2,b)=X_1+X_2+b[X_1(X_2-5)-10]^2\to\min$ болно.

Торгуулийн функцээс тухайн уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлэн минимум байх утгыг хайна.

$$\frac{\partial S(X_1,X_2,b)}{\partial X_1}=1+2b\left[X_1\left(X_2-5\right)-10\right]\left(X_2-5\right)=0$$

$$\frac{\partial S(X_1,X_2,b)}{\partial X_2}=1+2b\left[X_1\left(X_2-5\right)-10\right]X_1=0$$

Дээрх хоёр тэгшитгэлийг хамтруулан бодвол:

$X_1=X_2-5{,}2bX_1^3-20bX_1+1=0$ буюу $X_1^3-10X_1=\frac{1}{(2b)}$

$b\to0$ үед X_1-ийн утгыг олвол:

$X_1^3=10X_1=0$ буюу $X_{1.1}^{(0)};X_{1.2}^{(0)}=-\sqrt{10},\ X_{1.3}^{(0)}=+\sqrt{10}$ б

$X_{2.1}^{(0)}=5$ хязгаарлалт болж чадахгүй, харин $X_{1.3}^{(0)}=0$ ба

түүнд харгалзах $X_{2.3}^{(0)}=5+\sqrt{10}$ торгуулийн функцийн минимум болж чадахгүй болохыг хялбархан тодорхойлж болно.

Торгуулийн функцийн минимум нь уг бодлогын

$X_{1.2}^{(0)},X_{2.2}^{(0)}=5-\sqrt{10}$ утганд олдоно. Харин зорилгын

функцийн минимум $F\left(X_{1.2}^{(0)}X_{2.2}^{(0)}\right)=5-\sqrt{10}$ цэгт байна.

Бодлого: $F(X_1X_2)=(X_1+X_2)\to\min,X_1(X_2-5)\ge10,X_1\ge0$ үед бодлогыг бодож зорилгын функцийн минимум утгыг тодорхойл.

Бодлого: $F(X)=10-x\to\min,g(X)=5-x\ge0$ үед бодлогыг бодож зорилгын функцийн минимум утгыг тодорхойл.

Есдүгээр бүлэг
ХҮЧИН ЗҮЙЛҮҮД БА ҮЗҮҮЛЭЛТИЙН ХАМААРЛЫГ ГРАФИКААР ИЛЭРХИЙЛЭХ

9.1 Оновчтой мужид туршилтын үр дүнд шинжилгээ хийх

Хувьсах хүчин зүйл $k \leq 3$ үед уг технологи ажиллагааны дүр төрхийг тодорхойлж чадах нь Фишерийн шалгуураар нотлогдсон математик загвар гаргаж авсны дараагаар судалж байгаа функцийн хоёр ба гурван хэмжээст гадаргуу дахь тусгалын геометрийн хэлбэрийн тухай тодорхой ойлголттой болох явдал мөн. Энэ нь судалж байгаа зүйлийнхээ мөн чанарыг танин мэдэх, хүчин зүйлүүдийг тодорхой хязгаарт өөрчлөхөд гарах үзүүлэлт хэрхэн хувирахыг харах боломжийг бүрдүүлнэ. Дээрхи зорилгыг хэрэгжүүлэхийн тулд зарим эрдэмтэд [13] хүчин зүйлийн кодчилсон утгаар гаргаж авсан хоёрдугаар эрэмбийн

$$y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ii} x_i^2 + \ldots \tag{9.1}$$

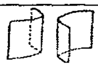
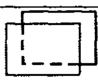
тэгшитгэлийг бодит утганд шилжүүлсний дараагаар каноник хувиргалт хийж стандартын тэгшитгэлд хувирган шинжилгээ хийсэн байдаг. Технологи ажиллагааны математик загварыг каноник загварт хувиргах гэдэг нь загварт байгаа шугаман гишүүд ($X_1, X_2, \ldots, X_n$) тэдгээрийн харилцан үйлчлэлийн (X_1X_2, X_1X_3, $X_2X_3 \ldots\ldots X_{k-1}X_k$) утгуудын коэффициентуудыг тэгтэй тэнцүү болгох зорилгоор анхдагч координатын эхийг зөөх, эргүүлэх явдал юм.

$$Y - Y_s = B_{11}X_1^2 + B_{22}X_2^2 + \ldots + B_{kk}X_k^2 \tag{9.2}$$

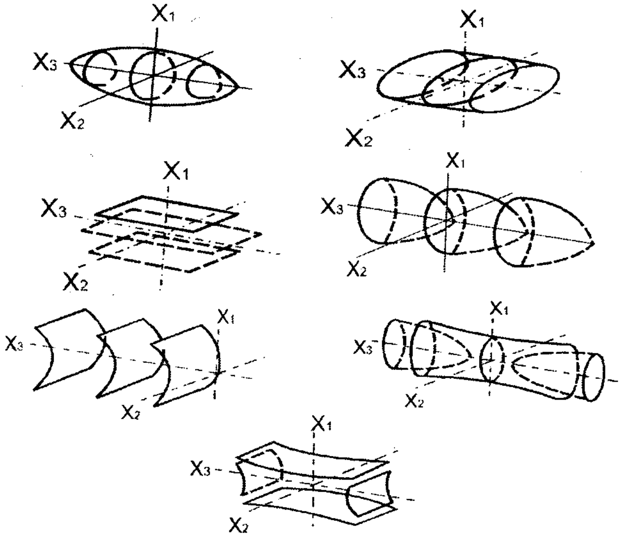
Энд: Y, Y_S - оновчлох үзүүлэлтийн утга (Y_S-координатын шинэ S төв дэх) X_1, $X_2, \ldots$, X_k - Анхны x_1, $x_2, \ldots$, x_k тэнхлэгтэй харьцангуйгаар хүчин зүйлийн орон зайд тодорхой өнцгөөр шилжүүлж авсан шинэ координатын системийн тэнхлэгүүд. B_{11}, $B_{22} \ldots B_{KK}$-каноник хэлбэр дэх регрессийн тэгшитгэлийн коэффициентүүд. $k \leq 3$ үед регрессийн загварыг каноник хувиргалт хийсний дараа судалж байгаа тусгалын функцийн геометрийн хэлбэр хоёрдугаар эрэмбийн стандартын гадаргуун аль нэгтэй төстэй болдог. Үүнийг 9.1-р хүснэгтэд үзүүлсэн түгээмэл дүрсүүдээс харж болно.

9.1-р хүснэгт

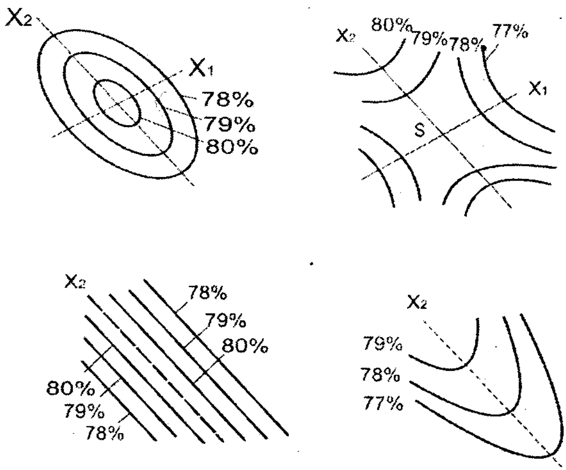
Геометрийн гадаргуу, тэдгээрийн тэгшитгэл

Гадаргуун хэлбэр	Гадаргуун нэр	Гадаргуугийн тэгшитгэл
	Гурван тэнхлэгт эллипслэг бөмбөлөг	$\frac{X_i^2}{a^2}+\frac{X_j^2}{b^2}+\frac{X_k^2}{c^2}=1$
	Бөмбөрцөг	$X_i^2+X_j^2+X_k^2=-1$
	Нэг хавтгайд үүссэн гиперболиод	$\frac{X_i^2}{a^2}+\frac{X_i^2}{b^2}-\frac{X_k^2}{c^2}=1$
	Хоер өөр хавтгайд үүссэн иперболиод	$\frac{X_i^2}{a^2}+\frac{X_i^2}{b^2}-\frac{X_k^2}{c^2}=-1$
	Эллипс хэлбэрийн параболиод	$\frac{X_i^2}{2a}+\frac{X_j^2}{2b}=X_k$
	Гипербопь хэлбэрийн параболиод	$\frac{X_i^2}{2a}-\frac{X_j^2}{2b}=X_k$
	Эллипс хэлбэрийн цилиндр	$\frac{X_i^2}{2a}+\frac{X_j^2}{2b}=1$
	Гипербопь хэлбэрийн цилиндр	$\frac{X_i^2}{2a}-\frac{X_j^2}{2b}=1$
	Парaболь хэлбэрийн цилиндр	$X_i^2=2aX^2$
	Зэрэгцээ хос хавтгай	$\frac{X_i^2}{a^2}=1$
	Дан хавтгай	$\frac{X}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

$k=3$ үед тусгалын функцийн тухай дэлгэрэнгүй ойлголттой болохын тулд гурван хэмжээст орон зайд огторгуйн дүрсийг 9.1-р зураг, k=2 бол 9.2-р зураг үзүүлсэн хүрээ шугамын системийг тус тус байгуулах хэрэгтэй байдаг.



9.1-р зураг



9.2-р зураг

Гурван хэмжээст орон зайд байгуулсан дүрсийн хүрээ шугам оновчтой байх мужийг илэрхийлнэ.

k>3 үед тусгалын функцийн геометрийн хэлбэрийг байгуулахад нэлээд төвөгтэй байдаг учраас тэгшитгэлийг каноник хэлбэрт шилжүүлэн хоёрдугаар эрэмбийн тэгшитгэл болгон хувиргана. Энэхүү хувиргалтын үеийн тооцоо нилээд төвөгтэй, түүнийг гагцхүү тооцон бодох техникээр гүйцэтгэх нь тохиромжтой. Харин хүчин зүйлийн тоо гурваас илүүгүй ($k \le 3$) үед гараар гүйцэтгэж болно.

Координатын тэнхлэгийг параллелиар зөөхийн тулд анхны загвараа хүчин зүйл тус бүрээр дифференциальчилж тухайн уламжлалуудыг тэгтэй тэнцүүлнэ. Гаргаж авсан

$$\frac{\partial Y}{\partial X_i} = a_i + \sum_{i=1}^{k} a_{ij} X_j + 2a_{ij} X_i = 0 \qquad (9.3)$$

хэлбэрийн шугаман тэгшитгэлүүдийн системийг бодож координатын хуучин систем дээр шинэ S төвийн координатыг олж болно.Энэхүү шинэ координатуудаа анхны (9.1) загварт тавьж S төв дэх оновчлолын Y_{S} үзүүлэлтийг олно. Каноник загварын B_{ii} коэффицентүүдийг тодорхойлохын тулд дараах характеристик тэгшитгэлийг боддог.

$$f(B) = \begin{vmatrix} (a_{11} - B) & 0.5a_{12} & 0.5a_{13} & \ldots & 0.5a_{1k} \\ 0.5a_{21} & (a_{22} - B) & 0.5a_{23} & \ldots & 0.5a_{2k} \\ 0.5a_{31} & 0.5a_{32} & (a_{33} - B) & \ldots & 0.5a_{ak} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0.5a_{k1} & 0.5a_{k2} & 0.5a_{k3} & & (a_{kk} - \mathrm{B}) \end{vmatrix} = 0 \qquad (9.4)$$

k эрэмбийн энэхүү тэгшитгэлийн язгуур бидний хайж байгаа үзүүлэлт юм. Хэрэв B_{ii} коэффицентууд бүгд тэгтэй тэнцүү бус бол S төв туршилтын мужид дараах тохиолдлоор байрлана. Үүнд:

1. $B_{ii}<0$ бол оновчлох үзүүлэлт S төвд максимум утга авна.
2. $B_{ii}>0$ бол оновчлох үзүүлэлт S төвд минимум утга авна.
3. B_{ii} коэффицентүүдийн зарим хэсэг нь тэгээс их, зарим хэсэг нь бага бол оновчлох үзүүлэлтийг өсгөх зорилгоор төвийг тэр орчинд нь нааш цааш шилжүүлж хөдөлгөх хэрэгтэй.

Каноник хэлбэр дэх регрессийн загварыг ашиглан олон хэмжээст тусгалын гадаргууг гурван ангид хуваана. [8]

1. Экстремум (максимум, минимум) байх гадаргуу
2. Минимакс хэлбэрийн гадаргуу
3. Өсч овойх (тэмээний бөх лугаа адил) гадаргуу

Экстремум гадаргуун үед каноник тэгшитгэлийн бүх коэффициентүүд ижил тэмдэгтэй, дүрсийн төв туршилтын төвийн орчимд байна.

Минимакс хэлбэрийн гадаргуун үед коэффициентүүд өөр өөр тэмдэгтэй, дүрсийн төв туршилтын төвийн ойролцоо оршино.

Өсч овойсон овгор хэлбэртэй гадаргуун үед каноник тэгшитгэлийн коэффициентүүд янз бүр, дүрсийн төв туршилтын төвөөс алслагдсан байна.

Хоёрдугаар эрэмбийн тэгшитгэлийн хэлбэрээр бичигдсэн функцийн тусгалын гадаргууг судлахад хоёр хүчин зүйлийн хувьд оновчлох үзүүлэлтийн ижил утгыг агуулсан дөрвөн янзын хүрээ шугам зурагдана.

Эллипс хэлбэрийн үед экстремум цэг S байх ба каноник тэгшитгэлийн коэффициентүүдийн тэмдэг ижил байна. Хэрэв коэффициентүүдийн тэмдэг нэмэх бол максимум, хасах бол минимум утгыг заана. Эллипсийн бага тэнхлэг каноник тэгшитгэлийн коэффициенттэй бодит хэмжээгээрээ тохирч байхаар тэнхлэгийн дагуу сунасан байдаг.

Гипербол минимакс хэлбэрийн тусгалын гадаргууд хамаарна. Энд канноник тэгшитгэлийн коэффициентийн утгын бодит хэмжээтэй бага тэнхлэг нь тохирч байхаар гипербол нь сунаж байрласан байна.Энэ тохиолдолд оновчлох үзүүлэлтийн утга дүрсийн төв (эмээл хэлбэрийн дүрс дээрхи цэг)-өөс хөдөлгөөний үед нэг тэнхлэгийн дагуу ихсэж, нөгөө тэнхлэгийн дагуу багассан байдаг. Иймээс судлаач максимум юмуу, минимум утгыг алийг олох гэж байгаагаас хамаарч хөдөлгөөний чиглэлийг сонгож авна. Тусгалын гадаргуу бараг тогтвортой байх мужийн орчимд хоорондоо параллель багц шулуун байх нь каноник тэгшитгэлийн аль нэг коэффициент тэнцүү байх явдал юм. Энд оновчлох үзүүлэлтийн максимум утгатай тодорхой нэг цэг тохирохгүй, бид төвийг максимум гэж авбал бусад цэгүүдэд каноник тэгшитгэлийн коэффициентүүд нөлөөгүй шахам утгатай гэж үзнэ.

Өсч овойсон овгор хэлбэртэй үед хүрээ шугам парабол хэлбэртэй байх ба каноник тэгшитгэлийн аль нэг коэффициент тэг утганд дөхөж очно. Дүрсийн төв төгсгөлгүй орон зайд байрлана. Энэ үед координатын эх S нь Bii гэсэн утга багатай тодорхойгүй коэффициентэд тохирох тэнхлэг дээр орших цэгт байрлах ба илэрхийлэх тэгшитгэл нь

$$Y - Y_S = B_{ij}X_j^2 + B_iXi \qquad (9.5)$$

хэлбэрээр бичигдэнэ.

Энд B_i – овойж өссөн овойлтын хажуу гадаргуу налалтын цугуралтыг тодорхойлох коэффициент, өөрөөр хэлбэл оновчлох үзүүлэлтийн X_i тэнхлэгийн дагуу өсөх хурд.Ийм маягаар k=3 байх хоёрдугаар эрэмбийн тэгшитгэлээр бичигдэх гадаргуу тус бүрт шинжилгээ хийж болно.

Жишээлбэл: Эллипслэг цилиндр (канокник тэгшитгэлийн аль нэг коэффициент тэгээс бага зэрэг ялгаатай)-ийн тэнхлэг нь тодорхойгүй коэффициентод харгалзах экстремумын шугам (максимум) байх бөгөөд түүнээс аль ч чиглэлд холбоход оновчлох үзүүлэлтийн хэмжээ багасаж байдаг (овойлт зогсож тогтворжих). Хэрэв хэмжээст хүрээ шугам бүхий гадаргуу параллель хавтгайн хэлбэртэй байвал оновчлох үзүүлэлт хоёр хэмжээст тогтвортой түвшинтэй гадаргуугаас холдоход мөн л буурч байдаг. Тусгалын гадаргуу эргэлтийн эллипсиод хэлбэртэй бол экстремум байх цэг тодорхой бөгөөд эллипслэг параболиод хэлбэртэй бол төв хязгааргүй орон зайд байрлана гэсэн үг юм. Ийм үед B_{ij} координатын эхийг коэффициент тэгтэй тэнцүү байх X_i тэнхлэг дээр байрлуулан

$$Y\text{-}Y_s = B_{ij}X_j^2 + B_{kk}X_k + B_iX_i \qquad (9.6)$$

тэгшитгэлийг гарган авч болно. Энд байгаа B_i коэффициент нь X_i тэнхлэгийн дагуу гадаргуун товойж гарах өсөлтийн налалтын хэмжээг илэрхийлэх коэффициент байдаг. Регрессийн тэгшитгэлд каноник шинжилгээ хийсний дараа буюу тусгалын гадаргуун төрлийг сонгож тогтоосны дараа тусгалын функцийн экстремумыг олох ажиллагаа ихээхэн хялбарчлагдана.

Хэрэв тусгалын гадаргуу туршилтын төвийн орчимд экстремум утга авах гадаргуу (эллипслэг, эллипсийн төрлийн) мөнбол уг дүрсийн төвд шалгах хэд хэдэн туршилт тавихад тооцооны утгатай ойр болж байвал экстремум олох бодлогыг бодлоо гэж үзнэ. Харин гадаргуу минимакс юмуу өсч овойсон овгор хэлбэртэй бол экстремумыг олох явдал нилээд төвөгтэй бөгөөд энэ үед туршилтын хүрээнд тодорхой хязгаар авна. Тухайлбал радиус нь "од"-той цэгийн координатаар тодорхойлогдох хэмжээ бүхий бөмбөрцөг байх жишээтэй. Энэ нөхцөлд экстремум олж байна гэсэн үг. Заримдаа туршилтынхаа хүрээн дотор тэгшитгэлдээ бага зэрэг (экстраполяци)засвар хийж болно. Судалж байгаа гадаргуу минимакс төрөлд хамаарагдах бол эмээл дээрх цэгээс каноник тэгшитгэлийн коэффициент нэмэх байх чиглэлрүү тэнхлэгийг хөдөлгөн тооцоог үйлдэх хэрэгтэй.

Нөхцөлт экстремумыг хоёр хэмжээст гадаргуун хэлбэрийг тогтоохоор цэгийг тэг гэж аваад график аргаар олж болдог.

Регрессийн тэгшитгэлд каноник хувиргалт хийж байгаа x_i, x_j ,...,x_k гэсэн тэнхлэг бүхий S гэсэн координатын эхэнд зөөж байна гэсэн үг юм. Координатын эхийг S цэгт зөөхөд (9.1) тэгшитгэлийн нэгдүгээр зэрэгт (эрэмбийн)гишүүд алга болж чөлөөт гишүүний хэмжээнд өөрчлөлт орно. Үүний тулд тэгшитгэлийг хоорондоо үл хамаарах хувьсагч буюу хүчин зүйлсийн утгаар дифференциальчилж гарсан тухайн уламжлалын утгыг тэгтэй тэнцүүлдэг. Бий болсон тэгшитгэлүүдийн системийг бодож координатын хуучин x_i ,x_j ,...,x_k тэнхлэгийн үед координатын шинэ эхийг олно. Олсон утгаа (9.1) тэгшитгэлд тавьбал оновчлох үзүүлэлтийн цэг дээрх хэмжээ олдоно. Хэрэв авч үзэж байгаа тэгшитгэлүүдийн системийн хувьд зохиосон Гессийн матрицын ерөнхий тодорхойлогчийн утга тэгд ойролцоо байвал уг гадаргуун төвийг хуурмаг хэмээн үзэж болно. Энэ тохиолдолд S цэгийг хуучин координатын эхэнд юмуу оновчлох үзүүлэлтийн сайн утгатай аль нэг цэгт байрлуулна.

Төвийг S цэгт зөөсний дараа (9.1)тэгшитгэл

$$Y=Y_s+\sum^{k} b_{ij}x_i x_j+\sum^{k} b_{ij}x_1^2 \qquad (9.7)$$

хэлбэртэй болно. Цаашид судлаж[1]байгаа тусгалын функцээр илэрхийлэгдэх гадаргуу (геометр) гол тэнхлэгүүдтэй давхцах хүртэл шинэ төвд тэнхлэгүүдийг эргүүлнэ. Үүний үр дүнд 9.1-р хүснэгтэнд үзүүлсэн хоёрдугаар эрэмбийн гадаргууд тохирох стандартын каноник тэгшитгэлийг гаргаж авна. (9.2) тэгшитгэлд байгаа $B_{11}, B_{22}, \ldots, B_{кк}$ коэффициентүүдийг олохын тулд к=3 үед (9.4) тэгшитгэлд үзүүлсний дагуу дараах характеристик тэгшитгэлийг бодох хэрэгтэй болдог.

$$f(B) = \begin{vmatrix} b_{11} - B & 0.5b_{12} & 0.5b_{13} \\ 0.5b_{12} & b_{22} - B & 0.5b_{23} \\ 0.5b_{13} & 0.5b_{23} & b_{33} - B \end{vmatrix} = 0 \qquad (9.8)$$

Энэ нь хайж байгаа B_{11}, B_{22}, B_{33} коэффициентүүдийг

$$B^3 = \alpha B^2 + \beta B + \gamma = 0 \qquad (9.9)$$

олж болох гурван язгуурт куб тэгшитгэлийн хэлбэрээр илэрхийлэгддэг. Куб тэгшитгэлийг математикт өргөн хэрэглэдэг Карданы тэгшитгэл юмуу Ньютоны ойролцоо бодолтын аргаар бодно.

B_{11}, B_{22}, B_{33} коэффициентүүдийн утгыг мэдсэнээр чиглүүлэх косинусын утгыг олж улмаар хуучин координатуудаар шинэ

$$\begin{aligned} X_1 &= \cos\alpha_1 (x_1 - x_{1s}) + \cos\beta_1 (x_2 - x_{2s}) + \cos\gamma_1 (x_3 - x_{3s}) \\ X_2 &= \cos\alpha_l (x_l - x_{ls}) + \cos\beta_1 (x_2 - x_{2s}) + \cos\gamma (x_3 - x_{3s}) \\ X_3 &= \cos\alpha_3 (x_1 - x_{1s}) + \cos\beta_3 (x_2 - x_{2s}) + \cos\gamma_3 (x_3 - x_{3s}) \end{aligned} \qquad (9.10)$$

координатыг илэрхийлсэн тэгшитгэлийг гарган авч болно.

регрессийн загварыг каноник хувиргалт хийх тооцоо өндөр нарийвчлал, их хэмжээний хугацаа шаардах учраас тооцон бодох машин дээр хийгдэнэ. Харин $k \geq 3$ үед гараар хийж болох бөгөөд энэ нь судлаачдад тооцооны мөн чанарыг ойлгуулах ач холбогдолтой.

9.2 Каноник хувиргалт хийх жишээ

Регрессийн загварын мөн чанарыг танин мэдэх нь уг загвар геотетрийн ямархуу дүрсыг илэрхийлж байгаа, тухайн дүрсийн хувьд экстремаль буюу оройн цэгийг хэрхэн олох аргыг

...эзэмших нь чухал билээ. Геометрийн ямархуу дүрсийг илэрхийлж байгааг олох хамгийн хялбар арга нь загвараа каноник хэлбэрт хувиргах тухай дээр дурдсан билээ. [13.231-р талд]

Жишээ: Ротатабель төлөвлөлтийн явцад дараах хоёрдугаар эрэмбийн математик загварыг гарган авсан бол

$$Y=353-154.1x_1-192.8x_2+133.7x_3+6.0x_1-41.1x_1x_3-52.3x_2x_3+41.8x_1^2+51.4x_2^2-2.7x_3^2$$

оновчлох y үзүүлэлтийн утгыг ол.

(9.11)

Каноник хувиргалт хийж шинэ төвийг тодорхойлохоор (9.11) тэгшитгэлээс хүчин зүйл нэг бүрээр уламжлал авч тэгтэй

$$\frac{\partial y}{\partial x_1}=-145.1+6.0x_2-41.1x_3+83.6x_1=0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2}=-192.8+6.0x_1-52.3x_3-102.8x_2=0$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_3}=+133.7-41.1x_1-52.3x_2-5.4x_3=0$$

тэнцүүлье.

Тэгшитгэлийг бодоход $x_{1s}=+1.37$, $x_{2s}=+1.53$, $x_{3s}=-0.55$ гэж олдов. Олсон утгуудаа (9.11) тэгшитгэлд тавьбал шинэ төв дэх оновчлолын үзүүлэлтийн утга y=+73.0. Координатын эхийг зөөснөөр саяын олсон y=+73 утгыг сул гишүүнээр авч хүчин зүйлүүдийн 1-р эрэмбийн утгыг орхиж шинэ загварыг гаргаж авна. Координатын эхийг шинэ төвийн S цэгт зөөсний дараа (9.11) тэгшитгэл

$$Y_s=73.0+6x_1x_2-41.1x_1x_3-52.3x_2x_3+48.1x_1^2+51.4x_4^4-2.7x_3^2$$

(9.12)

(9.6) томъёог хэрэглэхээр B_{11},B_{22},B_{33} коэффициентүүдийг

$$F(B)=\begin{vmatrix} 41.8-B & 0.5(6.0) & 0.5(-41.1) \\ 0.5(6.0) & 51.4-B & 0.5(-52.3) \\ 0.5(-41.1) & 0.5(-52.8) & -2.7-B \end{vmatrix}=0$$

болох бөгөөд үүнийг дараах байдлаар бодож

$$(41.8-B)(51.4-B)(-2.7-B)+2\cdot 3.0\cdot 20.6\cdot 26.2-$$
$$-(20.6)^2(51.4-B)-(26.2)^2(41.8-B)-9.0(-2.7-B)=0$$

куб тэгшитгэл гарган авбал

$$B^3-90.5B^2+784B+47091=0 \qquad (9.13)$$

болно. Уг тэгшитгэлийг бодвол B_{11}=17.55; B_{22}=+69.35; B_{33}=-39.55 гэж олдоно. (9.12) тэгшитгэлийг хувиргасны дараа шинэ коэффициентүүдийг тавьбал

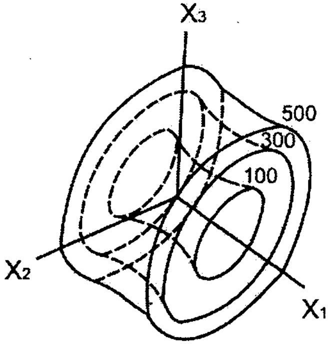
$$Y-73.0=-17.55x_1^2+69.35x_2^2+39.55x_3^2 \qquad (9.14)$$

болно. Тооцооны нарийвчлалыг олохдоо

$$\sum_1^3 b_{ij}-\sum_1^3 b_{ii}=41.8+51.4-27+17.55-69.35-39.55=-0.85$$

гэж олох бөгөөд ялгавар маш бага тоо байгаа учир хангалттай нарийвчлалтай тооцоо хийгдсэн гэж үзнэ.

(9.14) тэгшитгэлийг шинэчлэхийн тулд 9.1-р хүснэгтэд өгөгдсөн геометрийн дүрсүүдийг ажиглахад X_1(9.14) тэгшитгэлд хасах тэмдэгтэй байгаа учир тэнхлэгийнхээ дагуу сунасан нэг хавтгайн гиперболоид хэлбэртэй болж харагдаж байна. (9.3-р зураг)



9.3-р зураг

Түүний тэгшитгэл нь

$$\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{x_j^2}{b^2}-\frac{x_k^2}{c^2}=1 \text{ байдаг.}$$

Шинэ хуучин системийг хооронд нь холбосон тэгшитгэлийн системийг тодорхойлохын тулд тохирох чиглүүлэх косинусыг олъё. Үүний тулд систем тэгшитгэл зохиож болно.

$$\begin{cases}(41.8-B_{11})b_{11}+3b_{12}-20.6b_{13}=0\\ +3b_{11}(51.4-B_{11})b_{12}-26.1b_{13}=0\\ -20.6b_{11}-26.1b_{12}+(-2.7-B_{11})b_{12}=0\end{cases}$$

B_{11}=-17.55 ба b_{13}=1 үед b_{11}=0.329; b_{12}=0.363 болно.

Дараа нь өмнөх аргачлалын дагуу олсон:

$$Z^2\left(\theta_{11}^2+\theta_{12}^2+\theta_{13}^2\right)=1 \qquad (9.15)$$

харьцаанаас

$$Z^2(0.108+0.132+1)=1 \qquad Z=0.898$$

Эндээс косинусын анхны гурван чиглүүлэгч

$\cos\gamma_1=0.296$; $\cos\beta_1=0.237$; $\cos\alpha_1=0.898$

гэж олдоно. Ийм замаар B_{22} B_{33} утгыг тавьж үлдсэн чиглүүлэгч косинусын утгыг олбол:

$$x_1=0.898(x_1-x_{1s})+0.237(x_2-x_{2s})+0.296(x_3-x_{3s})$$
$$x_2=0.418(x_1-x_{1s})+784(x_2-x_{2s})+0.452(x_3-x_{3s})$$
$$x_3=0.995(x_1-x_{1s})+0.017(x_2-x_{2s})+0.109(x_3-x_{3s})$$

болно. Практикт ихэнх бодлогод хүчин зүйлийн тоо нэлээд олон k>0 байх тул гаргаж авч байгаа каноник тэгшитгэл төвөгтэй, түүнийг шинжлэх явцад маш ярвигтай, маш нарийн бодолт шаардана. Иймээс геометрийн дүрсдээ хоёр хэмжээст огтлолоор шинжилгээ хийнэ.

Жишээ: Цилиндр хэлбэрийн эд ангид эцсийн боловсруулалт (нарийн өнгөлөх) хийхийн тулд түүнийг

24АМ40СМ1 маркийн нарийн зүлгүүрээр доторлосон цилиндр хоолойд суулгажээ. Оновчлох үзүүлэлт болгон зүлгэх ажлын бүтээмж Q, нөлөөлөх хүчин зүйл болгон эд ангийн эргэх хурд-n(уд/мин), зүлгүүр бүхий цилиндр хоолойг эд ангид шахах даралтын хүч P (МПа) өнгөлөх суурь машины ажлын эрхтний чичирхийлэлт (хэлбэлзэл)-ийн далайц A(мм)-ыг тус тус сонгон авлаа. Туршилтын нөхцөл, хяналт болгон авсан БХТ2^3, төвийн компоцизит ротатабель туршилт (ТКРТ)-ын дэлгэрэнгүй матрицыг 9.2-9.4-р хүснэгтээр өгөв.

9.2-р хүснэгт

Туршилтын нөхцөл

Түвшингийн ялгаа	Хүчин зүйлүүд		
	X_1(n, уд/мин)	X_2(PМпа)	X_3(Амм)
Дээд түвшин(+1)	125	3.3	3.8
Доод түвшин(-1)	80	2.7	3.2
Үндсэн түвшин(0)	102.5	3.0	3.5
Өөрчлөгдөх хүрээ (I_i)	22.5	0.3	0.3

9.3-р хүснэгт

Бүрэн хүчин зүйлт (БХТ 2^3) туршилтын матриц

u	x_1	x_2	x_3	$\bar{y}_u$
1	-	-	-	76
2	+	-	-	70
3	-	+	-	110
4	+	+	-	100
5	-	-	+	105
6	+	-	+	86
7	-	+	+	100
8	+	+	+	80

9.3-р хүснэгтэд үзүүлсэн бүрэн хүчин зүйлт туршилтын өгөгдлийг боловсруулж регрессийн коэффициентийг (5.37-5.40), (5.47-5.49) томъёонуудыг ашиглан олвол b_0=90.9 ; b_1=6.87 ; $a_2 = 6.65; a_3 = 1.8$ болно.

$$S_Y^2 = \frac{1}{N-(k+1)} \cdot \left(\sum_{n=1}^{N} \bar{y}_u^2 - N \sum_{j=1}^{k+m} a_j^2 \right)$$

Үлдэгдэл дисперсийг

$$S_Y^2 = \frac{1}{N-(k+1)} \cdot \left(\sum_{n=1}^{N} \bar{y}_u^2 - N \sum_{j=1}^{k+m} a_j^2 \right) \qquad (9.16)$$

томъёогоор олвол:

$$S_Y^2 = \frac{1}{8-3-1} \left[\begin{array}{l} 76^2 + 70^2 + 110^2 + 100^2 + 105^2 + 86^2 + \\ + 100^2 + 80^2 - 8(90.9^2 + 6.87^2 + 6.6^2 + 1.8^2) \end{array} \right] = 19$$

болно. Гаргаж авсан загвар тухайн технологи ажиллагааг илэрхийлж байгаа эсэхийг Фишерийн шалгуураар шалгавал F_1=19/1.37=13.8 болно.

Хүснэгтийн утгыг 3-р хавсралтаас харахад Fx=3.86 байв. Энд F_1=13>F_x=3.86 болж байгаа учраас бидний гаргаж авсан загвар тухайн технологи ажиллагааг илэрхийлж чадахгүй байна.

Ийм учраас 2-р эрэмбийн загвар гарган авч судлах шаардлага гарч ирнэ. 2-р эрэмбийн загвар гарган авахаар ТКРТ туршилт тавив.

Туршилтын үр дүнг (5.52-5.55) томъёонуудаар боловсруулан регрессийн 2-р эрэмбийн загварын гишүүдийн коэффициентүүдийг олвол:

$$b_0 = 0.1633 \sum_{u=1}^{20} \overline{y_u} - 0.0568 \sum_{i=1}^{3} \sum_{u=1}^{20} x_{iu}^2 \overline{y_u} = 0.1633 \cdot 1988 -$$

$$- 0.0568 \cdot (1256.21 + 1161.01 + 1278.85) = 120.67$$

$$b_1 = 0.0732 \sum_{u=1}^{20} x_{1u} \overline{y_u} = 0.0732(-122.28) = -8.95$$

$$b_2 = 0.0732 \cdot 128.33 = 9.39$$

$$b_3 = 0.0732 \cdot 30.14 = 2.21$$

$$b_{12} = 0.125 \sum_{u=1}^{20} x_{1u} x_{2u} \overline{y_u} = 0.125(-5) = 0.625$$

$$b_{13} = 0.125(-23) = -2.88 \qquad b_{23} = 0.125(-75) = -9.4$$

9.4-р хүснэгт

Төвийн компоцизит ротатель (ТКРТ) туршилтын дэлгэрэнгүй матриц

u	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	$\bar{y}_u$
1	-	-	-	+	+	+	+	+	+	76
2	+	-	-	-	-	+	+	+	+	70
3	-	+	-	-	+	-	+	+	+	110
4	+	+	-	+	-	-	+	+	+	100
5	-	-	+	+	-	-	+	+	+	105
6	+	-	+	-	+	-	+	+	+	86
7	-	+	+	-	-	+	+	+	+	100
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	80
9	-1.682	0	0	0	0	0	2.83	0	0	112
10	+1.682	0	0	0	0	0	2.83	0	0	72
11	0	-1.682	0	0	0	0	0	2.83	0	52
12	0	+1.682	0	0	0	0	0	2.83	0	95
13	0	0	-1.682	0	0	0	0	0	2.83	93
14	0	0	+1.682	0	0	0	0	0	2.83	102
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	124
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	123
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	126

$$b_{11} = 0.0625\sum_{u=1}^{20} x_{1u}^2 \overline{y_u} + 0.0069\sum_{i=1}^{3}\sum_{u=1}^{20} x_{1u}^2 \overline{y_u} - 0.0568\sum_{u=1}^{20}\overline{y_u} =$$

$$0.0625 \cdot 1256.21 + 0.0069 \cdot 3696.07 - 0.0568 \cdot 1988 = -891$$

$$b_{22} = 0.0625 \cdot 1161.01 + 0.0069 \cdot 3696.07 - 0.0568 \cdot 1988 = -14.9$$

$$b_{22} = 0.0625 \cdot 1278.85 + 0.0069 \cdot 3696.07 - 0.0568 \cdot 1988 = -7.49$$

Туршилтын төв буюу голомт цэг дээрх туршилтын дисперсийг

$$S_m^2 = \frac{6}{6-1}\sum_{u=1}^{6}\left(y_{OH} - \overline{y_0}\right)^2 \qquad (9.17)$$

томъёогоор олвол $S_m^2 = \frac{1}{5} \cdot 27.5 = 5.5$ болно.

Регрессийн коэффициентүүдийн дисперси 5-р бүлэгт үзсэн ёсоор

$$S^2(b_0) = 0.1663 \cdot 5.5 = 0.92;$$
$$S^2(b_{ij}) = 0.125 \cdot 5.5 = 0.69$$

$$S^2(b_i) = 0.0732 \cdot 5.5 = 0.403$$
$$S^2(b_{ii}) = 0.0695 \cdot 5.5 = 0.382$$

болно.

Коэффициентүүдийн нөлөөлөх утгыг Стьюдентийн шалгуураар шалгахын гадна коэффициент тус бүрийн өөрчлөлтийн зөвшөөрөгдөх хүрээг тодорхойлох замаар коэффициентүүдийн нөлөөллийн хэмжээг тогтоож болдог.

$$\Delta(b_i) = \pm t(P,N)S(b_i) \qquad (9.18)$$

Энд $\Delta(b_i)$- регрессийн b_i коэффициентийн өөрчлөлтийн зөвшөөрөгдөх хүрээ

$S(b_i)$ - стандартын хэлбийлт

$t(P,N)$ – Стьюдентийн шалгуурын утга

$$\Delta(b_0) = \pm 1.729 \cdot 0.92 = \pm 1.66$$
$$\Delta(b_{ii}) = \pm 1.729 \cdot 0.69 = \pm 1.43$$
$$\Delta(b_i) = \pm 1.729 \cdot 0.403 = \pm 1.1$$
$$\Delta(b_{ii}) = \pm 1.729 \cdot 0.382 = \pm 1.07$$

Зөвшөөрөгдөх хүрээний утгуудад тулгуурлан математик загварт үлдэх гишүүдийн коэффициентүүдийг бүхэл тоонд шилжүүлж бичвэл

$b_0 = 120;$	$b_1 = -9;$	$b_2 = 9.5;$	$b_3 = 2;$	$b_{12} = 0;$
$b_{13} = -3;$	$b_{23} = -9.5;$	$b_{11} = -9;$	$b_{22} = -15;$	$b_{33} = -7.5;$

болох бөгөөд загварын хүчин төгөлдөр (төсөөтэй) болох эсэхийг

$$S^2_{төс} = \frac{(\sum Y_{итооц} + Y_{итурш}) - \sum_{u=1}^{m_0} (Y_{OH} - \overline{Y}_O)}{N - N_k - (n_0 - 1)} \qquad (9.19)$$

томъёогоор олвол

$$S^2_{төс} = \frac{1}{20-8-5}(261.2 - 27.5) = 33.4$$ болно.

Фишерийн шалгуурын тооцооны утга F_t=33.4/5.5=6.07 болох ба хүснэгтийн утгыг 3-р хавсралтаас харахад Fx=6.26 байв. $F_t = 6.07 < F_x = 6.26$ учир уг загвар цилиндр эд ангийг эцсийн боловсруулалт болсон нарийн өнгөлөх технологи ажиллагааг бүрэн илэрхийлж байна гэж үзнэ. Тэгшитгэлийг бичвэл

$$y = 120 - 9x_1 + 9.5x_2 + 2x_3 - 3x_1x_3 - 9.5x_2x_3 - 9x_1^2 - 15x_2^2 - 7.5x_3^2 \qquad (9.20)$$

Хүчин зүйлүүдийн өөрчлөгдөх хүрээнд оновчтой байх цэгийн координатыг тодорхойлохоор (9.20) тэгшитгэлээс тухайн уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлж бичье.

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = -9 - 3x_3 - 18x_1 = 0 \ ;$$
$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 9.5 - 9.5x_3 - 30x_2 = 0 \ ;$$
$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = 2 - 3x_1 - 9.5x_2 - 15x_3 = 0 \ ;$$

Үг системийн хувьд Гессийн матриц буюу ерөнхий тодорхойлогчийг бичвэл

$$D_1 = \begin{vmatrix} -9 & 0 & 3 \\ 9.5 & 30 & 9.5 \\ 2 & 9.5 & 15 \end{vmatrix} = -3372.0 \quad ;$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 18 & -9 & 3 \\ 0 & 9.5 & 9.5 \\ 3 & 2 & 15 \end{vmatrix} = 1881 \quad ;$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 18 & 0 & -9 \\ 0 & 30 & 9.5 \\ 3 & 9.5 & 2 \end{vmatrix} = 265.5 \quad ;$$

Шинэ төвийн координатууд

$$x_{1S} = \frac{-3372}{6205.5} = -0.543 \quad ; \quad x_{2S} = \frac{1881}{6205.5} = 0.30 \quad ;$$

$$x_{3S} = \frac{265.5}{6205.5} = 0.043$$

Олсон утгуудаа (9.20) тэгшитгэлд тавьбал шинэ төв дэх оновчлолын үзүүлэлтийн утга дараах байдлаар олдоно.

$$Y = 120 + 9 \cdot 0.543 + 9.5 \cdot 0.30 + 2 \cdot 0.043 + 3 \cdot 0.54 \cdot 0.043 -$$

$$-9.5 \cdot 0.3 \cdot 0.043 - 9 \cdot 0.54^2 - 15 \cdot 0.30^2 - 7.5 \cdot 0.043^2 = 123.6$$

Координатын эхийг шинэ төвийн S цэгт зөөсний дараа (9.20) тэгшитгэлийг бичвэл

$$Y_S = 123.6 - 3X_1X_3 - 9.5X_2X_3 - 9X_1^2 - 15X_2^2 - 7.5X_3^2$$

Каноник загварын коэффициентүүдийг тодорхойлсноор (9.8) томъёоны дагуу характеристик тэгшитгэл зохиовол

$$F(b) = \begin{vmatrix} (-9-b) & 0 & 0.5(-3) \\ 0 & (-15-b) & 0.5(-9.5) \\ 0.5(-3) & 0.5(-9.5) & (-7.5-b) \end{vmatrix} = (-9-b)(-15-b)(-7.5-b) -$$

$$-(-15-b)\cdot 0.5(-3)\cdot 0.5(-3) - (-9-b)\cdot 0.5(-9.5)\cdot 0.5(-9.5) = 0$$

буюу $B^3+31.5B^2+340.1B+1249.3=0$ гэсэн гуравдугаар эрэмбийн тэгшитгэл гарна. Уг тэгшитгэлийг бодвол B_{11}=-8.8 , B_{22}=-13.8 , B_{33}=-8.82 гэж олов. (9.21) тэгшитгэлийг хувиргасны дараа шинэ коэффициентүүдийг тавьбал

$$Y-123.6=-8.8X_1^2-13.8X_2^2-8.82X_3^2 \qquad (9.22)$$

болно. Характеристик тэгшитгэлийн язгууруудын тэмдэгийг тодорхойлохдоо Гурвицын шалгуурыг ашиглав. 3-р эрэмбийн тэгшитгэлийн язгуурууд хасах тэмдэгтэй байх нь бүх коэффициентүүд нэмэх болохыг илэрхийлж улмаар $\Delta=31.5\cdot340.1-1249.3>0$ бөгөөд $b_{ii}<0$ нөхцөл биелж байна. Ийм учраас шинэ төв оновчтой гэж үзнэ. Шинэ төвийн буюу хүчин зүйлүүдийн бодит утга

$n_{OH}=102.5-0.543\cdot22.5\approx90$ уд/мин,

$P_{OH}=2.7+0.3\cdot0.3\approx2.8$ МПа,

$\Delta_{OH}=3+0.04\cdot0.3\approx3$ мм байх нээ.

Цаашид өмнөх жишээнд дурдсаны дагуу шиэн хуучин системийг холбосон тэгшитгэлийг бичиж улмаар чиглүүлэгч косинусуудын утгыг тодорхойлж болно.

9.3 Тусгалын гадаргуун огтлолыг байгуулах

Тусгалын гадаргуун хоёр хэмжээст огтлолыг байгуулан оновчлох үзүүлэлтийг өөрчлөгдөх хуулийг хүчин зүйлүүдийн янз бүрийн утганд график хэлбэрээр хялбархан төсөөлөн харж болно. Энэ нь олон шийдтэй (компромисс) бодлогыг график аргаар бодож туршилтын сайн үр дүнд хүрэх боломжийг бүрдүүлж байгаа хэрэг юм. Хоёр хэмжээст огтлолын дүрсийг байгуулахад судалгааны обьектийн төсөөтэй нь Фишерийн шалгуураар батлагдсан математик загварыг ашиглах бөгөөд уг загвар оновчтой утгыг нь олох гэж байгаа хоёр хүчин зүйл болон хэмжээ нь тодорхой байх бусад хүчин зүйл орсон байх ёстой. Сонгож авсан хос хүчин зүйлийн хувьд

$$y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_{12}x_1x_2+b_{11}x_1^2+b_{22}x_2^2 \qquad (9.23)$$

загвар байна гэсэн үг мөн. Уг тэгшитгэлдээ 9.1-р зурагт үзүүлсэн дүрсүүдийн алинтай нь харгалзахыг сонгоод судалж байгаа тусгалын гадаргуур хүчин зүйлийн өөрчлөгдөх хүрээн дотор ижил хэмжээтэй шугамуудаар огтлон огтлолд үүсэх дүрсийг байгуулан түүндээ дүн шинжилгээ хийнэ. Тусгалын гадаргуун огтлолыг хэрхэн байгуулах аргатай танилцахын тулд тодорхой жишээ авч үзье. Халуунаар шахах ажлын горимоос хамааруулан термопластик хуванцар эдлэлийн гадаргуур аль болох жигд цэвэршилт сайтай байлгахын тулд хуванцар хайлмагийн температур $X_1 = t,^0 c$, шахах даралт $X_2 = P$, кг/см^2, $X_3 = \tau, c$ хугацаанаас хамааруулан судлая. Туршилтын нөхцлийг 9.5-р хүснэгтэд өгөв.

9.5-р хүснэгт

Туршилтын нөхцөл

Хүчин зүйл	Хувьсах хүрээ					I_i
	-1.682	-1	0	+1	+1.682	
Температур $t,^0 c, X_1$	130	140	155	170	180	15
Р- даралт, Кг/см^2 – X_2	3.2	10	20	30.0	36.8	10
τ -хугацаа,с. X_3	10	30	60	90	110	30

Судалгааны үр дүнд төсөөтэй байдал нь батлагдсан

$$y = 15.470 + 0.98X_1 + 0.854X_2 + 0.326X_3 + 0.474X_1X_2 + \\ + 0.411X_1X_3 + 0.404X_2X_3 + 0.427X_1^2 + 0.300X_3^2 \qquad (9.24)$$

гэсэн тэгшитгэл гарчээ. Уг тэгшитгэлд каноник хувиргалт хийхэд тэрээр дараах хэлбэртэй болжээ.

$$Y - 14.98 = 0.80X_1^2 - 0.12X_2^2 - 0.25X_3^2 \qquad (9.25)$$

(9.25) тэгшитгэлийг ажиглахад хоёр өөр хавтгайд үүссэн гиперболоидыг дүрсэлж байна. Судлаж байгаа геометрийн гадаргуун төвийн координатууд X_{1S}=-0.12; X_{2S}=-0.73 ; X_{3S}=-1.31

гэж олдов. Уг гадаргуур хоёр огтлолоор нь судлахад минимакс гадаргууд хамаарагдана.

X_3=0 (хугацаа T=60c) үед огтлолын гадаргуур байгуулж үзье. X_3=0 утгыг (9.24) тэгшитгэлд тавьбал

$$y = 15.470 + 0.98X_1 + 0.854X_2 + 0.474X_1X_2 + 0.427X_1^2 \qquad (9.26)$$

Каноник хувиргалт хийхээр (9.26) тэгшитгэлээс хүчин зүйлүүдээр тухайн уламжлал авч тэгтэй тэнцүүлбэл

$$\frac{\partial y}{\partial X_1} = 0.980 + 0.474X_2 - 0.854X_1 = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial X_2} = 0.854 + 0.474X_1 = 0; \qquad (9.26')$$

болно. (9.26') тэгшитгэлийг бодож шинэ координатын төв S цэгийг олвол:

$$X_{1S} = \frac{-0.854}{0.474} = -1.80 \; ; \qquad X_{2S} = -1.17$$

Олсон утгуудаа (9.26) тэгшитгэлд тавьбал Y_s=+15.09 болно.

Координатын эхийг шинэ төвд зөөсний дараа (9.26) тэгшитгэл дараах хэлбэрт шилжинэ. Үүнд:

$$Y = 15.09 + 0.474X_1X_2 + 0.427X_1^2$$

Авч үзэж байгаа геометрийн дүрсийн тэнхлэгүүдтэй давхцаж байхаар шинэ төвд тэнхлэгүүдийн эргэлтийн өнцгийн хэмжээг тодорхойлбол:

$$ctg2\alpha = \frac{(b_{11} - b_{22})}{b_{12}} = \frac{0.427 - 0}{0.474} = +0.901; \alpha = +24^0$$

α өнцөг нэмэх тэмдэгтэй гарна гэдэг нь координатын тэнхлэгийг эргүүлэх үед X_1 тэнхлэгээс дээш хөдлөж байгааг харуулж байна. Өмнө үзсэн аргачлалын дагуу каноник хэлбэрт байгаа регрессийн тэгшитгэлийн коэффициентүүдийг олвол

$$B_{11} = b_{11}\cos^2\alpha + b_{12}\sin\alpha\cos\alpha + b_{22}\sin^2\alpha$$

$$B_{22} = b_{11}\sin^2\alpha + b_{12}\sin\alpha\cos\alpha + b_{22}\cos^2\alpha$$

$$B_{12} = b_{11}\sin^2\alpha + b_{12}\sin\alpha\cos\alpha + b_{12}(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$$

Авч үзэж байгаа тэгшитгэлүүдэд холбогдох утгуудыг тавьбал.

$$B_{11} = 0.427 \cdot 0.669^2 + 0.474 \cdot 0.743 \cdot 0.669 + 0.0743^2 = +0.533$$

$$B_{22} = 0.427 \cdot 0.743^2 - 0.474 \cdot 0.743 \cdot 0.669 = -0.106$$

$$B_{12} = 2(-0.427) \cdot 0.743 \cdot 0.669 + 0.474 \cdot (0.669^2 - 0.743^2)$$

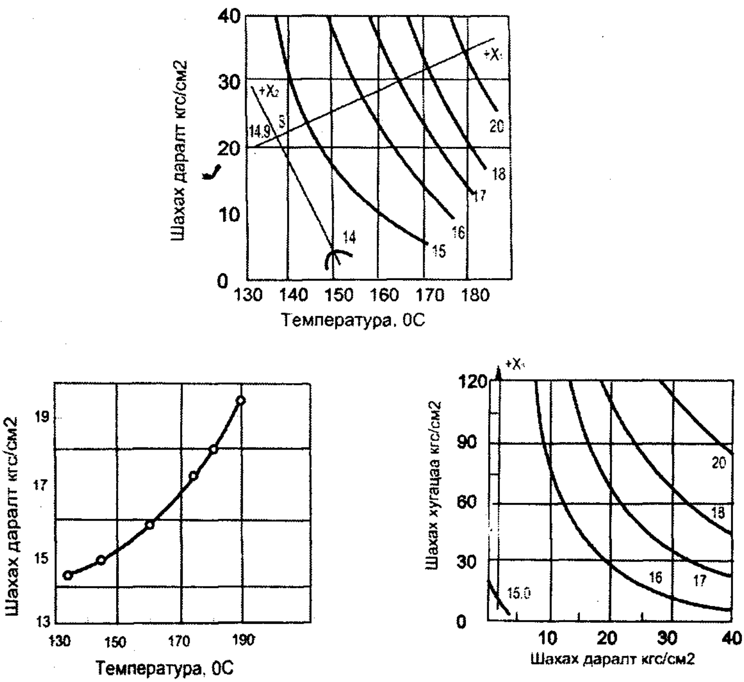
Эцсийн дүнд каноник тэгшитгэл дараах хэлбэртэйгээр олдоно.

$$T - 15.09 = +0.533X_1^2 - 106X_2^2 \qquad (9.27)$$

Тооцооны нарийвчлалыг шалгавал:

$b_{11} + b_{22} = B_{11} + B_{22}$ буюу 0.427+0=0.533-0.106 болно.

Гаргаж авсан коэффициентүүд хоорондоо тэнцэж нарийвчлалын шаардлагыг хангаж байгааг харуулж байна. (9.27) тэгшитгэлийг ашиглан тусгалын гадаргуун огтлолын шугамуудыг байгуулъя. (9.4-р зураг)



9.4-р зураг. Тусгалын гадаргуун хоёр хэмжээст огтлол (X_1=+1)

Гиперболлог гадаргуу байгуулахад шаардагдах тооцооны үр дүнг 9.6-р хүснэгтээр өгөв.

9.6-р хүснэгт

Y	Y - Y_S	X_1 - тэнхлэг		X_2 - тэнхлэг	
		a^2	a	b^2	b
14	-0.90	1.69	1.30	9.03	3.10
15	+0.10	0.19	0.43	0.94	0.97
16	+1.10	2.06	1.44	1042	3.23
17	+3.10	5.88	2.43	29.41	5.42
18	+5.10	9.62	3.10	50.00	7.07

Хүрээ шугам тус бүрт харгалзах тусгалын утгуудыг оновчлох үзүүлэлттэй уялдуулан $Y = 14 \div 20$ байх утганд хооронд нь ижилхэн завсар (алхам) авч сонгоно.

Муруйн цэгүүдийг олохдоо:

$$\frac{X_1^2}{a^2} - \frac{X_2^2}{b^2} = 1 \qquad (9.28)$$

томъёог ашиглав. Y=15 үед гиперболлог гадаргуу байгуулахыг жишээ болгон авч үзье. Тэгвэл (9.27) тэгшитгэл

$$0.533X_1^2 0 - 0.106X_2^2 = 0.10$$ буюу

$$\frac{X_1^2}{0.188} - \frac{X_2^2}{0.993} = 1; x_2 = 0$$

үед Y=15 шугамтай огтлолцох тэнхлэгүүдийг олвол

$X_1 : X_1^2 = 0.188; X_1 = \pm 0.43; X_2 = 0$ болно.

Огтлолын дүрс дээр бусад шугамыг мөн ийм маягаар тодорхойлно. Регрессийн анхны загварыг зохиохдоо БХТ2^2=20 туршилтын үр дүн (9.7-р хүснэгт)

9.7-р хүснэгт

u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Yи	20.67	17.32	16.90	16.72	15.54	15.39	15.22	15.13	15.19	17.01	13.96	15.76	15.48	15.96	15.97	16.00	15.10	14.90	14.78	14.07

Мөн таван туршилтын үр дүн ($9 \div 12$ ба 20) –г сонгож авахдаа 9.6-р хүснэгтээр өгөгдсөн туршилтын нөхцлийн дагуу ТКРТ – ийн матриц зохиож y_N утгыг авлаа.

Графикийн хамаарал туршилтын үр дүнтэй уялдаж байгааг 9.4-р зургаас харж болно. Заримдаа графикт гарах үзүүлэлтийг зөвхөн нэг хүчин зүйлээс хэрхэн хамаарч байгааг графикаар харуулдаг бөгөөд энэ нь судалгааны үед хүчин зүйл тус бүрийн нөлөөллийг харахад тохиромжтой арга байдаг. Хоёр хэмжээст график өгөгдсөн үед дээрхи $y_{\text{он}}=f(x_i)$ графикийг хялбархан байгуулж болно. Тухайлбал адгезийн бат бэхэд температур хэрхэн нөлөөлөхийг тогтмол (20кГ/см^2) даралттай үед графикаар (9.4б – р зураг) үзүүлэв. Үүний тулд 9.4а – р зурагт бодолт 20 кГ/см^2 байх үед температурын өөрчлөлтийн цэгийг авав. Энэхүү зургаас харахад ($y \to \max$) буюу адгезийн оновчтой байх муж даралт, температурын их болох үед тохирч байна. Практикт t >170^{0}C болох нь зохимжгүй байх тул X_1=+1 хэмээн оновчтой утгыг авна. X_1=+1 утгыг (9.24) тэгшитгэлд тавихад

$$y = 16.877 + 1.058x_2 + 0.746x_3 + 0.404x_2x_3 \qquad (9.29)$$

гэсэн тэгшитгэл болон хувирна.

Энэхүү тэгшитгэлийг хоёр хэмжээст шинэ огтлол (9.6в – р зураг) байгуулахад ашиглав. Энд координатын шинэ төв $x_{2S} = 1.84; x_{3S} = -2.62; Y_S = 14.92;$ гэж олдов. (9.26) тэгшитгэлд каноник хувиргалт хийвэл

$$Y = 14.92 + 0.404x_2x_3 \qquad (9.30)$$

болно. Үүнийг 9.4в – р зураг байгуулахад ашиглав.

ХАВСРАЛТ

1-р хавсралт

Лапласын нормчлогдсон функци $\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^z \exp\left(\frac{z^2}{2}\right)dz$

	z-ийн зууны хувиар									
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1044
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2511	0,2642	0,2673	0,2703	0,2743	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3132
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3415	0,3437	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3623
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4227	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4867	0,4871	0,4874	0,4877	0,4880	0,4883	0,4886	0,4889
	0,4966	474	906	263	545	755	894	962	962	893
2,3	0,4893	0,4895	0,4898	0,4900	0,4903	0,4906	0,4908	0,4911	0,4913	0,4915
	753	659	296	969	581	533	625	60	437	758
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4924	0,4926	0,4928	0,4930	0,4932	0,4934	0,4936
	25	237	397	506	564	572	531	493	308	126
2,5	0,4937	0,4939	0,4941	0,4944	0,4946	0,4947	0,4949	0,4949	0,4950	0,4952
	903	634	323	969	574	139	664	151	600	12
2,6	0,4953	0,4954	0,4956	0,4957	0,4958	0,4659	0,4960	0,4962	0,4963	0,4964
	388	729	35	308	547	754	930	74	89	274
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4971	0,4972	0,4973
	330	358	359	333	280	202	99	972	821	646
2,8	0,4974	0,4975	0,4975	0,4976	0,4977	0,4978	0,4978	0,4979	0,4980	0,4980
	449	229	988	726	443	140	818	476	116	738
2,9	0,4981	0,4981	0,4982	0,4983	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986
	342	929	498	52	689	111	618	110	588	51
3,0	0,4986	0,4986	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,7988	0,4989	0,4989	0,4989
	501	938	361	772	171	558	933	297	650	992
3,1	0,4990	0,4990	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992
	324	646	957	260	553	836	112	378	636	886
3,2	0,4993	0,4993	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994
	129	363	590	810	24	230	429	623	810	991
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996
	166	335	499	658	811	959	103	242	376	505
3,4	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997
	631	752	689	982	91	197	299	398	493	585

2-р хавсралт

Стьюдентын tx шалгуурын утгууд tx (Рд; f)

f	Рд				
	Хоёр талт шалгуур				
	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
1	3,078	6,314	12,706	63,657	636,62
2	1,886	2,290	4,303	9,925	31,598
3	1,638	2,353	3,182	5,841	12,924
4	1,533	2,132	2,776	4,604	8,610
5	1,476	2,015	2,571	4,032	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,707	5,959
7	1,415	1,895	2,365	3,499	5,408
8	1,397	1,860	2,306	3,355	5,041
9	1,383	1,833	2,262	3,250	4,781
10	1,372	1,812	2,228	3,169	4,587
11	1,363	1,796	2,201	3,106	4,437
12	1,356	1,782	2,179	3,055	4,318
13	1,350	1,771	2,160	3,012	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,977	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,947	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,921	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,898	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,878	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,861	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,845	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,831	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,819	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,807	3,767
24	1,318	1,711	2,064	2,797	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,787	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,779	3,707
27	1,314	1,703	2,053	2,771	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,763	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,756	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,750	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,704	3,551
60	1,296	1,671	2,000	2,660	3,460
120	1,289	1,658	1,980	2,617	3,373
	1,282	1,645	1,96	2,576	3,291
Рд	0,90	0,95	0,975	0,995	0,9995
	Нэг талт шалгуур				

Фишерийн Fx шалгуурын утгууд Fx(Pд=0.958 f_1; f_2)
(f_1 – их дисперстэй хэсгийн чөлөөний зэрэг
F_2 – бага дисперстэй хэсгийн чөлөөний зэрэг)

f_2 / f_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,14	199,5	215,7	224,6	230,6	230,2	234,0	238,9	240,5
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	9,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	8,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	6,95	4,88	4,82	4,77
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	4,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,16	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
120	3,922	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96
	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88

10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,23	2,21
2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,12
2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,12	2,07
2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,69
2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,67
2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,65
2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,64
2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,62
2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,51
2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,39
1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,25
1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,00
1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,71

4-р хавсралт

Пирсоны χ_x^2 шалгуурын утгууд

Вт=Хт(Рд, f)

f	Рд			
	0,9	0,95	0,99	0,999
1	2,705	3,841	6,635	10,828
2	4,605	5,991	9,210	13,816
3	6,251	7,815	11,345	16,266
4	7,779	9,488	13,277	18,467
5	9,236	11,070	15,086	20,515
6	10,645	12,591	16,812	22,458
7	12,017	14,067	18,475	24,322
8	13,361	15,507	20,090	26,125
9	14,684	16,919	21,666	27,877
10	15,987	18,307	23,209	29,588
11	17,275	19,675	24,725	31,264
12	18,549	21,026	26,217	32,909
13	19,812	22,362	27,688	34,528
14	21,064	23,685	29,141	36,123
15	22,307	24,996	30,578	37,697
16	23,542	26,296	31,999	39,252
17	24,769	27,587	33,409	40,790
18	25,989	28,869	34,805	42,312
19	27,204	30,143	36,191	43,820
20	28,412	31,140	37,566	45,315
21	28,615	32,670	38,932	46,797
22	30,813	33,924	40,289	48,268
23	32,007	35,172	41,638	49,728
24	33,196	36,415	42,980	51,179
25	34,382	39,652	44,314	52,620

5-р хавсралт

Хэт ялгарах хэмжигдэхүүн байгаа эсэхийг шалгах Смирнов-Грабсын V_x шалгуурын утгууд

Давтамж	Pu		
M	0.99	0.95	0.90
3	1.414	1.412	1.406
4	1.723	1.689	1.645
5	1.955	1.869	1.791
6	2.130	1.996	1.894
7	2.265	2.093	1.974
8	2.374	2.172	2.041
9	2.464	2.237	2.097
10	2.540	2.294	2.146
11	2.606	2.343	2.190
12	2.663	2.387	2.229
13	2.714	2.426	2.264
14	2.759	2.461	2.297
15	2.800	2.493	2.326
16	2.837	2.523	2.354
17	2.871	2.551	2.380
18	2.903	2.577	2.404
19	2.932	2.600	2.426
20	2.959	2.623	2.447
21	2.984	2.644	2.467
22	3.008	2.664	2.486
23	3.030	2.683	2.504
24	3.051	2.701	2.502
25	3.071	2.717	2.537

6-р хавсралт

Кохрены Gx шалгуурын утгууд

(Их дисперсийг бүх N дисперсийн нийлбэрт хуваасан харьцаа)

Gx (Рд=0.95; f=m-1, N)

N	f													
	Зөвшөөрөгдсөн магадлал 0.95													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	
2	0,99	0,97	0,93	0,90	0,87	0,85	0,83	0,81	0,80	0,78	0,73	0,66	0,58	0,50
3	85	50	92	57	72	34	32	59	10	80	41	02	13	00
4	0,96	0,87	0,79	0,74	0,70	0,67	0,65	0,63	0,61	0,60	0,54	0,47	0,40	0,33
5	69	09	77	57	71	71	30	33	67	25	66	48	31	33
6	0,90	0,76	0,68	0,62	0,58	0,55	0,53	0,51	0,50	0,48	0,43	0,37	0,30	0,25
7	65	79	41	87	59	98	65	75	17	84	66	20	93	00
8	0,84	0,68	0,59	0,54	0,50	0,47	0,45	0,43	0,42	0,41	0,36	0,30	0,25	0,20
9	12	38	81	41	65	83	64	87	41	18	45	66	13	00
10	0,78	0,61	0,53	0,48	0,44	0,41	0,39	0,38	0,36	0,35	0,31	0,26	0,21	0,16
12	08	61	21	03	47	84	80	17	82	68	35	12	19	67
15	0,72	0,56	0,48	0,43	0,39	0,37	0,35	0,33	0,32	0,31	0,27	0,22	0,18	0,14
20	71	12	00	07	74	26	35	84	59	54	56	78	33	29
24	0,67	0,51	0,43	0,39	0,35	0,33	0,31	0,30	0,29	0,28	0,24	0,20	0,16	0,12
30	98	57	77	10	95	62	85	43	26	29	62	22	16	50
40	0,63	0,47	0,40	0,35	0,32	0,30	0,29	0,27	0,26	0,25	0,22	0,18	0,14	0,11
60	85	75	27	84	86	67	01	68	59	68	26	20	46	11
12	0,60	0,44	0,37	0,33	0,30	0,28	0,26	0,25	0,24	0,23	0,20	0,16	0,13	0,10
0	20	50	33	11	29	23	66	41	39	53	32	55	08	00
	0,54	0,39	0,32	0,28	0,26	0,24	0,22	0,21	0,20	0,20	0,17	0,14	0,11	0,08
	10	24	64	80	24	39	99	87	98	20	37	03	00	33
	0,47	0,33	0,27	0,24	0,21	0,20	0,19	0,18	0,17	0,16	0,14	0,11	0,08	0,06
	09	46	58	19	95	34	11	15	36	71	29	44	89	67
	0,38	0,27	0,22	0,19	0,17	0,16	0,15	0,14	0,13	0,13	0,11	0,08	0,06	0,05
	96	05	05	21	35	02	01	22	57	03	08	79	75	00
	0,34	0,23	0,19	0,16	0,14	0,13	0,12	0,14	0,11	0,11	0,00	0,07	0,05	0,04
	34	54	07	56	93	74	86	16	60	13	94	43	67	17
	0,29	0,19	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10	0,10	0,09	0,09	0,07	0,06	0,04	0,03
	29	80	93	77	37	37	61	02	58	21	71	04	57	33
	0,23	0,15	0,12	0,10	0,09	0,08	0,08	0,09	0,07	0,07	0,05	0,04	0,03	0,02
	70	76	59	82	68	87	27	80	45	13	95	62	47	50
	0,17	0,11	0,08	0,04	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	0,04	0,04	0,03	0,02	0,01
	37	31	95	65	82	23	83	52	20	97	11	16	34	67
	0,09	0,06	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,00
	98	32	95	19	71	37	12	92	79	66	18	65	20	83
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7-р хавсралт

Туршилтын өгөгдлүүд хэвийн тархалтын хуульд захирагдах
Эсэхийг Шапиро – Уилкагийн W шалгуураар шалгах үед ашиглах
Qm-i+1 коеффициентын утга (туршилтын тоо m=3…50 үед)

i	m							
	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.7071	0.6872	0.6646	0.6431	0.6233	0.6052	0.5888	0.5739
2		0.1677	0.2413	0.2806	0.3031	0.3164	0.3244	0.3291
3				0.0875	0.1401	0.1743	0.1976	0.2141
4						0.0561	0.0947	0.1224
5								0.0399

i	m							
	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0.5601	0.5475	0.5359	0.5251	0.5150	0.5056	0.4968	0.4886
2	0.3315	0.3325	0.3325	0.3318	0.3306	0.3290	0.3273	0.3253
3	0.2260	0.2347	0.2412	0.2460	0.2495	0.2521	0.2540	0.2553
4	0.1429	0.1586	0.1707	0.1802	0.1878	0.1939	0.1988	0.2027
5	0.0695	0.0922	0.1099	0.1240	0.1353	0.1447	0.1524	0.1587
6		0.0303	0.0539	0.0727	0.0880	0.1005	0.1109	0.1197
7				0.0240	0.0433	0.0593	0.0725	0.0837
8						0.0196	0.0359	0.0496
9								0.0163

i	m							
	19	20	21	22	23	24	25	26
1	0.4808	0.4734	0.4643	0.4590	0.4542	0.4493	0.4450	0.4407
2	0.3232	0.3211	0.3185	0.3156	0.3126	0.3098	0.3069	0.3043
3	0.2561	0.2565	0.2578	0.2571	0.2563	0.2554	0.2543	0.2533
4	0.2059	0.2085	0.2119	0.2131	0.2139	0.2145	0.2148	0.2151
5	0.1641	0.1686	0.1736	0.1764	0.1787	0.1807	0.1822	0.1836
6	0.1271	0.1334	0.1399	0.1443	0.1480	0.1512	0.1539	0.1563
7	0.0932	0.1013	0.1092	0.1150	0.1201	0.1245	0.1283	0.1316
8	0.0612	0.0711	0.0804	0.0878	0.0941	0.0997	0.1046	0.1089
9	0.0303	0.0422	0.0530	0.0618	0.0696	0.0764	0.0823	0.0876
10		0.0140	0.0263	0.0368	0.0459	0.0.539	0.0610	0.0672
11				0.0122	0.0228	0.0321	0.0403	0.0476
12						0.0107	0.0200	0.0284
13								0.0094

i	m							
	27	28	29	30	31	32	33	34
1	0.4366	0.4328	0.4291	0.4254	0.4220	0.4188	0.4156	0.4127
2	0.3018	0.2992	0.2968	0.2944	0.2921	0.2898	0.2876	0.2854
3	0.2522	0.2510	0.2499	0.2487	0.2475	0.2464	0.2451	0.2439
4	0.2152	0.2151	0.2150	0.2148	0.2145	0.2141	0.2137	0.2132
5	0.1848	0.1857	0.1864	0.1870	0.1874	0.1878	0.1880	0.1882
6	0.1584	0.1601	0.1616	0.1630	0.1641	0.1651	0.1660	0.1667
7	0.1346	0.1372	0.1395	0.1415	0.1433	0.1449	0.1463	0.1475
8	0.1128	0.1162	0.1192	0.1219	0.1243	0.1265	0.1284	0.1301
9	0.0929	0.0965	0.1002	0.1036	0.1066	0.1093	0.1118	0.1140
10	0.0728	0.0778	0.0822	0.0862	0.0899	0.0931	0.0961	0.0988
11	0.0540	0.0598	0.0650	0.0697	0.0739	0.0777	0.0812	0.0844
12	0.0358	0.0424	0.0483	0.0537	0.0585	0.0629	0.0669	0.0706
13	0.0178	0.0252	0.0320	0.0381	0.0435	0.0485	0.0530	0.0572
14		0.0084	0.0159	0.0227	0.0289	0.0344	0.0395	0.0441
15				0.0076	0.0144	0.0206	0.0262	0.0314
16						0.0068	0.0131	0.0187
17								0.0062

i	m							
	35	36	37	38	39	40	41	42
1	0.4096	0.4068	0.4040	0.4015	0.3989	0.3964	0.3910	0.3917
2	0.2834	0.2813	0.2794	0.2774	0.2755	0.2737	0.2719	0.2701
3	0.2427	0.2415	0.2403	0.2391	0.2380	0.2368	0.2357	0.2746
4	0.2127	0.2121	0.2116	0.2110	0.2104	0.2098	0.2091	0.2085
5	0.1883	0.1883	0.1883	0.1881	0.1880	0.1878	0.1876	0.1874
6	0.1673	0.1678	0.1683	0.1686	0.1689	0.1691	0.1693	0.1694
7	0.1487	0.1496	0.1505	0.1513	0.1520	0.1526	0.1531	0.1535
8	0.1317	0.1331	0.1344	0.1356	0.1366	0.1376	0.1384	0.1392
9	0.1160	0.1179	0.1196	0.1211	0.1225	0.1237	0.1249	0.1259
10	0.1013	0.1036	0.1056	0.1075	0.1092	0.1108	0.1123	0.1136
11	0.0873	0.0900	0.0924	0.0947	0.0967	0.0986	0.1004	0.1020
12	0.0739	0.0770	0.0798	0.0824	0.0848	0.0870	0.0891	0.0909
13	0.0610	0.0645	0.0677	0.0706	0.0733	0.0759	0.0783	0.0804
14	0.0484	0.0523	0.0559	0.0592	0.0622	0.0651	0.0677	0.0701
15	0.0361	0.0404	0.0444	0.0481	0.0515	0.0546	0.0575	0.0602
16	0.0239	0.0287	0.0331	0.0372	0.0409	0.0444	0.0476	0.0506
17	0.0119	0.0172	0.0220	0.0264	0.0305	0.0343	0.0379	0.0411
18		0.0057	0.0110	0.0158	0.0203	0.0244	0.0283	0.0318
19				0.0053	0.0101	0.0146	0.0188	0.0227
20						0.0049	0.0094	0.0136
21								0.0045

I	m							
	43	44	45	46	47	48	49	50
1	0.3894	0.3872	0.3850	0.3830	0.3808	0.3879	0.3770	0.3751
2	0.2684	0.2667	0.2651	0.2635	0.2620	0.2604	0.2589	0.2574
3	0.2334	0.2323	0.2313	0.2302	0.2291	0.2281	0.2271	0.2260
4	0.2078	0.2072	0.2065	0.2058	0.2052	0.2045	0.2038	0.2032
5	0.1871	0.1868	0.1865	0.1862	0.1859	0.1855	0.1851	0.1847
6	0.1695	0.1995	0.1695	0.1695	0.1695	0.1693	01692.	0.1692
7	0.1339	0.1542	0.1545	0.1548	0.1550	0.1551	0.1553	0.1554
8	0.1398	0.1405	0.1410	0.1415	0.1420	0.1423	0.1427	0.1430
9	0.1269	0.1278	0.1296	0.1293	0.1300	0.1306	0.1312	0.1317
10	0.1149	0.1160	0.1170	0.1180	0.1189	0.1197	0.1205	0.1212
11	0.1035	0.1049	0.1062	0.1073	0.1085	0.1095	0.1105	0.1113
12	0.0927	0.0943	0.0959	0.0972	0.0986	0.0998	0.1010	0.1020
13	0.0824	0.1824	0.0860	0.0876	0.0892	0.0906	0.0919	0.0932
14	0.0724	0.0745	0.0765	0.0783	0.0801	0.0817	0.0832	0.0846
15	0.0628	0.0651	0.0673	0.0694	0.0713	0.0731	0.0748	0.0764
16	0.0534	0.1560	0.0584	0.0607	0.0628	0.0648	0.0667	0.0685
17	0.0442	0.1471	0.0497	0.0522	0.0546	0.0568	0.0588	0.0608
18	0.0352	0.0383	0.0412	0.0439	0.0465	0.0489	0.0511	0.0532
19	0.0263	0.0296	0.0328	0.0357	0.0385	0.0411	0.0436	0.0459
20	0.0175	0.0211	0.0245	0.0277	0.0307	0.0355	0.0361	0.0386
21	0.0087	0.0126	0.0163	0.0197	0.0229	0.0259	0.0288	0.0314
22		0.0042	0.0081	0.0118	0.0153	0.0185	0.0215	0.0244
23				0.0039	0.0076	0.0111	0.0143	0.0174
24						0.0037	0.0071	0.0104
25								0.0035

8-р хавсралт

Туршилтын өгөгдлүүд хэвийн тархалтын хуульд захирагдах эсэхийг шалгахад ашигладаг Шапиро-Уилкагийн шалгуурын хүснэгтийн W_x утга

m	$P_д$				
	0.99	0.98	0.95	0.90	0.50
3	0.753	0.756	0.767	0.789	0.959
4	0.687	0.707	0.748	0.792	0.935
5	0.686	0.715	0.762	0.806	0.927
6	0.713	0.743	0.788	0.826	0.927
7	0.730	0.760	0.803	0.838	0.928
8	0.749	0.778	0.818	0.851	0.932
9	0.764	0.791	0.829	0.859	0.935
10	0.781	0.806	0.842	0.869	0.938
11	0.792	0.817	0.850	0.876	0.940
12	0.805	0.828	0.859	0.883	0.943
13	0.814	0.837	0.866	0.889	0.945
14	0.825	0.846	0.874	0.895	0.947
15	0.835	0.855	0.881	0.901	0.950
16	0.844	0.863	0.887	0.906	0.952
17	0.851	0.869	0.892	0. 910	0.956
18	0.858	0.874	0.897	0.914	0.957
19	0.863	0.879	0.901	0.917	0.959
20	0.868	0.884	0.905	0.920	0.960
21	0.873	0.888	0.908	0.923	0.961
22	0.878	0.892	0.911	0.926	0.962
23	0.881	0.895	0.914	0.928	0.963
24	0.884	0.898	0.916	0.930	0.964
25	0.888	0.901	0.918	0.931	0.965
26	0.891	0.904	0.920	0.933	0.965
27	0.894	0.906	0.923	0.935	0.966
28	0.894	0.908	0.924	0.936	0.966
29	0.898	0.910	0.926	0.937	0.967
30	0.900	0.912	0.927	0.939	0.967
31	0.902	0.914	0.929	0.940	0.968
32	0.904	0.915	0.930	0.941	0.968
33	0.906	0.917	0.931	0.942	0.969
34	0.908	0.919	0.933	0.943	0.969
35	0.910	0.920	0.934	0.944	0.970
36	0.912	0.922	0.935	0.945	0.970
37	0.914	0.924	0.936	0.946	0.971
38	0.916	0.925	0.938	0.947	0.971
39	0.917	0.927	0.939	0.948	0.972
40	0.919	0.928	0.940	0.949	0.972
41	0.920	0.929	0.941	0.950	0.972
42	0.922	0.930	0.942	0.951	0.973
43	0.923	0.932	0.943	0.951	0.973
44	0.924	0.933	0.944	0.952	0.973
45	0.926	0.934	0.945	0.953	0.974
46	0.927	0.935	0.945	0.953	0.974
47	0.928	0.936	0.946	0.954	0.974
48	0.929	0.937	0.947	0.954	0.974
49	0.929	0.937	0.947	0.955	0.974
50	0.930	0.938	0.947	0.955	0.974

АШИГЛАСАН ХЭВЛЭЛ

1. Адлер Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М., Наука, 1976. 279 с.

2. Ахназаров С. А., Кафаров В. В. Оптимизация эксперимента в химии и химичиской технологии. М., 1978. 319 с.

3. Большев Л. Н. Таблицы математической статистики. М., 1983. 416 с.

4. Вознесенский В. А. Статистические методы планирования эксперимента в технико - экономических исследованиях М., 1981. 363 с

5.Горький В. Г., Адлер Ю. П., Планирование промышленных экспериментов (модели статики) М., 1974. 264 с.

6. Горький В. Г., Адлер Ю. П.,Талалай А. М. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики) М., 1978. 112 с.

7. Зимин С. П., Башкова Г. А. Оптимизационные методы решения текстильных задач. Иваново., 1991. 80 с.

8. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экспериментальных экспериментов. М., 1965. 340 с.

9. Пижирун А. А., Розенблит М. С. Исследование процессов деревообработки. М., 1984. 234 с.

10. Рузинов Л. П., Слободчихова Р. И. Планирование эксперимента в химии и химичиской технологии. М., 1980. 280 с.

11. Севостьянов А. Г. Методы и средства исследования механико - технологических процессов текстильной промышленности. М., 1980. 392 с.

12. Севостьянов А. Г. Севостьянов П. А. Оптимизация механико - технологических процессов текстильной промышленности. М., 1991.

13. Тихомиров В. Б. Планирование и анализ эксперимента М., 1974. 261 с.

14. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. Пер. с англ. М., 1988. 357 с.

15. Энхтуяа Д. Нэхмэл, хөнгөн үйлдвэрийн технологи ажиллагааг судлах, судалгааны үр дүнг боловсруулах арга. У-Б., 1995. 158 хууд.

16. Ящерицын П. И., Махаринский Е. И. Планирование эксперимента в машиностроеннии. Минск., 1985. 286 с.

17. Кузин Ф.А. Кандидатская диссертация М:. “Ось - 89”, 2001.-224с

ГАРЧИГ

НЭГДҮГЭЭР БҮЛЭГ

СУДАЛГАА ШИНЖИЛГЭЭНИЙ АЖИЛ ТҮҮНИЙГ ГҮЙЦЭТГЭХ ТУХАЙ

ХОЁРДУГААР БҮЛЭГ

САНАМСАРГҮЙ ХЭМЖИГДЭХҮҮНИЙ ҮНДСЭН ШИНЖ ЧАНАРУУД

ГУРАВДУГААР БҮЛЭГ

ТООН БА ЧАНАРЫН ӨӨРЧЛӨЛТИЙН СТАТИСТИК ҮЗҮҮЛЭЛТҮҮДИЙГ ТОДОРХОЙЛОХ

Стастистик үзүүлэлтүүдийн харьцуулалт

ДӨРӨВДҮГЭЭР БҮЛЭГ

ТЕХНОЛОГИ АЖИЛЛАГААНЫ МАТЕМАТИК БИЧЛЭГ МАТЕМАТИК ЗАГВАРЫН ТУХАЙ

ТАВДУГААР БҮЛЭГ

ИДЭВХИТЭЙ ТУРШИЛТ, НЭГ БА ОЛОН ХҮЧИН ЗҮЙЛТ РЕГРЕССИЙН МАТЕМАТИК ЗАГВАР ГАРГАН АВАХ

ЗУРГААДУГААР БҮЛЭГ

ИДЭВХИГҮЙ ТУРШИЛТ НЭГ БА ОЛОН ХҮЧИН ЗҮЙЛТ КОРРЕЛЯЦИЙН МАТЕМАТИК ЗАГВАР ГАРГАН АВАХ

ДОЛООДУГААР БҮЛЭГ

ОНОВЧЛОХ АРГУУД, ТЭДГЭЭРИЙН ТУХАЙ ЕРӨНХИЙ ОЙЛГОЛТ

НАЙМДУГААР БҮЛЭГ

ОЛОН ХҮЧИН ЗҮЙЛТ ЗОРИЛГЫН ФУНКЦИЙГ ОНОВЧЛОХ ЗАРИМ АРГА

ЕСДҮГЭЭР БҮЛЭГ

ХҮЧИН ЗҮЙЛҮҮД БА ҮЗҮҮЛЭЛТИЙН ХАМААРЛЫГ ГРАФИКААР ИЛЭРХИЙЛЭХ

Хэвлэлийн эхийг бэлтгэсэн
Хэвлэлийн технологийн ангийн III курсийн оюутан
Д. Мөнхжаргал, Г.Аргуужин

Цаасны хэмжээ 60x90/16
Үсэгний гарнитур Arial Mon
Хэвлэлийн тооцооны хуудас 23
Хэвлэсэн тоо 1000
Офсет хэвлэлийн "Чулуунбар ХХК"-д хэвлэв.